

Annale 2023/2024

Probabilités, variables aléatoires, intervalle de confiance

C. BARDEL

CC, QCM 9

Le volume expiratoire maximal par seconde (VEMS) correspond au volume d'air expiré pendant la première seconde d'une expiration forcée suite à une inspiration profonde. À partir d'un échantillon aléatoire de 250 hommes âgés de 20 à 29 ans, on a pu estimer le VEMS moyen à 3,4 L et son écart-type à 0,6 L. Vous ne ferez aucun arrondi dans les calculs intermédiaires. Les résultats finaux seront donnés avec 2 chiffres après la virgule. Parmi les propositions ci-dessous, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s)

- A. la borne sup. de l'intervalle de confiance à la confiance 0,95 du VEMS moyen dans la population des hommes âgés de 20 à 29 ans vaut 3,47 L
- B. la borne inf. de l'intervalle de confiance à la confiance 0,968 du VEMS moyen dans la population des hommes âgés de 10 à 29 ans vaut 3,31 L
- C. la borne inférieure de l'intervalle de confiance à la confiance 0,95 du VEMS moyen dans l'échantillon des hommes âgés de 10 à 29 ans vaut 3,32 L
- D. la borne supérieure de l'intervalle de confiance à la confiance 0,90 du VEMS moyen l'échantillon des hommes âgés de 10 à 29 ans vaut 3,46 L
- E. toutes choses égales par ailleurs, pour diminuer la largeur d'un intervalle de confiance, on peut augmenter la taille de l'échantillon étudié

CC, QCM 10

Le BNP (Brain Natriuretic Peptide) est un utilisé comme biomarqueur de l'insuffisance cardiaque. On définit la variable aléatoire X modélisant la concentration en BNP dans une population d'hommes âgés a priori sain. On considère que cette variable X suit une loi de Gauss d'espérance $\mu_X=80\text{ng/mL}$ et d'écart-type $\sigma_X=30\text{ ng/mL}$. On considère qu'un patient ayant une concentration de BNP supérieure à 100 a un risque d'être atteint d'insuffisance cardiaque. On s'intéresse à un échantillon aléatoire simple constitué de 50 hommes âgés a priori sain. On définit les variables aléatoires suivantes :

- Y : « nombre de patients de l'échantillon ayant un risque d'être atteint d'insuffisance cardiaque »
- Z : « proportion de patients ayant un risque d'être atteint d'insuffisance cardiaque dans l'échantillon »

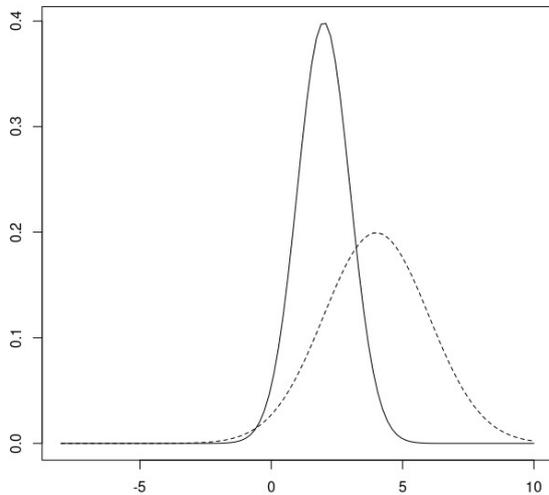
Les résultats des calculs seront donnés avec 2 chiffres après la virgule.

Parmi les propositions ci-dessous, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s)

- A. La borne supérieure de l'intervalle de fluctuation, à la confiance 0,95, de la concentration moyenne en BNP vaut 88,32
- B. La probabilité qu'un individu de l'échantillon ait un risque d'être atteint d'insuffisance cardiaque est inférieure à 2×10^{-5}
- C. la variable aléatoire Y suit une loi de Bernoulli de paramètre p environ égal à 0,25
- D. la variable aléatoire Z suit approximativement une loi normale d'espérance $\mu_Z \simeq 0,25$ et d'écart-type $\sigma_Z \simeq 0,06$
- E. la probabilité d'avoir exactement un patient à risque d'insuffisance cardiaque dans l'échantillon vaut environ $50 \times 0,25 \times 0,75^{49}$

CC, QCM 11

Soient U et V , 2 variables aléatoires Gaussiennes dont les densités de probabilité sont représentées sur la figure ci-dessous, en traits pleins pour V et en pointillés pour U . Parmi les propositions suivantes relatives aux variables aléatoires et aux intervalles de confiances, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s).



- A. on voit sur la figure que $E(U) > E(V)$
- B. on voit sur la figure que $\text{var}(U) > \text{var}(V)$
- C. les bornes de l'intervalle de confiance dépendent de l'échantillon considéré
- D. un intervalle de confiance est forcément bilatéral
- E. soit T l'estimateur de θ , le biais de T se calcule ainsi : $E(T) - \theta$

CC, QCM 12

Un médicament pouvant être pris par les enfants, les adultes ou les seniors, existe sous 2 formes : poudre à diluer ou comprimé à avaler. Parmi les patients qui prennent ce médicament, 20% sont des enfants et 50% sont des adultes de moins de 65 ans. 90% des enfants qui prennent ce médicament utilisent la forme « poudre à diluer » alors que 80% des adultes de moins de 65 ans préfèrent la forme « comprimé ». On sait aussi que 15% des personnes prenant le médicament sont des seniors utilisant la forme « comprimé ».

Parmi les propositions ci-dessous, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s) :

- A. Parmi les individus prenant le médicament, 40% sont des adultes ayant choisi la forme « comprimé »
- B. Parmi les individus prenant le médicament, 10% sont des enfants ayant choisi la forme « comprimé »
- C. Parmi les individus prenant le médicament, 57% ont choisi la forme « comprimé »
- D. On choisit aléatoirement un individu ayant choisi la forme « comprimé », la probabilité qu'il s'agisse d'un adulte de moins de 65 ans vaut environ 0,7
- E. La moitié des seniors ont choisi la forme « comprimé »

CT

On réalise une étude sur une pathologie P pour laquelle il existe différents niveaux de gravité allant de $G1$ (le moins grave) à $G4$ (le plus grave). Dans une population de patients atteints de la pathologie P , on a constaté que 40% des individus sont au niveau de gravité $G1$, 30% au niveau $G2$, 20% au niveau $G3$ et 10% au niveau $G4$. Des études précédentes ont montré que, tout niveaux de gravité confondus, la survie des patients 3 ans après le diagnostic est de 65%. On sait par ailleurs que parmi les personnes atteintes de la pathologie P de niveau de gravité $G3$, la probabilité de survie 3 ans après le diagnostic vaut 50% et que la probabilité qu'un patient atteint de la pathologie P soit vivant 3 ans après le diagnostic et de niveau de gravité $G4$ vaut 0,02.

- A. 80% des personnes atteintes de la pathologie P au niveau G4 décèdent dans les 3 ans suivant le diagnostic
- B. si on considère un patient décédé moins de 3 ans après le diagnostic, la probabilité qu'il soit de niveau de gravité G_4 vaut 0,8
- C. 10% des personnes atteintes de la pathologie P sont de niveau de gravité G_3 et sont vivants 3 ans après le diagnostic
- D. la probabilité qu'une personne atteinte de la maladie P soit de niveau de gravité G_3 ou G_4 et encore vivant 3 ans après le diagnostic vaut 0,12
- E. 40% des personnes atteintes de la pathologie P de niveau de gravité G3 ou G4 sont encore vivantes 3 ans après le diagnostic