Université Claude Bernard Lyon 1

Tutorat Lyon Est

Année Universitaire 2019 – 2020

Unité d'Enseignement 4

Correction Annale 2016-2017

14 questions

60 minutes

Myriam SAAF
Aurélien FLECHE
Maxime RENAULT

<u>Correction rapide</u>

Questions	Item(s) juste(s)
1	ACE
2	A
3	AD
4	AD
5	CDE
6	ABCE
7	BD
8	B
9	ACD
10	C
11	CDE
12	ACD
13	ABCDE
14	BDE

Attention !

Ces corrections vous sont proposées par les tuteurs et responsables d'UE 4. Ce ne sont pas des corrections officielles. Elles n'ont aucune valeur aux yeux de la loi et ne peuvent pas être utilisées pour contester les résultats des concours de PACES.

Question 1 : ACE

A VRAI La fonction est bien linéaire (que des termes du type y, y', y'', ...), du 2ème ordre (2x(2)), à coefficients non constants (sin(t) dépend de x'), et avec second membre (4cos(t)).

B FAUX 3C' + C = 0 ⇔ C' = $-\frac{C}{3}$

La solution de l'ED (Équation Différentielle) est C(t)= -1$e^{-\frac{1}{3}t}$.
Cette solution est de la forme (t) = $y_0 e^{kt}$ avec y_0 et k négatifs, donc la fonction solution est croissante.

C VRAI y' – 4sin($2x$) x y = 0 ⇔ y' = 4sin($2x$) x y

La solution d'une ED de la forme $y\,'$ = (x) * y a pour solution (x) = y_0 $e^{G(x)}$.
Il faut donc calculer la primitive de -4sin($2x$) qui est -2cos($2x$).
La solution de l'ED est y(x) = λ$e^{-2\cos(2x)}$.

D FAUX L'équation est d'ordre 2, il faut donc deux conditions initiales pour résoudre cette équation différentielle.

E VRAI On remplace dans l'ED proposée y par sa valeur et y' par la dérivé de y (y'(t)=$-\frac{2}{t^2}$), on trouve que ça vaut 0 => 2y' +2y² =0 en prenant y'=$-\frac{2}{t^2}$ et y²=$(\frac{2}{t})^2$.

Question 2 : A

A VRAI L'équation différentielle traduisant la variation de la concentration plasmatique C est : $\frac{dC}{dt}$ = $-k_e.C \Longleftrightarrow C' + k_e C = 0$. On voit donc que la dose administrée C_0 n'intervient pas dans cette ED.

B FAUX Nous savons que $T_{1/2}$ correspond au temps pour lequel $C = C_0/2$ $T_{1/2}$ = $\frac{ln\ 2}{k_e}$ ainsi, si la constante d'élimination k_e diminue, alors $T_{1/2}$ augmente.

C FAUX C'est l'inverse, dans une administration du PA par voie orale, la concentration initiale du PA dans le compartiment d'absorption est $C_\alpha(0)$ = $\frac{D}{V}$ (D étant la dose et V étant le volume de distribution) alors que la concentration dans le compartiment centrale est C(0) = 0.

D FAUX Ce système d'équations est un système différentiel linéaire, du 1er ordre, à coefficients constants et sans second membre : en effet on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \frac{dC_a}{dt} = -k_a C_a & (avec\ \ C_a(0) = \frac{D}{V}) \\ \frac{dC}{dt} = k_a C_a - k_e C & (avec\ \ C(0) = 0) \end{cases}$$

E FAUX L'équation différentielle caractérisant la concentration C_α dans le compartiment d'absorption est : $\frac{dC_a}{dT}$ = $-k_a C_a$. La constante d'élimination k_e n'intervient que dans l'équation différentielle caractérisant la concentration C dans le compartiment central.

Question 3 : AD

Quand on aborde ce genre d'exercice il faut toujours se demander si les données qui nous sont données dans l'énoncé sont tirées d'un échantillon ou de la population générale.
Ici les données sont relatives à l'échantillon donc on va seulement pouvoir calculer des intervalles de confiance. A partir d'une estimation on va construire un intervalle de confiance qui va contenir la vraie valeur (dans la population) selon une probabilité 1-α.
Dans les propositions 1,96 correspond à $z_{\frac{\alpha}{2}}$ soit $z_{0,025}$. On regarde dans la deuxième table (on connait p et on cherche z).

A VRAI On applique la formule du cours pour calculer un intervalle de confiance d'une moyenne :

$$\boxed{ic_{1-\alpha}(\mu) = \left[m - z_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}} ; m + z_{\alpha/2} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right]}$$

On remplace $z_{\frac{\alpha}{2}}$ par la valeur trouvée dans la table, soit 1,96.

