

Université Claude Bernard



Lyon 1

Notions de métrologie

2024/2025

Laurence Heinrich-Balard

Quelques définitions du Larousse

Métrologie = science des mesures.

Mesure = action d'évaluer une grandeur d'après son rapport avec une grandeur de même espèce prise comme unité et comme référence.

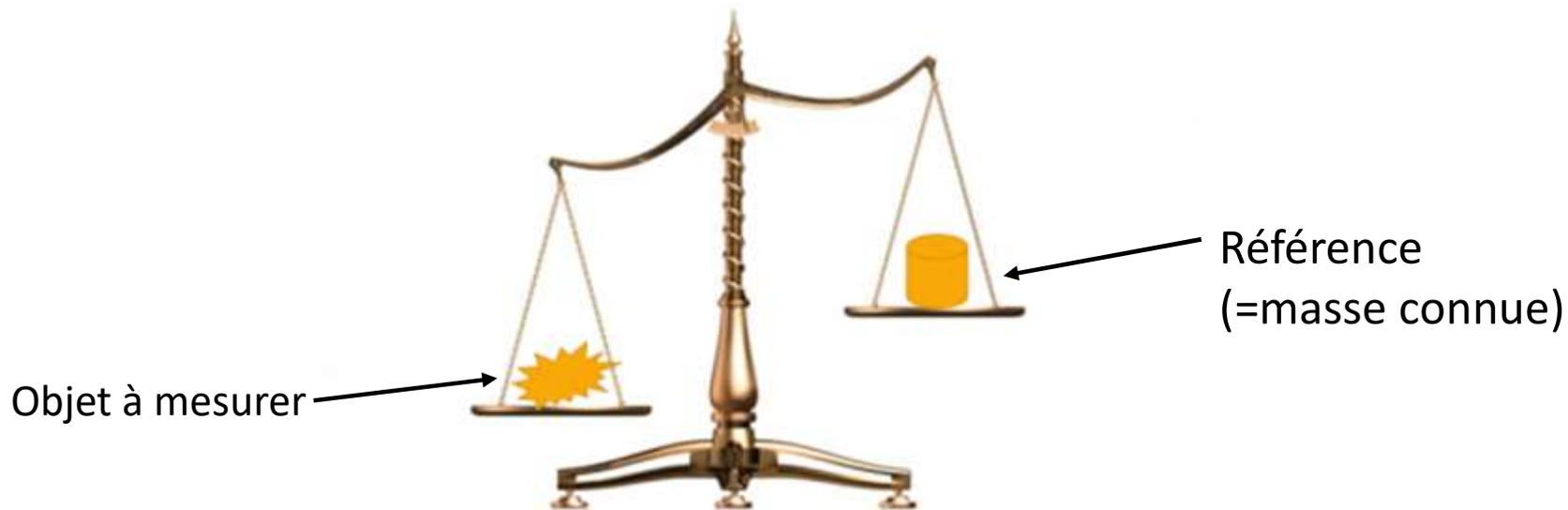


Figure 1 : Représentation schématique de la balance de Roberval

Quelques définitions du Larousse

La **métrologie** englobe les connaissances qui permettent d'attacher au résultat d'une mesure la signification exacte qu'on peut en attendre dans des conditions de mesure données. Elle **s'intéresse** à tous les éléments qui entrent en jeu et s'attache particulièrement à analyser les **causes d'erreur**.

Références

Livre : Biophysique –Pour les sciences de la vie et de la santé. *Auteur* : Xavier Marchandise

Site : <https://metrologie-francaise.lne.fr/fr>

Objectifs du cours

- Savoir ce qu'est une grandeur, une dimension, un système d'unité.

Connaître le système international (SI)

- Etre capable d'utiliser les équations aux dimensions pour :
 - Trouver les dimensions et unités de différentes grandeurs
 - Changer de système d'unités
 - Vérifier l'homogénéité de formules et retrouver certaines relations
 - Établir des lois d'échelle
- Etre capable de calculer des incertitudes pour :
 - des expressions simples
 - rendre le résultat d'une mesure ou d'un calcul de façon correcte

Plan

I. Grandeur

I.1. Grandeur scalaire

I.2. Grandeur vectorielle

II. Unités

II.1. Système d'unités

II.1.1. Ex en mécanique

II.1.2. Système international

II.2. Autres unités

II.2.1. Unité d'angle plan

II.2.2. Unité d'angle solide

II.2.3. Unités dérivées

II.2.4. Unités admises

II.3. Multiples et sous multiples des unités de mesure

II.3.1. Ordres de grandeur

II.3.2. Préfixes du SI

III. Equations aux dimensions

III.1. Définition

III.2. Applications

III.2.1. Dimension et unité d'une grandeur dérivée

III.2.2. Changement de système d'unités

III.2.3. Vérification de l'homogénéité des formules

III.2.4. Analyse dimensionnelle

III.2.5. Loi d'échelle

IV. Erreurs, incertitudes

IV.1. Différents types d'erreurs

IV.1.1. Erreurs aléatoires

IV.1.2. Erreurs systématiques

IV.2. Incertitude d'une mesure

IV.2.1. sur somme ou différence

IV.2.2. sur produit ou division

IV.2.3. Incertitude plus générale

IV.2.4. rendu du résultat

I. Grandeur

Grandeur = ce qui est susceptible de variation et peut être calculé, évalué ou mesuré.

Il existe 2 types de grandeurs.

I.1. Grandeur scalaire

Caractérisée par 1 valeur numérique positive ou négative suivie d'une unité (s'il y en a...).

