

Université Claude Bernard Lyon 1



Tutorat Lyon Est

Année Universitaire 2019 - 2020

Unité d'Enseignement 4

Concours de l'année 2018-2019 (Janvier)

Correction détaillée

**Sarah MEHREZ
Victoire MOUSSA
Nahéla AZAHOUM**

Correction rapide

Questions	Item(s) juste(s)
1	ACD
2	ACE
3	CD
4	ADE
5	BCD
6	ACDE
7	CD
8	ABE
9	ACE
10	ACD
11	C
12	ABCE
13	ACDE
14	BD
15	BDE

Correction détaillée

Question 1 : ACD

A VRAI Cette équation est une équation différentielle du 2^e ordre ($y^{(2)}$), les coefficients sont non constants dû à la présence du terme variable x . Le second membre est $4 \sin x$ car il ne dépend pas de y . L'équation est linéaire.

B FAUX $\frac{dC}{dt} - \frac{C}{2} = 0$, s'écrit aussi : $C' - \frac{1}{2}C = 0$

En basculant le terme négatif on a : $C' = \frac{1}{2}C$

Cette équation est de la forme : $y'(t) = ay(t)$ avec $a = 0,5$.

Donc la solution générale est de la forme : $y(t) = \lambda e^{at}$.

Appliqué à notre équation cela donne : $C(t) = \lambda e^{0,5t}$ avec λ la condition initiale soit $\lambda = C(0) = 1$.

Ainsi on obtient : $C(t) = 1e^{0,5t} = e^{0,5t}$

La fonction exponentielle est strictement positive sur \mathbb{R}

$e^{0,5t}$ est de la forme ae^{bt} avec a et b des réels positifs ($a > 0$ et $b > 0$) donc la fonction est croissante.

Donc $C(t) = 1e^{0,5t} = e^{0,5t}$ est une fonction croissance et positive sur \mathbb{R}

C VRAI L'équation est de la forme : $y'(x) = g(x)y$ avec $g(x) = 3 \cos(2x)$

La solution générale est de la forme : $y(x) = \lambda e^{G(x)}$ avec $G(x)$ la primitive de la fonction g .

Cherchons G la primitive de la fonction $g(x) = 3 \cos(2x)$

La primitive de la fonction $\cos(x)$ est d'après le graphique $\sin(x)$

Donc $G(x) = -\frac{3}{2} \sin(2x)$

Ainsi $y(x) = \lambda e^{-\frac{3}{2} \sin(2x)} = \lambda e^{\frac{-3 \sin(2x)}{2}}$

D VRAI $\frac{dy}{dt} = \sin t \times y$, s'écrit aussi : $y'(t) = \sin t \times y(t)$

L'équation est de la forme : $y'(t) = g(t)y$ avec $g(t) = \sin t$

La solution générale est de la forme : $y(t) = \lambda e^{G(t)}$ avec $G(t)$ la primitive de la fonction g et λ la condition initiale soit $\lambda = y(0)$

$= 2$

Cherchons G la primitive de la fonction $g(t) = \sin t$

La primitive de la fonction $\sin(x)$ est d'après le graphique $-\cos(x)$

Donc $G(t) = -\cos t$

Ainsi $y(t) = \lambda e^{G(t)} = 2 e^{-\cos t}$

E FAUX Soit l'équation différentielle $y^{(2)} - 6y = 0$ (a)

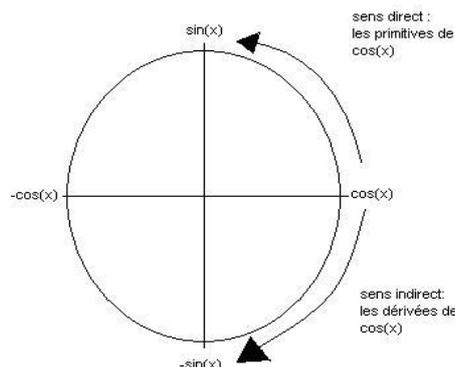
On cherche si $y(t) = e^{3t}$ (b) est UNE solution de cette équation. On va donc remplacer les y de (a) par (b).