B FAUX Cette formule est tout simplement fausse (cf item A pour la bonne formule).

C VRAI C'est la formule du cours.

D FAUX Pour vérifier les conditions de validité d'un intervalle de confiance d'une proportion, on utilise la taille de l'échantillon n et les bornes de l'intervalle calculé f_1 et f_2.

E VRAI Cf. D

Question 4 : AD

Tout d'abord, on se note toutes les données qui semblent importantes :

- m = 175 cm
- s = 10 cm
- X : variable aléatoire modélisant la taille des hommes dans TOUTE LA France
- M_{100} : variable aléatoire modélisant la taille moyenne des hommes dans un échantillon de 100 personnes (donc n=100)

A VRAI X modélise la taille des hommes en France. X → N (175 ; 10)
M100 modélise la taille moyenne dans un échantillon de 100 hommes français.
M100 suit une loi normale (Combinaison Linéaire de variables qui suivent des lois normales), de paramètres $\mu_{M100} = \mu_X = 175$ et $\sigma_{M100} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{100}} = 1$
Finalement, M100 → N (175; 1)

On cherche la valeur x telle que P(X > x) = 0, 254

$$P(X > x) = 0{,}254 \Leftrightarrow P(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X} > \frac{x - \mu_X}{\sigma_X}) = 0{,}254$$

$P(X > x) = 0{,}254 \Leftrightarrow P(Z > z) = 0{,}254$ avec Z→ N(0 ;1)
On lit la valeur de z dans la Table 2 : z = 0, 662

$$z = \frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \Leftrightarrow x = \mu_X + \sigma_X \times z$$

On trouve x = 175 + 10 × 0, 662 = 181, 62

B FAUX ATTENTION ! Ici on parle de la taille MOYENNE, dans l'énoncé la variable modélisant cela s'appelle M_{100}, M_{100} suit donc une loi de paramètre m=175cm et s=$\frac{10}{\sqrt{100}}$=1.

On cherche donc P(M_{100}>$\frac{173.83-175}{1}$) = P(M_{100}>$\frac{173.83-175}{1}$) = P($M_{100} > -1.17$) = P($M_{100} < 1.17$).

On lit cette probabilité dans la table de la fonction de répartition, on trouve 0.879.

X étant la variable aléatoire modélisant la taille des hommes *en France* et non pas dans *un échantillon,* on utilise cette formule pour trouver un intervalle de confiance à 95% : [m ± 1.96 x s]

On trouve donc : 175 ± 1.96x10 => soit [155.4 ; 194.6] => item D VRAI et item C et E FAUX

Question 5 : CDE

A FAUX La VPP correspond à la probabilité d'être malade sachant que le test est positif. On calcule donc la VPP pour un patient ayant des lésions depuis 5ans, et pour un patient ayant des lésions depuis 10ans.

On peut ici utiliser la formule donnée dans le formulaire

$$VPP = \frac{P(T+|\mathrm{M}) \times \mathrm{P(M)}}{P(T+|\mathrm{M}) \times \mathrm{P(M)} + P(T+|\bar{M}) \times \mathrm{P}(\bar{M})} = \frac{Sensibilité \times \mathrm{P(M)}}{Sensibilité \times \mathrm{P(M)} + (1-spécificité) \times \mathrm{P}(\bar{M})}$$

On remarque directement que pour que VPP=1 il faut que (1-spécificité) = 0 ou que P($\bar{M}$) = 0

Or ici spécificité = 0.9 et P($\bar{M}$)= 0.1 à 5ans et 0.2 à 10ans

On peut tout de même calculer ces valeurs :

$VPP_5 = \frac{1 \times 0.1}{1 \times 0.1+(1-0.9) \times 0.9} = \frac{0.1}{0.19}$ $\quad VPP_{10} = \frac{1 \times 0.2}{1 \times 0.2+(1-0.9) \times 0.8} = \frac{0.2}{0.28}$

B FAUX En effet $\frac{0.1}{0.19} < \frac{0.2}{0.28}$; donc $VPP_5 < VPP_{10}$

C VRAI Ici on recherche la probabilité d'avoir un test positif sachant qu'on n'a pas de lésions précancéreuses ou cancéreuses, soit P(T+|$\bar{M}$).