Exemples : masse, temps, pression, énergie, indice de réfraction, charge électrique, volume....

I.2. Grandeur vectorielle

Caractérisée par un vecteur :

- Point d'application
- Direction
- Sens
- Norme

Exemples : vitesse \vec{v} , accélération \vec{a} , force \vec{F}
champ électrique \vec{E} ,...

II. Unités

II.1. Système d'unités

Un système cohérent d'unités est construit autour du ***nombre minimal d'unités indépendantes*** (=« **unités fondamentales** ») à partir desquelles toutes les autres grandeurs physiques peuvent être exprimées.

II.1.1. Exemples de systèmes d'unités usuels en mécanique

Mécanique : 3 grandeurs indépendantes

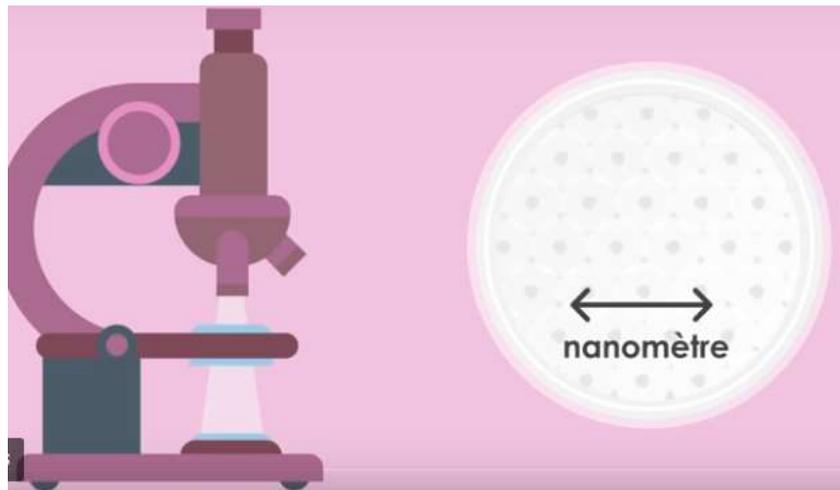
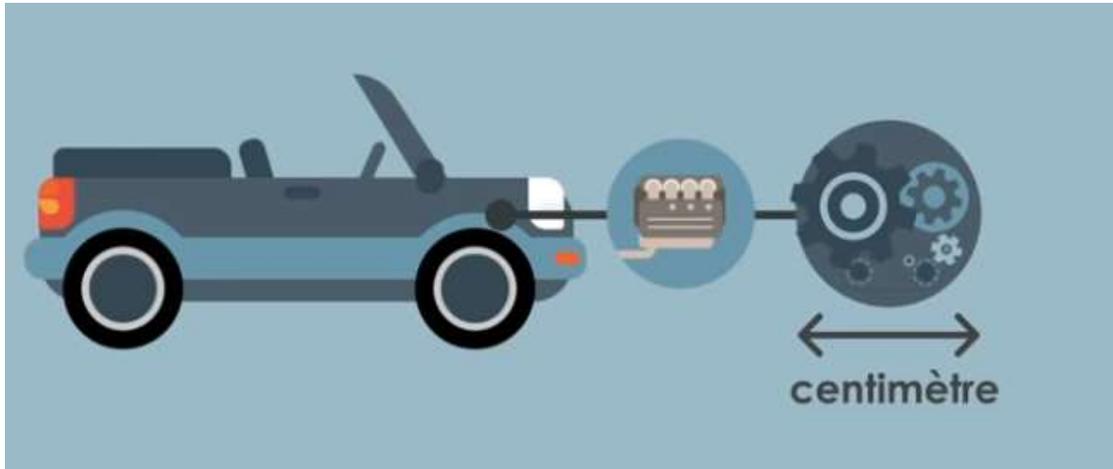
	Unités fondamentales		
Systèmes LMT	Longueur L	Masse M	Temps T
Système MKS	mètre m	kilogramme kg	seconde s
Système CGS	centimètre cm	gramme g	seconde s

La métrologie existe depuis longtemps....



<https://metrologie-francaise.lne.fr/fr/actualite-de-la-metrologie/journee-mondiale-de-la-metrologie-mise-en-application-du-nouveau-si>

La définition des unités a évolué et évolue avec le temps et les progrès technologiques.



Pour que la métrologie ait un sens il faut des unités partagées....

II.1.2. Système international

1960 : création du système international.

Domaines autres que mécanique:

électrostatique, thermodynamique... → rajouter d'autres grandeurs indépendantes.

Depuis 1971 : 7 grandeurs fondamentales pour le système international (SI) = 7 unités pour tout mesurer !



À savoir !

Grandeur physique	Dimension	Nom de l'unité (SI)	Symbole de l'unité (SI)
longueur	L	mètre	m
masse	M	kilogramme	kg
temps	T	seconde	s
intensité de courant électrique	I	ampère	A
température thermodynamique	θ	kelvin	K
quantité de matière	N	mole	mol
intensité lumineuse	J	candela	cd

20 Mai 2019 : journée mondiale de la métrologie = nouvelles définitions pour le kelvin, l'ampère, le kilogramme et la mole. Toutes les unités du SI sont définies à partir de constantes de la nature.

Définition de la seconde

- Initialement la seconde = une fraction de révolution de la terre autour du soleil.
- Actuellement, la seconde (unité de temps) est définie à partir de la durée de 9 192 631 770 périodes de radiation d'une transition électronique du césium 133.