On a : $6y(t) = 6e^{3t}$

Et $y^{(2)} = y''$

Cherchons y' : $y' = 3e^{3t}$ et $y^{(2)} = y'' = 3 \times 3 e^{3t} = 9e^{3t}$

Ainsi remplaçons les y de (a) par (b) : $y^{(2)} - 6y = 0 \Leftrightarrow 9e^{3t} - 6e^{3t} = 3e^{3t} \neq 0$



Question 2 : ACE

A VRAI Le terme non linéaire : S.I

B FAUX Les coefficients sont effectivement constants (a, b et r). C'est écrit directement dans l'énoncé d'ailleurs « On considère des taux de contamination (a), d'infection (b) et de retrait (r) constants ». Cependant il n'y a pas de second membre.

C VRAI C'est traduit par le terme « S.I ».

D FAUX Cf. item C. De plus c'est du bon sens, on nous dit bien qu'une personne exposée est « non contagieuse » contrairement aux infectés.

E VRAI

Question 3 : CD

A FAUX L'item n'a ni queue ni tête. C'est un item qui peut sembler vrai si on ne se penche pas dessus, mais rien dans le cours ne nous permet de trouver ces différentes valeurs

B FAUX L'estimateur est une variable aléatoire, pas un nombre.

C VRAI On cherche donc $P(X > 240) = P\left(Z > \frac{240-200}{50}\right) = P\left(Z > \frac{4}{5}\right) = P(Z > 0,8)$.

Mais, la table 1 donne $P(Z < z)$ donc on va traduire notre probabilité afin de pouvoir utiliser la table : $P(Z > 0,8) = 1 - P(Z < 0,8) = 1 - 0,7881 = 1 - 0,8 = 0,2$ environ

D VRAI On a effectivement la proportion théorique, nous l'avons calculée dans l'item précédent. On peut poser F la variable aléatoire qui représente l'estimateur de la proportion théorique d'enfant en 6 et 9 ans ayant un taux de cholestérol supérieur à 240 mg/dL dans notre échantillon de taille $n = 200$. En effet, F suit approximativement une loi normale de paramètres $\left(p; \sqrt{\frac{pq}{n}}\right)$ avec $p = 0,2$ car les conditions $n \geq 30$; $np \geq 5$ et $nq \geq 5$ sont respectées. Ainsi, il est tout à fait possible de calculer l'IF suggéré.

E FAUX L'énoncé nous donne des données théoriques et non pas d'estimations, on ne peut donc pas calculer d'intervalle de confiance.

Question 4 : ADE

Soient les évènements :

A : l'hôpital se fournit chez l'entreprise A

B : l'hôpital se fournit chez l'entreprise B

C : l'hôpital se fournit chez l'entreprise C

R1c : le réactif R1 est conforme

R1nc : le réactif R1 n'est pas parfaitement conforme

R2c : le réactif R2 est conforme

R2nc : le réactif R2 n'est pas parfaitement conforme

Les données de l'énoncé sont :

$$P(A) = 0,8$$

$$P(B) = 0,1$$

$$P(C) = 0,1$$

$$P_A(R1nc) = 0,01 \text{ donc on déduit que } P_A(R1c) = 0,99$$

$$P_B(R1nc) = 0,05 \text{ donc on déduit que } P_B(R1c) = 0,95$$

$$P_C(R1nc) = 0,005 \text{ donc on déduit que } P_C(R1c) = 0,995$$

$$P_A(R1nc \cap R2nc) = \frac{2}{10000}$$

On dit également que les réactifs sont préparés et contrôlés INDEPENDAMMENT ce qui signifie que $P(R1c \cap R2c) = P(R1c) \cdot P(R2c)$ et que $P(R1nc \cap R2nc) = P(R1nc) \cdot P(R2nc)$

Autrement dit le caractère conforme du réactif R1 n'influence aucunement le caractère conforme du réactif R2 et réciproquement.

A VRAI On sait que le CHU se fournit UNIQUEMENT chez l'entreprise A et on cherche la probabilité que le réactif R2 ne soit pas parfaitement conforme.