P(T+|$\bar{M}$) = 1-P(T-|$\bar{M}$)
= 1-spécificité
= 1-0.9
= 0.1

D VRAI Pour cet exercice on notera M_{10} l 'événement « avoir des lésions sachant que la maladie évolue depuis 10ans » et $\bar{M}_{10}$ l'événement « ne pas avoir de lésions sachant que la maladie évolue depuis 10ans »

Ainsi P(T+) chez les patients dont la maladie évolue depuis 10ans est :

P(T+) = P(T+ ∩ M_{10}) + P(T+ ∩ $\bar{M}_{10}$)
= P(T+/M_{10}) x P(M_{10}) + P(T+/$\bar{M}_{10}$) x P($\bar{M}_{10}$)
= 1x 0.2 + 0.1 x 0.8
= 0.28

E VRAI On sait que sensibilité= P(T+/M) = 1

Cette donnée nous permet d'affirmer que le résultat du test sera nécessairement positif s'il y a des lésions. Un test négatif sera donc nécessairement la preuve d'une absence de lésions.

Attention cependant, étant donné que spécificité≠1 il existe des faux positifs, il serait donc faux de dire que tous les testés positifs ont des lésions.

Question 6 : ABCE

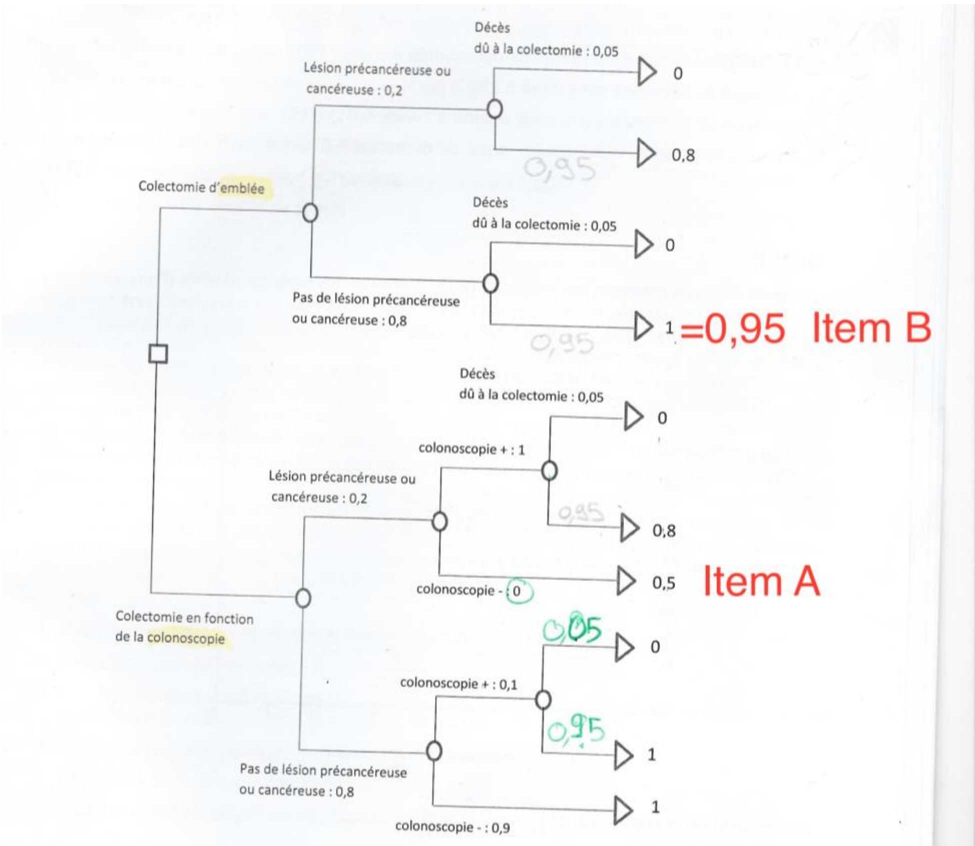
A VRAI Correspond à la septième valeur de la dernière colonne. En effet, ce 0,5 correspond à une lésion précancéreuse ou cancéreuse (1ère boucle) et un choix de ne pas faire de colectomie (2ème boucle). Même si la probabilité de suivre ce chemin est nulle (probabilité=0 de ne pas faire de colectomie sachant que la colonoscopie est positive) on peut lire sur l'arbre que cette probabilité est égale à 50%.