Définition du mètre

- Première définition du mètre en 1791 : le dix millionième du quart de circonférence de la Terre
- Actuellement, le mètre est défini par « la distance parcourue par la lumière dans le vide en $1/299\,792\,458$ seconde ».

Définition de la masse

- Initialement, le kilogramme : défini par masse d'un volume de 1 dm^3 d'eau dans des conditions précises de température et de pression atmosphérique.
- Puis, kilogramme = masse du cylindre inaltérable de platine iridié créé en 1889.
- Depuis le 20/05/2019 : kilogramme défini en fonction de la constante de Planck h .
 $h=6,626\ 070\ 15 \times 10^{-34} \text{ J.s (ou kg.m}^2\text{.s}^{-1}\text{)}$

Définition de la candela

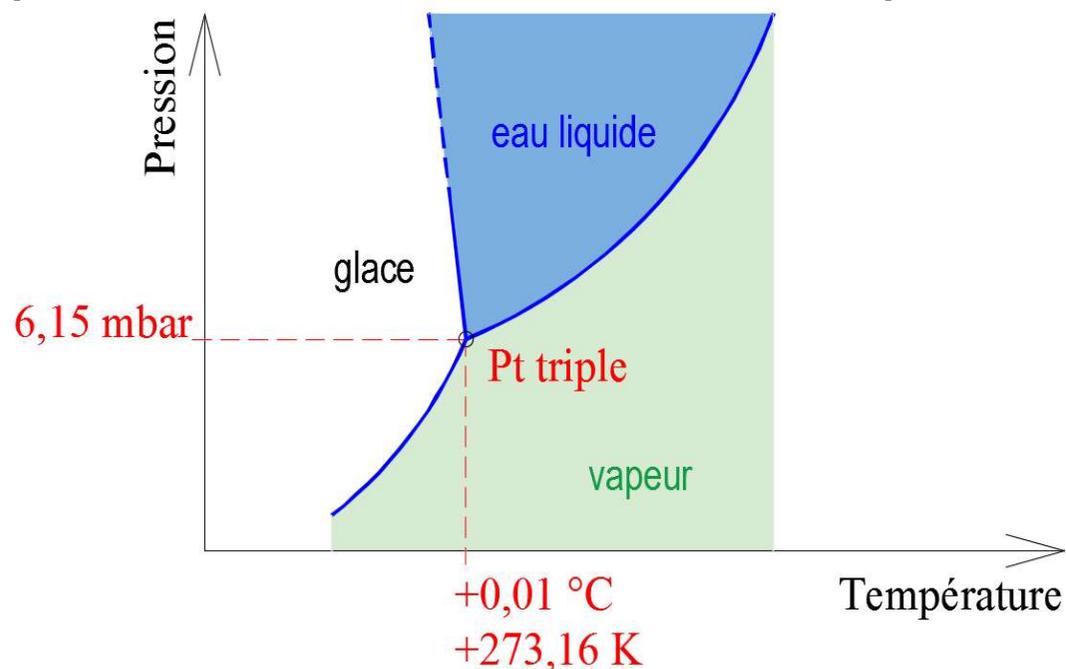
- La candela est l'unité du SI d'intensité lumineuse dans une direction donnée. Elle est définie en prenant la valeur numérique fixée de l'efficacité lumineuse d'un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} Hz, K_{cd} , égale à 683 lorsqu'elle est exprimée en cd. sr. W^{-1} , ou $\text{cd. sr. kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^3$.

Définition de l'ampère

- Avant : l'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force de $2 \cdot 10^{-7}$ newton par mètre de longueur.
- Depuis le 20/05/2019 : l'ampère, unité de courant électrique, est défini à partir de la charge électrique élémentaire $e = 1,602\ 176\ 634 \times 10^{-19}$ C (ou A.s)

Définition du kelvin

- Avant : le kelvin = $1/273,16$ de l'écart entre le point triple de l'eau et le zéro de température absolue.



- Depuis le 20/05/2019 : le kelvin, unité de température thermodynamique, est défini à partir de la constante de Boltzmann, $k = 1,380\ 649 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ (ou $\text{kg.m}^2.\text{s}^{-2}.\text{K}^{-1}$)

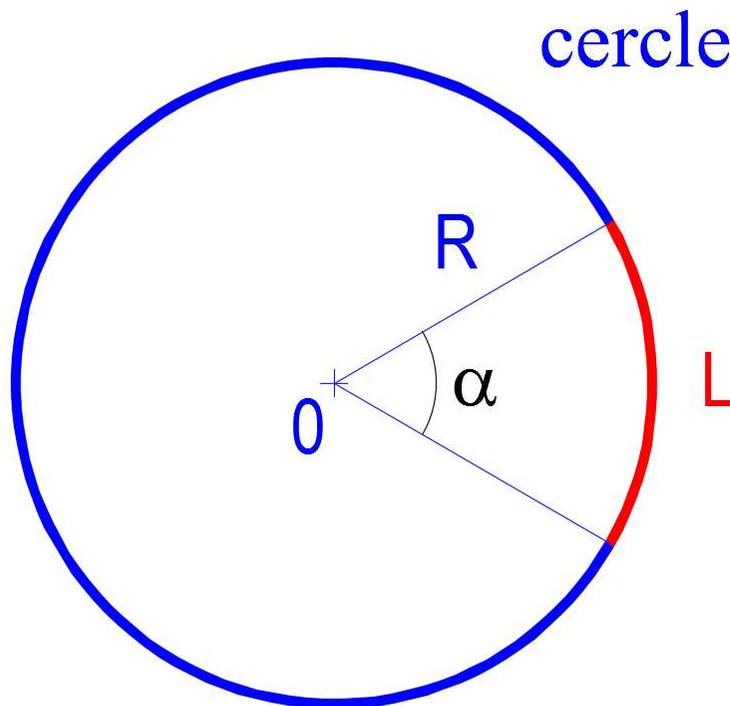
Définition de la mole

- Avant : « la mole est la quantité de matière contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kg de carbone 12 »
- Depuis le 20/05/2019 : la mole, unité de quantité de matière, est définie à partir du nombre d' Avogadro N_A . Elle contient exactement $N_A = 6,022\ 140\ 76 \times 10^{23}$ entités élémentaires.