Traduit en maths, on cherche : $P(R2nc)$ **dans l'entreprise A**

Comme les évènements R1nc et R2nc sont INDEPENDANTS on a :

$$P(R1nc \cap R2nc) = P(R1nc) \cdot P(R2nc)$$

$$\text{Donc } P(R2nc) = \frac{P(R1nc \cap R2nc)}{P(R1nc)} = \frac{2}{10000} \cdot \frac{100}{1} \text{ (passage à l'inverse de } P_A(R1nc) = 0,01)$$

$$\text{Donc } P(R2nc) = 0,02 = 2\%$$

B FAUX Toujours dans **l'entreprise A** (puisque l'on parle toujours du CHU de Lyon), on cherche la probabilité d'avoir AU MOINS 1 des 2 réactifs NON conforme.

Comme les évènements R1nc et R2nc sont INDEPENDANTS on a que la probabilité d'avoir AU MOINS 1 des 2 réactifs NON conforme est la probabilité que soit l'un le soit, soit l'autre, soit les deux.

On cherche alors dans **l'entreprise A** : $P(R1nc \cap R2c) + P(R1c \cap R2nc) + P(R1nc \cap R2nc)$

On rappelle que les réactifs sont préparés et contrôlés INDEPENDAMMENT ce qui signifie que $P(R1nc \cap R2c) = P(R1nc) \cdot P(R2c)$ et que $P(R1c \cap R2nc) = P(R1c) \cdot P(R2nc)$

$$\begin{aligned} P(R1nc \cap R2c) + P(R1c \cap R2nc) + P(R1nc \cap R2nc) &= \frac{1}{100} \cdot \frac{98}{100} + \frac{99}{100} \cdot \frac{2}{100} + \frac{2}{10000} \\ &= \frac{98}{10000} + \frac{198}{10000} + \frac{2}{10000} = \frac{298}{10000} \neq 3\% \left(\frac{300}{10000} \right) \end{aligned}$$

C FAUX A l'échelle de **toutes les entreprises** on cherche $P(R1nc)$. D'après les probas totales, on a :

$$P(R1nc) = P(R1nc \cap A) + P(R1nc \cap B) + P(R1nc \cap C)$$

$$= P_A(R1nc) \cdot P(A) + P_B(R1nc) \cdot P(B) + P_C(R1nc) \cdot P(C)$$

$$= \frac{1}{100} \cdot \frac{8}{10} + \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} + \frac{0,5}{100} \cdot \frac{1}{10}$$

$$= \frac{8}{1000} + \frac{5}{1000} + \frac{0,5}{1000}$$

$$= \frac{13,5}{1000} \neq 0,065$$

D FAUX A l'échelle de **toutes les entreprises** on cherche $P_{R1nc}(C)$

D'après les probabilités conditionnelles, on a :

$$P_{R1nc}(C) = \frac{P(R1nc \cap C)}{P(R1nc)}$$

Or on ne connaît pas $P(R1nc \cap C)$

$$\text{D'après l'énoncé, on a : } P_C(R1nc) = \frac{0,5}{100}$$

$$\text{Or : } P_C(R1nc) = \frac{P(R1nc \cap C)}{P(C)} = \frac{0,5}{100}$$

$$\text{On en déduit que : } P(R1nc \cap C) = P_C(R1nc) \cdot P(C) = \frac{0,5}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{0,5}{1000}$$

Donc :

$$\begin{aligned} P_{R1nc}(C) &= \frac{P(R1nc \cap C)}{P(R1nc)} \\ &= \frac{0,5}{1000} \cdot \frac{1000}{13,5} = \frac{0,5}{13,5} = \frac{5}{135} = \frac{10}{2.135} = \frac{10}{270} = \frac{1}{27} \end{aligned}$$

E VRAI A l'échelle de **toutes les entreprises** on cherche $P_{R1nc}(B \cup C)$

Or on suppose qu'un hôpital ne peut se fournir que dans 1 seule entreprise

Donc $P_{R1nc}(B \cup C) = P_{R1nc}(B) + P_{R1nc}(C)$ car l'évènement $P(B \cap C) = \emptyset$