B VRAI Le 0,95 est obtenu grâce à sa complémentaire à 1 : 0,05. On n'utilise pas le 0,8 dans le calcul car on sait déjà que le sujet est un patient n'ayant pas de lésion. On a donc 0,95 x 1 = 0,95

C VRAI Les valeurs utilisées dans ce calcul sont toutes issues du tableau :
0,8 x 0,95 x 1 x 0,2 l'utilité attendue dans le cas d'un succès de la colectomie pour un patient ayant des lésion précancéreuse ou cancéreuse détectée par colonoscopie.
1 x 0,95 x 0,1 x 0,8 l'utilité attendue dans le cas d'un succès de la colectomie pour un patient n'ayant pas de lésion précancéreuse mais dont la colonoscopie a été positive.
1 x 0,9 x 0,8 l'utilité attendue dans le cas d'une absence de colectomie pour un patient ne présentant pas de lésion cancéreuse ou précancéreuse dont la colonoscopie a été négative.
Les 3 autre chemins envisageables dans le cas de la colectomie en fonction de la colonoscopie ont chacun une utilité de 0 car il y a présence d'un facteur égal à 0 dans le calcul.

D FAUX Cf item C.

E VRAI Utilité « colectomie d'emblée » = 0,912
Utilité « colectomie en fonction de la colonoscopie » = 0,948
L'utilité de la colectomie en fonction de la colonoscopie est donc plus grande.



Question 7 : BD

A FAUX Dans une étude analytique on recherche la cause d'une maladie. Or ici on regarde simplement le nombre de cas de démence apparus sur 5 ans, c'est-à-dire l'incidence de la maladie. Il s'agit donc d'une étude d'épidémiologie descriptive.

B VRAI On utilise la formule du taux d'incidence :

$$\lambda = \frac{nombre\ de\ nouveaux\ cas}{nombre\ de\ personnes\ années} = \frac{20}{2000\ * 5} = \frac{20}{10000} = \frac{2}{1000}$$

C FAUX Le risque est la probabilité d'avoir développé la maladie au temps t. On ne parle pas de risque comme ça mais de risque à un certain temps t, par exemple à 5 ans comme dans l'item D.

D VRAI Ici le risque de démence à 5 ans correspond à la probabilité d'avoir développé une démence au bout de 5 ans.
R(t) = 1 - $e^{-\lambda t}$ avec $e^{-\lambda t}$ la probabilité de ne pas avoir développé la maladie au temps t
R(5)= 1 - $e^{-0,002 *5}$
= 1 - $e^{-0,01}$
Ce qui est à peu près égal à 1% d'après l'énoncé.

E FAUX Bien sûr que si, c'est ce qu'on vient de le faire à l'item D. Il s'agit d'une étude de cohorte où on suit nos sujets sur 5 années, il n'y a donc pas de problèmes pour calculer le risque de démence à 5 ans. A l'inclusion aucun sujet n'est atteint de démence (en cohorte les sujets ne présentent jamais le critère de résultat à l'inclusion) puis on observe l'apparition de nouveaux cas.

Question 8 : B

On utilise pour cet exercice la méthode de Kaplan-Meier, c'est-à-dire la formule suivante :

$$S(ti) = \left(1 - \frac{i}{n0}\right) = \left(1 - \frac{1}{n0}\right) * \left(1 - \frac{1}{n0 - 1}\right) \ldots . . * \left(1 - \frac{1}{n0 - i + 1}\right)$$

Donc :

$$S(8ans) = \left(1 - \frac{2}{16}\right) * \left(1 - \frac{0}{14}\right) * \left(1 - \frac{0}{13}\right) * \left(1 - \frac{2}{12}\right) * \left(1 - \frac{0}{10}\right) * \left(1 - \frac{0}{9}\right) * \left(1 - \frac{0}{8}\right) * \left(1 - \frac{3}{7}\right) * \left(1 - \frac{0}{4}\right)$$

$$S(8ans) = \left(\frac{14}{16}\right) * (1) * (1) * \left(\frac{10}{12}\right) * (1) * (1) * (1) * \left(\frac{4}{7}\right) * (1)$$

$$S(8ans) = \left(\frac{14}{16}\right) * \left(\frac{10}{12}\right) * \left(\frac{4}{7}\right)$$

$$S(8ans) = \left(\frac{5}{12}\right)$$

Question 9 : ACD

Tout d'abord, on note les données importantes :

- n = 27
- X et Y suivent une loi normale
- Pour X : m= 0.32 s=0.02
- Pour Y : m= 0.034 s=0.005
- Si X= 0, Y= -0.03 ➔ on en déduit que b_0= -0.03 (car Y= b_1X + b_0)

A VRAI b_1 représente le coefficient de régression. Puisque La relation de Y en fonction de X s'écrit sous la forme : Y= b_1X + b_0, il suffit de remplacer X et Y par leur moyenne respective et b_0 par sa valeur qui est déduite grâce à l'énoncé (*cours : lorsque X=0, Y=b_0*).
On a donc : 0.034 = $b_1$0.32 - 0.03 ➔ b1= 0.2

B FAUX L'ordonnée à l'origine en la valeur de Y lorsque X=0, soit b_0, b_0= -0.03.