II.2. Autres unités

II.2.1. Unité d'angle plan

L'angle plan définit la part d'espace d'un plan (bidimensionnelle)



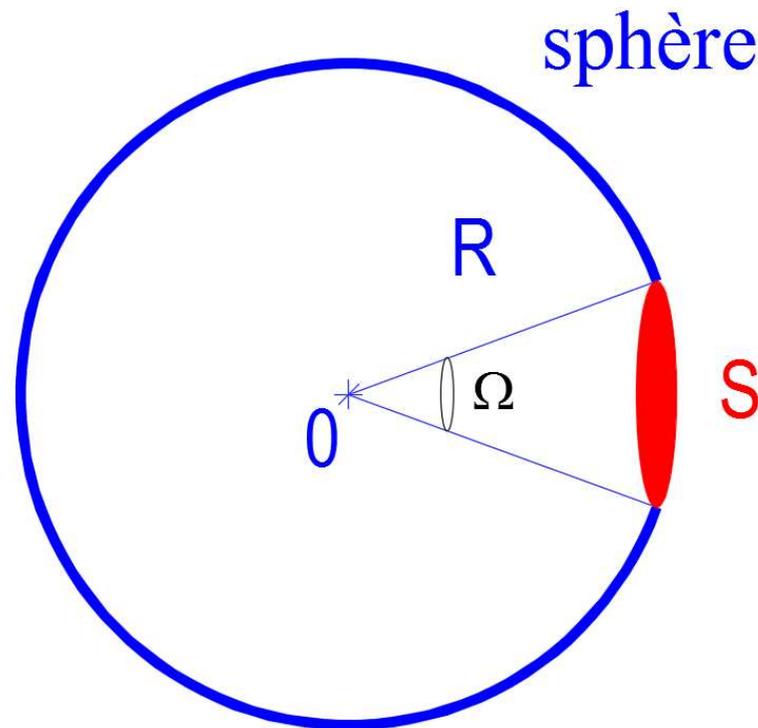
$$\alpha = L/R$$

α en radian (rad)

α sans dimension

II.2.2. Unité d'angle solide

L'angle solide dans l'espace tridimensionnel : défini comme le rapport de la surface d'une partie d'une sphère sur le rayon R au carré.



$$\Omega = S/R^2$$

Ω en stéradian (sr)

Ω sans dimension

II.2.3. Unités dérivées

Exemples :

	Force	Pression	Travail	Puissance
dimension	$M L T^{-2}$	$M L^{-1} T^{-2}$	$M L^2 T^{-2}$	$M L^2 T^{-3}$
unité dérivée (SI)	newton N	pascal Pa	joule J	watt W

II.2.4. Unités admises

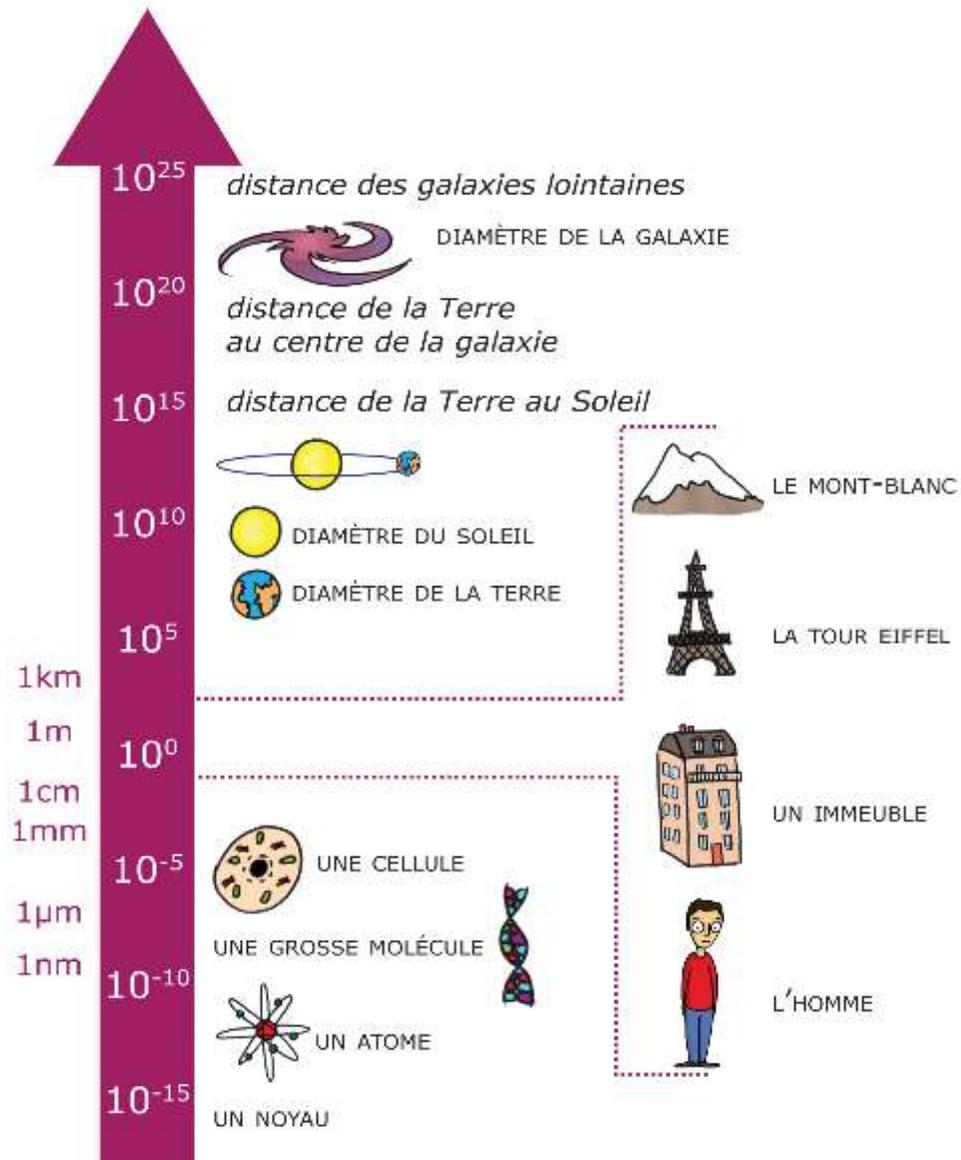
Certaines unités ne dérivent pas des unités SI mais sont admises car bien adaptées à certains champs scientifiques.