Or on ne connaît pas $P_{R1nc}(B)$

D'après les probabilités conditionnelles, on a :

$$P_{R1nc}(B) = \frac{P(R1nc \cap B)}{P(R1nc)}$$

$$\text{D'après l'énoncé, on a : } P_B(R1nc) = \frac{5}{100}$$

$$\text{Or : } P_B(R1nc) = \frac{P(R1nc \cap B)}{P(B)} = \frac{5}{100}$$

$$\text{On en déduit que : } P(R1nc \cap B) = P_B(R1nc) \cdot P(B) = \frac{5}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{1000}$$

Donc :

$$\begin{aligned} P_{R1nc}(B) &= \frac{P(R1nc \cap B)}{P(R1nc)} \\ &= \frac{5}{1000} \cdot \frac{1000}{13,5} = \frac{5}{13,5} = \frac{50}{135} \end{aligned}$$

Donc :

$$\begin{aligned} P_{R1nc}(B \cup C) &= P_{R1nc}(B) + P_{R1nc}(C) \\ &= \frac{50}{135} + \frac{5}{135} = \frac{55}{135} \end{aligned}$$

Question 5 : BCD

A FAUX Y est la variable aléatoire qui modélise le nombre de lots dans lesquels le réactif R1 n'est pas parfaitement conforme.

Il y a 900 lots et la probabilité que le réactif R1 ne soit pas parfaitement conforme dans l'entreprise A est $p=0,01$. (rappelons que le CHU de Lyon se fournit UNIQUEMENT dans l'entreprise A).

Le fait que le réactif R1 ne soit pas parfaitement conforme suit une loi de Bernoulli avec comme succès « le réactif R1 n'est pas parfaitement conforme » de probabilité $p=0,01$ et comme échec « le réactif R1 est parfaitement conforme » de probabilité $q = 1-p = 0,99$.

Or Y est une VA qui compte le nombre de lots donc Y suit une loi Binomiale de paramètres $n = 900$ et $p = 0,01$.

B VRAI Vérifions les conditions d'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson :

$$n > 50 \text{ or } n = 900 > 50$$

$$p \leq 0,1 \text{ or } p = 0,01 \leq 0,1$$

$$np < 10 \text{ or } np = 900 \cdot 0,01 = 9 < 10$$

Les conditions d'approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson sont respectées donc la VA Y suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda = np = 9$

C VRAI On cherche : $P(Y > 3)$

Y suit une loi Binomiale de paramètres $n=900$ et $p=0,01$.

Voyons si Y peut être approximée par une loi normale.

Conditions d'application

$$n \geq 30 \text{ or } n = 900 \geq 30$$

$$np \geq 5 \text{ or } np = 900 \cdot 0,01 = 9 \geq 5$$

$$n(1-p) \geq 5 \text{ or } np = 900 \cdot 0,99 = 9 \cdot 99 \approx 900 \geq 5$$

Les conditions d'approximation de la loi binomiale par la loi Normale sont respectées donc la VA Y suit une loi Normale de paramètres $\mu=np=9$; $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{9 \cdot 0,99} = \sqrt{9 \cdot 1} = \sqrt{9} = 3$

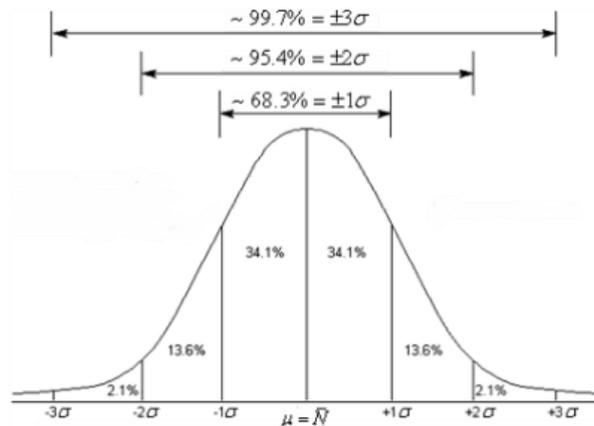
Ainsi :

$$\begin{aligned} P(Y > 3) &= 1 - P(Y \leq 3) \\ &= 1 - P\left(\frac{Y-9}{3} \leq \frac{3-9}{3}\right) \\ &= 1 - P(Z \leq -2) \\ &= 1 - P(Z \geq 2) \\ &= 1 - (1 - P(Z \leq 2)) = 1 - (1 - 0,9772) \\ &= 0,9772 \approx 0,98 \end{aligned}$$