C VRAI On cherche $r_{X,Y}$

$$r_{X,Y} = b1 * \frac{s_x}{s_y} \Rightarrow r_{X,Y} = 0.2 * \frac{0.02}{0.005} = \frac{4}{5} = 0.8$$

D VRAI On cherche t à l'aide de la formule suivante : t = $\frac{|r|\sqrt{n_{-2}}}{\sqrt{1-r^2}}$

Donc t = $\frac{|0.8|\sqrt{25}}{\sqrt{1-0.64}}$ ➔ t = $\frac{0.8*0.5}{0.6} = \frac{40}{6} = 6.67$

Là, il faut chercher l'encadrement de t dans la table la loi de student à n-2 ddl :

Exemple d'utilisation de la table

Soit une variable aléatoire de Student à 3 degrés de liberté. Pour une probabilité α = 0,05, la valeur de *t* est 3,1824.

ddl \ α	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
1	0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	127,3213	636,6[illegible]92
2	0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	14,0890	31,5[illegible]91
3	0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	7,4533	12,9[illegible]40
4	0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	5,5976	8,6[illegible]03
5	0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	4,7733	6,8[illegible]88
6	0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	4,3168	5,9[illegible]88
7	0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	4,0293	5,4[illegible]79
8	0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	3,8325	5,0[illegible]13
9	0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	3,6897	4,7[illegible]09
10	0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	3,5814	4,5[illegible]69
11	0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	3,4966	4,4[illegible]70
12	0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	3,4284	4,3[illegible]78
13	0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	3,3725	4,2[illegible]08
14	0,1280	0,2582	0,3933	0,5366	0,6924	0,8681	1,0763	1,3450	1,7613	2,1448	2,6245	2,9768	3,3257	4,1[illegible]05
15	0,1278	0,2579	0,3928	0,5357	0,6912	0,8662	1,0735	1,3406	1,7531	2,1314	2,6025	2,9467	3,2860	4,0[illegible]28
16	0,1277	0,2576	0,3923	0,5350	0,6901	0,8647	1,0711	1,3368	1,7459	2,1199	2,5835	2,9208	3,2520	4,0[illegible]50
17	0,1276	0,2573	0,3919	0,5344	0,6892	0,8633	1,0690	1,3334	1,7396	2,1098	2,5669	2,8982	3,2224	3,9[illegible]51
18	0,1274	0,2571	0,3915	0,5338	0,6884	0,8620	1,0672	1,3304	1,7341	2,1009	2,5524	2,8784	3,1966	3,9[illegible]16
19	0,1274	0,2569	0,3912	0,5333	0,6876	0,8610	1,0655	1,3277	1,7291	2,0930	2,5395	2,8609	3,1737	3,8[illegible]34
20	0,1273	0,2567	0,3909	0,5329	0,6870	0,8600	1,0640	1,3253	1,7247	2,0860	2,5280	2,8453	3,1534	3,8[illegible]95
21	0,1272	0,2566	0,3906	0,5325	0,6864	0,8591	1,0627	1,3232	1,7207	2,0796	2,5176	2,8314	3,1352	3,8[illegible]93
22	0,1271	0,2564	0,3904	0,5321	0,6858	0,8583	1,0614	1,3212	1,7171	2,0739	2,5083	2,8188	3,1188	3,7[illegible]21
23	0,1271	0,2563	0,3902	0,5317	0,6853	0,8575	1,0603	1,3195	1,7139	2,0687	2,4999	2,8073	3,1040	3,7[illegible]76
24	0,1270	0,2562	0,3900	0,5314	0,6848	0,8569	1,0593	1,3178	1,7109	2,0639	2,4922	2,7969	3,0905	3,7[illegible]54
25	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	3,7251
26	0,1269	0,2560	0,3896	0,5309	0,6840	0,8557	1,0575	1,3150	1,7056	2,0555	2,4786	2,7787	3,0669	3,7066
27	0,1268	0,2559	0,3894	0,5306	0,6837	0,8551	1,0567	1,3137	1,7033	2,0518	2,4727	2,7707	3,0565	3,6896
28	0,1268	0,2558	0,3893	0,5304	0,6834	0,8546	1,0560	1,3125	1,7011	2,0484	2,4671	2,7633	3,0469	3,6739
29	0,1268	0,2557	0,3892	0,5302	0,6830	0,8542	1,0553	1,3114	1,6991	2,0452	2,4620	2,7564	3,0380	3,6594
30	0,1267	0,2556	0,3890	0,5300	0,6828	0,8538	1,0547	1,3104	1,6973	2,0423	2,4573	2,7500	3,0298	3,6460
31	0,1267	0,2555	0,3889	0,5298	0,6825	0,8534	1,0541	1,3095	1,6955	2,0395	2,4528	2,7440	3,0221	3,6335
32	0,1267	0,2555	0,3888	0,5297	0,6822	0,8530	1,0535	1,3086	1,6939	2,0369	2,4487	2,7385	3,0149	3,6218
33	0,1266	0,2554	0,3887	0,5295	0,6820	0,8526	1,0530	1,3077	1,6924	2,0345	2,4448	2,7333	3,0082	3,6109