Exemples :

Symbole	Nom	Dimension	Grandeur physique
min	minute	T	60 s
h	heure	T	60 min
j	jour	T	24 h
°	degré d'angle	1	$(\pi/180)$ rad
'	minute d'angle	1	$(1/60)^\circ$
L ou ℓ	litre	L ³	10 ⁻³ m ³
eV	électronvolt	M L ² T ⁻²	1,6.10 ⁻¹⁹ J

II.3 Multiples et sous multiples des unités de mesure

II.3.1 ordres de grandeur



A savoir !

II.3.2 Préfixes du SI

1 000 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{24}	yotta Y
1 000 000 000 000 000 000 000 = 10^{21}	zetta Z
1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	exa E
1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	peta P
1 000 000 000 000 = 10^{12}	téra T
1 000 000 000 = 10^9	giga G
1 000 000 = 10^6	méga M
1 000 = 10^3	kilo k
100 = 10^2	hecto h
10 = 10^1	déca da
1 = 10^0	unité
0,1 = 10^{-1}	déci d
0,01 = 10^{-2}	centi c
0,001 = 10^{-3}	milli m
0,000 001 = 10^{-6}	micro μ
0,000 000 001 = 10^{-9}	nano n
0,000 000 000 001 = 10^{-12}	pico p
0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}	femto f
0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}	atto a
0,000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-21}	zepto z
0,000 000 000 000 000 000 000 001 = 10^{-24}	yocto y
0,000 000 000 1 = 10^{-10}	mètre ångstrom Å

Source : http://www.aly-abbara.com/echographie/biometrie/unites_mesures.html

III. Equations aux dimensions

III.1. Définition

L'équation aux dimensions d'une grandeur G est l'expression de cette grandeur en fonction des 7 grandeurs fondamentales :

dimension de $G=[G]$

$$[G]=L^a M^b T^c I^d \theta^e N^f J^g$$

avec a, b, c, d, e, f, g appartenant à Q (rationnels)

III.2. Applications

III.2.1. Dimension et unité d'une grandeur dérivée ou de constantes universelles

On peut retrouver la dimension d'1 grandeur physique à partir de lois physiques élémentaires.

- vitesse v : $v = \frac{dx}{dt}$ donc $[vitesse] = L T^{-1}$

et unité SI de vitesse = $m.s^{-1}$

- accélération a : $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$

donc $[accélération] = L T^{-2}$; unité SI d'accélération = $m.s^{-2}$ 30

- Force F : $F = m a = m \frac{dv}{dt}$

F = masse X accélération;

[force]=M L T⁻²; unité SI de force=1 kg.m.s⁻²= 1 N

- Tension superficielle γ : $\|\vec{dF}\| = \gamma dL$

$\|\vec{dF}\|$ = force de tension superficielle

γ = tension superficielle ; dL = longueur

$$\gamma = \frac{\|\vec{dF}\|}{dL} \quad [\gamma] = \frac{M L T^{-2}}{L} = M T^{-2}$$

unité SI de tension superficielle : N.m⁻¹

- angle plan : $\alpha=L/R$

$$[\alpha]=L/L=1 \text{ ou « sans dimension »}$$

- Indice de réfraction en optique : $n=c/v$

avec c =vitesse lumière dans vide

v = vitesse lumière dans milieu

$$[n]=L T^{-1}/ (L T^{-1})=1 \text{ ou « sans dimension »}$$

- surface S d'un rectangle = longueur X largeur

$$[S] = L^2, \text{ unité SI} = m^2$$

- travail (ou énergie) $W = \text{force} \times \text{distance}$;

force = masse \times accélération

accélération = vitesse / temps; vitesse = distance / temps

$$[W] = M (L T^{-1}) T^{-1} L = M L^2 T^{-2}$$

- Puissance $P = \text{travail} / \text{temps}$

$$[P] = M L^2 T^{-3}$$

- Charge électrique q : $i = \frac{dq}{dt}$ donc $[q] = I T$.