D VRAI On vient d'approximer la loi binomiale par la loi Normale (la VA Y suit une loi Normale de paramètres $\mu=9$; $\sigma=3$)

Donc, d'après les propriétés de la loi normale, 95% des valeurs sont comprises dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$

Pour la VA Y, cela revient à dire que 95% des valeurs sont comprises dans l'intervalle $[9 - 2 \cdot 3; 9 + 2 \cdot 3] = [3; 15]$



E FAUX On calcule :

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\binom{10}{3} = \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 8 \cdot 3 \cdot 5 = 120 \neq 720$$

Question 6 : ACDE

Avec les données de l'énoncé, on construit le tableau suivant :

	Malade	Non malades	
Exposés	50 (a)	80 (b)	130
Non exposés	50 (c)	320 (d)	370
	100	400	500

A VRAI On a effectivement deux groupes distincts de malades et de non malades au moment de l'inclusion dans l'étude. C'est donc une étude cas-témoin, alors que dans une étude de cohorte, personne n'est malade lors de l'inclusion dans l'étude.

B FAUX On ne peut pas calculer le risque de la maladie dans une étude cas-témoin.

C VRAI L'odds d'exposition chez les malades est égal au rapport du nombre de malades chez les exposés et du nombre de malades chez les non exposés. Donc ici ce rapport correspond à $\frac{a}{c} = \frac{50}{50} = 1$.

D VRAI La définition de l'odds ratio de la maladie est $\frac{a \times d}{b \times c} = \frac{50 \times 320}{50 \times 80} = \frac{8 \times 4}{4} = 4$.

E VRAI L'odds du cancer est multiplié par 4 chez les femmes exposées par rapport aux femmes non exposées, ce qui correspond à une augmentation du risque de cancer chez les exposées par rapport aux non exposées.

Question 7 : CD

A FAUX C'est une étude de cohorte, on peut tout à fait calculer le risque de mortalité (pas dans les cas-témoin en revanche).

B FAUX L'intervalle de confiance du rapport de la mortalité en clinique sur la mortalité dans le public ne contient pas la valeur 1. On peut alors dire que la valeur est significative. Donc le risque de mortalité néonatale précoce est significativement plus élevé à l'hôpital public qu'en clinique.

C VRAI Cf. B.

D VRAI Oui, il suffit de lire la dernière phrase de l'énoncé.

E FAUX Il est faux de dire que les résultats de l'étude amènent à une conclusion d'une relation de cause à effet entre le fait d'accoucher en clinique et le risque de mortalité néonatale précoce, car cet effet pourrait très bien être expliqué par des facteurs de confusions potentiels.

Question 8 : ABE

L'énoncé nous permet de construire le tableau suivant :

	Malade	Non malade	
T+	60	80	140
T-	40	320	360
	100	400	500

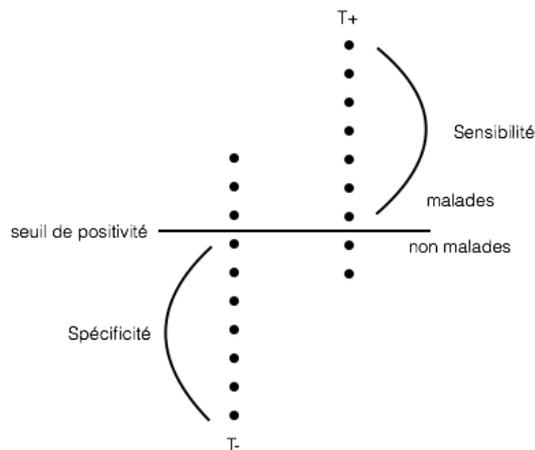
On rappelle que le test est considéré comme positif quand le dosage a une valeur supérieure à 120 UI/L

A VRAI Pour calculer la sensibilité, on fait les malades au test positif sur le total de malades. Ici, ça nous donne $\frac{60}{100} = 60\%$.