Pour se faire, on cherche entre quelles valeurs de la ligne à 25ddl se trouve t=6,67.

Le maximum est de 3.7251 ➔ 6.67 > 3.7251 ➔ On déduit que $p < 0.001 < \alpha=0.05$

On rejette H_0 puisque $p < \alpha$

H0 est l'hypothèse nulle, c'est-à-dire celle selon laquelle $r_{X,Y} = 0$, puisqu'on rejette H0, cela signifie que le coefficient de corrélation est significativement différent de 0.

E FAUX Le test est à n-2 ddl, soit 25 ddl.

Question 10 : C

A FAUX Dans un essai en cross over il y a un moment où on inverse les traitements suivis par les groupes. Or ici on chaque groupe garde son traitement : 5mg d'acide obéticholique ou placebo.
Par contre cet essai est bien contrôlé puisqu'on compare à un placebo (on aurait aussi pu utiliser un traitement de référence) et est aussi randomisé puisqu'on cherche à ce que le résultat soit imputable seulement à l'utilisation d'acide obéticholique et non à une fluctuation d'échantillonnage.

B FAUX Le risque α correspond au risque de première espèce, c'est-à-dire le risque de rejeter H_0 alors qu'elle est vraie. Dans l'énoncé on nous dit que ce risque est de de 5%, donc α=0,05.

C VRAI Le succès est défini dans l'énoncé : « à 12 mois le retour des phosphatases alcalines au-dessous du seuil de 1,67 fois la limite supérieure de la fourchette normale et une diminution d'au moins 15% de ces phosphatases alcalines par rapport à l'inclusion ». Ce qui ne rentre pas dans la définition du succès est donc considéré comme un échec. Dans l'item on parle d'une augmentation ou égalité du taux de phosphatases alcaline, il s'agit donc bien d'un échec.

D FAUX Dans l'énoncé on nous dit « Les investigateurs souhaitaient avoir 85% de chance de mettre en évidence une différence de 10% entre les 2 bras de traitements ». C'est-à-dire qu'ils avaient 85% de chance de rejeter l'hypothèse nulle H_0 (absence de différence entre les 2 bras) sachant qu'il y a effectivement une différence. La puissance correspond à cette définition, c'est le complémentaire du risque de deuxième espèce β. Donc la puissance est de 85%.

E FAUX C'est une variable qualitative donc on utilise la formule suivante :

$$\boxed{n = \frac{\left(z_{1-\beta}\sqrt{p_E(1-p_E)+p_R(1-p_R)} + z_{1-\alpha/2}\sqrt{2p_0(1-p_0)}\right)^2}{\delta^2}}$$

Pour trouver $z_{1-\beta}$ on regarde dans la deuxième table (on connait p et on cherche z) pour la valeur p=0,15 , c'est-à-dire 1-0,85 , on trouve z=1,0364 que l'on arrondit à 1 d'après l'énoncé.
Pour $z_{1-\propto/2}$, α=0,05 il s'agit donc du cas classique ou z=1,96 que l'on arrondit à 2 d'après l'énoncé.

$$n = \frac{\left(1\sqrt{0{,}2(1-0{,}2)\ +\ 0{,}1(1-0.1)} + 2\sqrt{2\times 0{,}15(1-0{,}15)}\right)^2}{0{,}1^2} = \frac{\left(\sqrt{0{,}16+0{,}09} + 2\sqrt{0{,}255}\right)^2}{0{,}01}$$
$$= \frac{(0{,}5+2\times 0{,}5)^2}{10^{-2}} = \frac{1{,}5^2}{10^{-2}} = 2{,}25.10^2 = 225$$

On doit donc inclure 225 sujets par bras, soit un total de 450 sujets.