- Différence de potentiel électrique V :

Energie=qV; [énergie]=ML²T⁻²

$$[V] = \frac{ML^2 T^{-2}}{IT} \quad [V] = ML^2 T^{-3} I^{-1}$$

- Résistance électrique R

U=ΔV=Ri ;

U=tension; ΔV=différence de potentiel électrique;

i=intensité électrique.

$$[R] = [\Delta V]/[i] = M L^2 T^{-3} I^{-2}$$

Donc 1 Ω = 1 kg.m².s⁻³.A⁻²

- Constante de gravitation **G**

force d'interaction gravitationnelle :

$$\|\vec{F}\| = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad G = \|\vec{F}\| \frac{r^2}{m_1 m_2}$$

$$[F] = M L T^{-2}; [r] = L; [m_1] = [m_2] = M$$

$$\text{Donc } [G] = M L T^{-2} L^2 M^{-2} = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

$$\text{Effectivement : } G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

- Constante de Planck **h**

Elle relie l'énergie E d'un photon à sa fréquence ν :

$$E = h \nu$$

$$[h] = [E] / [\nu]$$

$$[E] = ML^2T^{-2}$$

$$[\nu] = T^{-1}$$

$$[h] = ML^2T^{-2} / T^{-1} = ML^2T^{-1}$$

Effectivement : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$

III.2.2. Changement de système d'unités

Calculer combien une unité d'un système vaut d'unités de la même grandeur d'un autre système.

Exemple 1 : passer du travail en SI (joule) en unité de travail en CGS (erg)

dimension travail = $[W] = M L T^{-2}$ $L = M L^2 T^{-2}$

$$\frac{1 U_W (\text{SI})}{1 U_W (\text{CGS})} = \frac{1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}} = \frac{1000 \cdot 100^2 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{1 \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{s}^{-2}}$$

$$\frac{1 U_W (\text{SI})}{1 U_W (\text{CGS})} = 10^7$$

d'où $1 U_W (\text{SI}) = 10^7 U_W (\text{CGS})$

donc $1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg}$

Exemple 2 : passer de la force en CGS (dyne) en unité de force en SI (newton)

dimension force $= [F] = M L T^{-2}$

$$\frac{1 U_F (\text{CGS})}{1 U_F (\text{SI})} = \frac{1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}}{1 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}} = \frac{1 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}}{1000 \text{ g} \cdot 100 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}}$$

$$\frac{1 U_F (\text{CGS})}{1 U_F (\text{SI})} = 10^{-5}$$

$$1 \text{ U}_F (\text{CGS}) = 10^{-5} \text{ U}_F (\text{SI})$$

$$1 \text{ dyn} = 10^{-5} \text{ N}$$

III.2.3. Vérification homogénéité des formules

Dans 1 formule, les 2 membres d'une égalité doivent avoir la même dimension.

Dans 1 même membre d'une égalité, tous les termes d'une somme (ou d'une différence) doivent avoir la même dimension.

Un vecteur ne peut être additionné qu'à 1 vecteur et non à 1 scalaire.

Exemple : $E_0 = mc^2$

E_0 = énergie; c = vitesse lumière dans le vide;

m = masse particule

$[E_0] = [\text{force}] \times [\text{distance}] = M L^2 T^{-2}$

$[c] = L T^{-1}$

donc $[mc^2] = M L^2 T^{-2}$ donc on a bien : $[E_0] = [mc^2]$

III.2.4. Analyse dimensionnelle

Permet de calculer les exposants dans 1 relation entre grandeurs différentes, lorsqu'on n'est pas sûr de la relation par exemple.

Exemple de la loi de Stokes : force de frottement d'1 fluide visqueux sur 1 sphère en déplacement dans ce fluide.

$$F = k \eta^a r^b v^c \quad \text{où} \quad \begin{array}{l} k = \text{cte sans dimension, } [k] = 1 \\ \eta = \text{viscosité du fluide en Pa.s} \\ r = \text{rayon de la sphère} \\ v = \text{vitesse de la sphère} \end{array}$$

$$F = k \eta^a r^b v^c \text{ (eq 1)}$$

$$[F] = M L T^{-2}$$

η en Pa.s

donc $[\eta] = \text{pression} \times \text{temps} = (\text{force/surface}) \times \text{temps}$

$$[\eta] = M L T^{-2} L^{-2} T = M L^{-1} T^{-1}$$

$$[r] = L \quad ; \quad [v] = L T^{-1}$$

$$\text{Donc dans (eq 1) : } M L T^{-2} = 1 M^a L^{-a} T^{-a} L^b L^c T^{-c}$$

$$M^1 L^1 T^{-2} = M^a L^{-a+b+c} T^{-a-c}$$

[membre de gauche] = [membre de droite]

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = a \\ 1 = -a + b + c \\ -2 = -a - c \rightarrow c = -1 + 2 = 1 \end{array} \right.$$

$$b=1+a-c=1$$

D'où la loi de Stokes : $F = k \eta^a r^b v^c$ avec $a=b=c=1$

$$F = k \eta r v$$

Effectivement, loi de Stokes : $\vec{F} = -6\pi \eta r \vec{v}$

Exemple de la loi de Poiseuille pour l'écoulement laminaire d'un fluide visqueux dans un tube cylindrique horizontal

$$D = k \frac{r^a}{\eta^b L} \Delta P^c$$

Avec D = débit volumique : $[D] = L^3 T^{-1}$

r = rayon du tube : $[r] = L$

η = viscosité du liquide : $[\eta] = M L^{-1} T^{-1}$

ΔP = différence de pression de part et d'autre du tube : $[\Delta P] = M L^{-1} T^{-2}$

k = constante sans dimension : $[k] = 1$.

