

Ex 1]

9. L'assertion " $\exists x \in]-3, -1[, \forall y \in]2, 4[, xy > -6$ " est vraie.

Preons par exemple $x = -1,5 \in]-3, -1[$.

Alors si $y \in]2, 4[$, on a $y < 4$

$$\text{donc } \underbrace{-1,5 \cdot y}_{=x \cdot y} > \underbrace{-1,5 \cdot 4}_{= -6}$$

10. L'assertion " $\forall (x, y) \in]-2, 7] \times]-4, 1[, -28 < xy < 8$ " est vraie

Soient $x \in]-2, 7[, y \in]-4, 1[$. Il y a 4 cas possibles:

① $x \geq 0$ et $y \geq 0$:

$$\text{On a } \begin{matrix} 0 \leq x < 7 \\ 0 \leq y < 1 \end{matrix}, \text{ donc } 0 \leq x \cdot y < \frac{7 \cdot 1}{= 7}$$

② $x \geq 0$ et $y < 0$:

$$\text{On a } \begin{matrix} 0 \leq x < 7 \\ -4 < y < 0 \end{matrix}, \text{ donc } -28 < x \cdot y \leq 0$$

③ $x < 0$ et $y \geq 0$

$$\text{On a } \begin{matrix} -2 < x < 0 \\ 0 \leq y < 1 \end{matrix}, \text{ donc } -2 < x \cdot y \leq 0$$

④ $x < 0$ et $y < 0$

$$\text{On a } \begin{matrix} -2 < x < 0 \\ -4 < y < 0 \end{matrix}, \text{ donc } 0 < x \cdot y < 8$$

En particulier, on a $-28 < x \cdot y < 8$.

Ex 5]

3. On a $b \in E$, donc $f(b) \leq b$

d'où $f(f(b)) \leq f(b)$, car f est croissante

Mais alors $f(b) \in E$, par définition de E

Or on a $f(b) \leq b = \min E$, ie $f(b)$ est un élément de E qui est inférieur au plus petit élément de E

ça implique $f(b) = \min E = b$.