Question 11 : CDE

On résume les données de l'énoncé dans un tableau avec les effectifs observés :

	Toujours malade	Plus malade	
Nouveau traitement	240 (1)	60 (3)	300
Traitement de référence	260 (2)	40 (4)	300
	500	100	600

Maintenant, il faut calculer les effectifs attendus :

- (1) $= \frac{t_{nouveau\ traitement} * t_{toujours\ malade}}{effectif\ total\ des\ 2\ groupes} = \frac{300*500}{600} = 250$
- (2) = $\frac{t_{traitement\ de\ référence} * t_{toujours\ malade}}{effectif\ total\ des\ 2\ groupes} = 250$
- (3) =$\frac{t_{nouveau\ traitement} * t_{plus\ malade}}{effectif\ total\ des\ 2\ groupes}$ = 50
- (4) = $\frac{t_{traitement\ de\ référence} * t_{plus\ malade}}{effectif\ total\ des\ 2\ groupes}$ = 50

On se retrouve avec le tableau suivant (entre parenthèse se sont les affectifs attendus Ei) :

	Toujours malade	Personne guérie	
Nouveau traitement	240 (250)	60 (50)	300
Traitement de référence	260 (250)	40 (50)	300
	500	100	600

On calcule maintenant la valeur du Chi-2 avec la formule suivante :

$$\sum \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim \chi^2_{1ddl}$$

$$Chi - 2 = \frac{(240-250)^2}{250} + \frac{(260-250)^2}{250} + \frac{(60-50)^2}{50} + \frac{(40-50)^2}{50}$$

$$Chi - 2 = \frac{(10)^2}{250} + \frac{(10)^2}{250} + \frac{(10)^2}{50} + \frac{(10)^2}{50}$$

$$Chi - 2 = \frac{200}{250} + \frac{200}{50} = \frac{1200}{250} = 4.8$$

Maintenant il faut regarder dans la table du Chi-2 à 1ddl les valeurs qui entourent 4.8 :

Table IV – *Fractiles de la loi du χ^2*

Soit X une variable aléatoire suivant une loi du χ^2 à n degrés de liberté. Pour une probabilité p donnée, la table donne la valeur x telle que $P(X < x) = p$.

Exemple d'utilisation de la table

Soit X une variable aléatoire suivant une loi du χ^2 à 3 degrés de liberté. Soit $p = 0,95$, alors la valeur de x telle que $P(X < x) = 0,95$ est 7,8147.

ddl \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,999
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	0,1015	0,4549	1,3233	2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	0,5754	1,3863	2,7726	4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155
3	0,0717	0,1148	0,2158	0,3518	0,5844	1,2125	2,3660	4,1083	6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	16,2662
4	0,2070	0,2971	0,4844	0,7107	1,0636	1,9226	3,3567	5,3853	7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	18,4668

4.8 $\in$ [3.8415 ; 5.0239]

ATTENTION : la table du chi-2 est BILATERALE, ici le test est unilatéral selon l'énoncé, on a donc :

1-0.975 < 2p < 1-0.95

0.025 < 2p < 0.05

0.125 < 0.025 => item A et B FAUX et item C vrai

D VRAI La probabilité de guérir avec le nouveau traitement est de : $\frac{60}{300}$

La probabilité de guérir avec le traitement de référence est de : $\frac{40}{300}$

La différence entre les deux est de : $\frac{20}{300}$ =0.067 => item D VRAI

E VRAI Les effectifs calculés sont tous supérieur à 5 => **item E VRAI**

Question 12 : ACD

A VRAI Le taux de mortalité correspond au nombre de décès sur le temps cumulé des participants :

$$\lambda = \frac{nombre\ de\ décès}{temps\ cumulé\ des\ participants} = \frac{10}{164+1+1+2+2+2+3+4+5+7+9} = \frac{10}{200} = \frac{1}{20} = 0{,}05$$

B FAUX Cf item A.

Il faut bien avoir en tête que les patients décédés ne restent pas tous le long de l'étude. Leur temps de participation s'arrête au moment du décès.

C VRAI Le taux de mortalité λ est constant (première phrase de l'énoncé), on peut donc utiliser le modèle de survie exponentiel qui donne S(t)=$e^{-\lambda t}$.

Donc S(5)=$e^{-0,05*5} = e^{-0,25}$

D VRAI S(10)=$e^{-0,05*10} = e^{-0,05*5*2} = S(5)^2$

Ainsi l'estimation de la survie à 10 ans correspond au carré de l'estimation de la survie à 5 ans.

Donc l'estimation de la survie à 5 ans correspond à la racine carrée de l'estimation de la survie à 10 ans.

Ce qui donne S(5)=$e^{-0,5*\frac{10}{2}} = S(10)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{S(10)}$

E FAUX Cet item est totalement faux.