$$D = k \frac{r^a}{\eta^b L} \Delta P^c$$

$$\text{d'où } L^3 T^{-1} = 1 \frac{L^a}{M^b L^{-b} T^{-b} L} M^c L^{-c} T^{-2c}$$

$$\text{d'où } L^3 T^{-1} M^0 = L^{a+b-1-c} T^{b-2c} M^{c-b}$$

$$\text{par identification : } \begin{cases} 0 = c - b \\ -1 = b - 2c \\ 3 = a + b - 1 - c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0=c-b \\ -1=b-2c \\ 3=a+b-1-c \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} c=b \\ -1=c-2c=-c \text{ donc } c=1 \\ 3=a-1 \text{ donc } a=4 \end{cases}$$

$$D=k \frac{r^4}{\eta L} \Delta P \quad \text{pour tube cylindrique horizontal}$$

avec, d'après la loi de Poiseuille : $k = \frac{\pi}{8}$

III.2.5. Loi d'échelle

Source : F. Vandenbrouck

http://www.physique-appliquee.net/cim/module1/Metrologie/analyse_dimensionnelle.pdf

Déf : « une loi d'échelle est une loi décrivant les variations d'une grandeur donnée en fonction d'une autre pour des ordres de grandeur variés de cette dernière »

- Exemple culinaire : recette du fondant au chocolat

Recette pour 6 à 8 pers.

{ 250 g de chocolat
3 œufs
60 g de farine
80 g de sucre
80 g de beurre

Cuisson : 17 min à 180 °C (= 453,15 K !)

Si 12 invités, on souhaite le double de la recette.

Question : Quel temps de cuisson pour avoir le même « fondant » ?

Définition d'une « cuisson à point » : en 1 point le plus éloigné de la surface du gâteau, la température atteint une certaine valeur. Le problème est donc lié à la conduction de chaleur. Le temps caractéristique cherché ne dépend que des propriétés physiques du système (gâteau).

Les paramètres physiques à retenir sont :

→ la diffusivité thermique D ; $[D]=L^2 T^{-1}$

→ masse volumique μ du gâteau ; $[\mu]=M L^{-3}$

→ masse m du gâteau ; $[m] = M$

→ temps t ; $[t] = T$

$$D^a \mu^b m^c t^d = C$$

C= constante sans dimension

$$(L^{2a} T^{-a}) (M^b L^{-3b}) (M^c) (T^d) = 1$$

$$L^{2a-3b} T^{-a+d} M^{b+c} = 1$$

$$L^{2a-3b} T^{-a+d} M^{b+c} = L^0 T^0 M^0$$

Par identification :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = -a+d \rightarrow a=d \\ 0 = 2a-3b \rightarrow b= 2a/3 \\ 0 = b+c \rightarrow c=-b \end{array} \right.$$

$$D^a \mu^{2a/3} m^{-2a/3} t^a = C = K^a$$

$$t = \frac{K}{\mu^{2/3} D} m^{2/3}$$

K = constante

Loi d'échelle reliant t à m.

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{m_2^{2/3}}{m_1^{2/3}}$$

Hypothèse : μ , D et K gardent des valeurs similaires, pour le fondant au chocolat de masse m_1 et celui de masse $m_2 = 2 m_1$.

$$t_2 = \frac{(2m_1)^{2/3}}{m_1^{2/3}} t_1 = 2^{2/3} t_1 = 2^{2/3} \times 17 = 27 \text{ min}$$

IV. Erreurs, incertitudes

Chaque grandeur issue de mesures expérimentales est **potentiellement soumise à des erreurs, incertitudes** et approximations. Le calcul d'incertitude permet d'estimer la propagation sur un résultat final des erreurs faites séparément sur chaque mesure.

Différents types d'erreurs → valeurs fausses
(valeur trouvée \neq valeur vraie)

L'erreur d'1 mesure possède 1 valeur précise, >0 ou <0 , mais en général inconnue.

L'incertitude sur 1 mesure, ou sur 1 grandeur extraite de mesures, est toujours >0 et implique la notion d'intervalle de confiance où doit se trouver la valeur vraie.

IV. 1. Différents types d'erreurs

IV.1.1 Erreurs aléatoires

- Interviennent au hasard lors d'une mesure, sont caractérisées par une dispersion, fluctuation autour d'une valeur moyenne.
- Problème de **fidélité** du mesurage

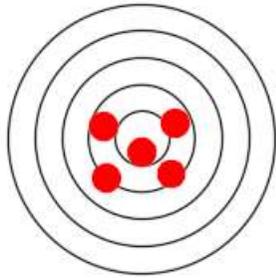
Moyenne, écart-type...

Causes : bruit électronique d'un appareil de mesure, erreur de lecture de l'expérimentateur,...

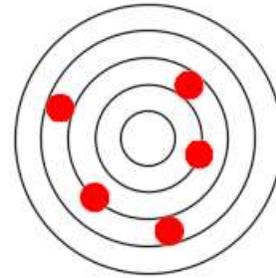
IV.1.2 Erreurs systématiques

Elles interviennent toujours dans le même sens : problème de **justesse, d'exactitude** (biais) lors du mesurage.

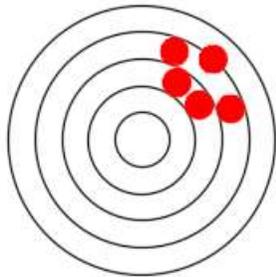
Causes : problème étalonnage d'un instrument, par exemple zéro d'une balance décalé, exemple étalonnage du réfractomètre avec eau...



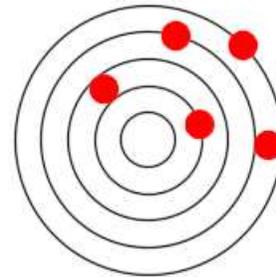
Estimation précise et non biaisée



Estimation peu précise mais non biaisée



Estimation précise mais biaisée



Estimation peu précise et biaisée

Source : A. Caussariou et H. Ayari « incertitudes de mesure dans l'approche métrologie, congrès EPS 11/07/2016.

Mesure exacte = juste et fidèle.

IV. 2. Incertitude d'1 mesure

Soit G une grandeur physique fonction de 3 grandeurs X, Y et Z indépendantes dont on a réalisé les mesures x, y et z avec des erreurs maximales respectives Δx , Δy et Δz .
L'estimation de G est donnée par $g=f(x,y,z)$.

G = (g ± Δg) unité

où **Δg = incertitude absolue, >0, avec une unité** (la même que g)

$\frac{\Delta g}{|g|}$ = incertitude relative, > 0, sans unité

L'incertitude relative peut s'exprimer en % : $100 \times \frac{\Delta g}{|g|}$ ⁵⁶

IV. 2.1 Incertitude sur une somme ou une différence

$$g = x + y - z$$

$$\Delta g = \Delta x + \Delta y + \Delta z$$

IV. 2.2 Incertitude sur un produit ou une division

$$g = \frac{xy}{z}$$

$$\frac{\Delta g}{|g|} = \frac{\Delta x}{|x|} + \frac{\Delta y}{|y|} + \frac{\Delta z}{|z|}$$

IV. 2.2 Incertitude plus générale

$$g = \frac{x + y}{z} = \frac{w}{z}$$

$$\frac{\Delta g}{|g|} = \frac{\Delta w}{|w|} + \frac{\Delta z}{|z|} = \frac{\Delta(x+y)}{|x+y|} + \frac{\Delta z}{|z|}$$

$$\frac{\Delta g}{|g|} = \frac{\Delta x + \Delta y}{|x+y|} + \frac{\Delta z}{|z|}$$

IV. 2.3 Rendu du résultat

Chiffre significatif : Les chiffres significatifs d'un nombre sont les chiffres qu'il contient sans tenir compte des 0 situés avant le 1^{er} chiffre non nul et sans tenir compte de la puissance de 10 éventuellement associée.

Ex : combien de chiffres significatifs y a-t-il dans :

1,7 a 2 chiffres significatifs

1,70 a 3 chiffres significatifs

0,17 a 2 chiffres significatifs

$1,7 \cdot 10^2$ a 2 chiffres significatifs

Arrondis : Pour arrondir un résultat à n chiffres significatifs, on regarde le $(n+1)^{\text{ème}}$ chiffre. Si ce $(n+1)^{\text{ème}}$ chiffre est ≥ 5 on ajoute 1 au $n^{\text{ème}}$ chiffre.

Ex : Arrondir à 2 chiffres significatifs :

1,71 donne 1,7

1,75 donne 1,8

0,0172 donne 0,017

17,8 donne 18

Si on veut écrire un nombre en notation scientifique :

- Un seul chiffre entre 1 et 9
- Suivi éventuellement d'une virgule et de chiffres
- Une puissance de 10

Ex de notations scientifiques avec 2 chiffres significatifs:

120 000 s'écrit $1,2 \cdot 10^5$

0,0012 s'écrit $1,2 \cdot 10^{-3}$

0,01 s'écrit $1,0 \cdot 10^{-2}$

Important : Comment rendre un résultat ?

$$G = (g \pm \Delta g) \text{ unité}$$

- Pour l'incertitude absolue Δg : garder **1 chiffre significatif** et majorer.
- La grandeur g et son incertitude absolue Δg sont exprimées avec la **même unité**, la **même puissance de 10** et le **même nombre de chiffres après la virgule**.
La grandeur g est arrondie.
- Δg est **toujours positif** et doit être inférieur à g .

Exemple : on mesure la viscosité d'une solution et son incertitude absolue :

$$\eta = 0,0015815 \text{ Pa.s avec } \Delta\eta = 0,000234 \text{ Pa.s}$$

Incertitude : 1 chiffre significatif et majorer

$$\text{Donc } \Delta\eta = 0,0003 \text{ Pa.s}$$

Viscosité η : Garder également 4 chiffres après la virgule et arrondir la valeur.

$$\text{Donc } \eta = 0,0016 \text{ Pa.s}$$

Exemple : on mesure la viscosité d'une solution et son incertitude absolue :

$$\eta = 0,0015815 \text{ Pa.s avec } \Delta\eta = 0,000234 \text{ Pa.s}$$

Incertitude : 1 chiffre significatif et majorer
Donc $\Delta\eta = 0,0003 \text{ Pa.s}$

Viscosité : Garder également 4 chiffres après la virgule et arrondir la valeur.

$$\text{Donc } \eta = 0,0016 \text{ Pa.s}$$

Rendre le résultat : $\eta = (0,0016 \pm 0,0003) \text{ Pa.s}$

$$\text{ou } \eta = (1,6 \pm 0,3) 10^{-3} \text{ Pa.s}$$

$$\text{ou } \eta = (1,6 \pm 0,3) \text{ mPa.s}$$

Merci pour votre attention !