Question 13 : ABCDE

D'après l'énoncé :

- $\lambda(1{,}0) = 1{,}38659$
- $\lambda(1{,}1) = \frac{\lambda(1,0)}{4}$
- -ln (0.25) = 1.38629 ⇔ $e^{-1.38659} = 0.25$ (relation entre la fonction ln et exponentielle acquise en terminale)

A VRAI On cherche la survie à 6 mois dans le bras traitement de référence, soit : $S(\frac{1}{2},0)$

$$S\left(\frac{1}{2},0\right) = e^{-\frac{\lambda(1,0)}{2}} = e^{-\frac{1.38659}{2}}$$

OR, ATTENTION : $e^{-\frac{a}{2}} = (e^{-a})^{\frac{1}{2}}$ *ET* $X^{\frac{1}{2}} = \sqrt{X}$

Du coup : $e^{-\frac{1.38659}{2}} = \sqrt{e^{-1.38659}} = \sqrt{0.25} = 0.5$

B VRAI On cherche la survie à 2 ans dans le bras nouveau traitement, soit : $S(2{,}1)$

$$S(2{,}1) = e^{-\lambda(1,1)*2} = e^{-\frac{\lambda(1,0)}{4}*2} = e^{-\frac{\lambda(1,0)}{2}}$$

On retrouve la même expression que dans l'item A, donc $S(2{,}1) = 0.5$

C VRAI On cherche la survie à 2 ans dans le bras traitement de référence, soit : $S(2{,}0)$

$$S(2{,}0) = e^{-\lambda(1,0)*2} = e^{-1.38659*2} = (e^{-1.38659})^2 = (0.25)^2 = 0.0625$$

D VRAI On cherche la survie à 1 an dans le bras traitement de référence, soit : $S(1{,}0)$

$$S(1{,}0) = e^{-\lambda(1,0)*1} = e^{-1.38659} = 0.25$$

E VRAI On cherche la survie à 4 ans dans le bras nouveau traitement, soit : $S(4{,}1)$

$$S(4{,}1) = e^{-\lambda(1,1)*4} = e^{-\frac{\lambda(1,0)}{4}*4} = e^{-\lambda(1,0)}$$

On retrouve la même expression que dans l'item D, donc $S(4{,}1)$= 0.25

Question 14 : BDE

On commence ici par noter les différentes informations qui pourront nous être utiles pendant la résolution de cet exercice :

$P(M)=\frac{1}{4}$ $P(\text{monozygote})=\frac{1}{3}$ $P(\text{dizygote})=\frac{2}{3}$

Il faut bien noter que des jumeaux monozygotes auront les mêmes allèles, donc si un enfant est malade, son jumeau le sera aussi, dans le cas des jumeaux dizygotes, les événements « le jumeau A est malade » et le « le jumeau B est malade » sont des événements indépendants.

A FAUX On se place ici dans le cas de jumeaux dizygotes ; dans ce cas on peut dire que :

$$P(M_1 \cap M_2) = P(M) \times P(M) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

$P(\text{un seul atteint}) = 2 \times P(M) \times P(\overline{M}) = 2 \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{16}$

(On multiplie par deux car ce résultat peut être obtenu dans deux cas différents : $M_1\overline{M}_2$ et $\overline{M}_1M_2$)

$P(\overline{M}_1 \cap \overline{M}_2) = P(\overline{M}) \times P(\overline{M}) = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

B VRAI Dans le cas de jumeaux monozygotes, $P(M \cap M) = \frac{1}{4}$ car les jumeaux étant nécessairement tous les deux malades, ou tous les deux sains, la probabilité que les deux jumeaux soient malades correspond à la probabilité d'être malade.

C FAUX $P(M_1 \cap M_2) = P(M_1 \cap M_2 \cap \text{Monozygote}) + P(M_1 \cap M_2 \cap \text{Dizygote})$

$= P(M_1 \cap M_2/\text{ Monozygote}) \times P(\text{Monozygote}) + P(M_1 \cap M_2/\text{dizygote}) \times P(\text{dizygote})$

$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{16} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24}$

D VRAI $P(\text{un seul atteint}) = P(\text{un seul atteint} \cap \text{dizygote}) + P(\text{un seul atteint} \cap \text{monozygote})$

$= P(\text{un seul atteint} \cap \text{dizygote})$

$= P(\text{un seul atteint }/\text{dizygote}) \times P(\text{dizygote})$

$= \frac{6}{16} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$

$P(\text{un seul atteint} \cap \text{monozygote}) = 0$ par définition

E VRAI $P(\text{mono}/M_1 \cap M_2) = \frac{P(\text{mono } \cap MM)}{P(MM)}$

$= \frac{\frac{1}{12}}{\frac{3}{24}} = \frac{2}{3}$