B VRAI Ici on cherche le RV+, car c'est ce que multiplie l'odds pré test pour obtenir l'odds post test quand le test est positif. La formule du RV+ est $\frac{Se}{1-Sp}$. Ici, $Se = \frac{60}{100}$ et $Sp = \frac{320}{400} = \frac{8}{10}$. Donc $RV+ = \frac{\frac{60}{100}}{1-\frac{8}{10}} = \frac{6}{2} = 3$.

C FAUX On pourrait très bien estimer les VPP à partir des résultats de l'étude, car l'énoncé nous précise que l'échantillon de l'étude est représentatif de la population. Donc on n'a pas besoin de la prévalence de la population et on peut directement utiliser la prévalence de l'échantillon lui-même. Pour le calculer, on ferait $p(M) = \frac{\text{nombre de malades}}{\text{nombre total}}$.

D FAUX Il faut toujours garder en tête le schéma suivant :



La barre noire du milieu correspond au seuil de positivité. La sensibilité correspond à la barre bleue des T+ au-dessus du seuil de positivité. La spécificité correspond à la barre bleue des T- en dessous du seuil de positivité. Donc on voit bien que pour augmenter Se il faut un seuil de positivité (la barre noire) plus bas. Donc c'est faux.

E VRAI Le cours nous dit que la VPP augmente avec la spécificité Sp. De la question précédente, on a vu que si on augmente le seuil de positivité, la Se diminue et la Sp augmente.

Question 9 : ACE

A VRAI La définition d'un intervalle de confiance d'une corrélation linéaire entre les VA X et Y revient à affirmer à hauteur de 95% que les VA X et Y sont corrélées avec un risque d'erreur de 5%.

B FAUX L'hypothèse H0 du test de corrélation est : $r_{x,y} = 0$, ce qui signifie que la pente entre la droite de régression des VA X et Y est nulle, soit que la droite est horizontale. Néanmoins, on ne peut pas prédire l'ordonnée à l'origine b_0 .

C VRAI Une corrélation met forcément en jeu des VA.

D FAUX Attention : deux VA corrélées évoluent de manière SYMETRIQUE (Asymétrie si les VA ne sont PAS corrélées).

E VRAI L'estimation du coefficient de corrélation de Pearson est $r_{x,y} = 0,74$ et prend le même signe que celui de la covariance $\sigma_{x,y}$, d'après la formule $r_{x,y} = \frac{\sigma_{x,y}}{\sigma_x \sigma_y}$.

Question 10 : ACD

A VRAI 1 an < 2 ans, la différence est plus faible. A un nombre de patients donné égal, avec une différence plus faible la puissance sera moindre aussi.

B FAUX $\alpha = 5\%$ est le risque de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie (rejeter H_0 à tort).
 β est le risque de ne pas rejeter H_0 alors qu'elle est fautive (=conclure à tort en faveur de H_0).

C VRAI L'échec est défini comme la récurrence du cancer ou le décès. Le succès est donc la survie sans rechute = être vivant sans rechute.

D VRAI Plus on a de sujets dans une étude plus celle-ci est fiable et donc meilleure est sa puissance. Inversement, moins on a de sujets dans une étude moins celle-ci est fiable et donc moindre est sa puissance.

Donc inclure moins de sujets entraîne une diminution de la puissance (90%--> 80%).

E FAUX L'essai thérapeutique en ouvert signifie que le patient ET le médecin sont au courant du bras de traitement dans lequel se trouve le patient.

Ce type d'essai s'oppose à l'essai thérapeutique en aveugle dans lequel ni le médecin ni le patient connaît le bras de traitement du patient. Pour des questions d'influence du patient (effet placebo) et du médecin (prise en charge et suivi différent en fonction du traitement), l'essai thérapeutique en aveugle affiche un meilleur niveau de preuve.

Question 11 : C

Exercice assez récurrent au concours et plutôt rapide à résoudre, donc entraînez-vous bien à le réaliser !!

$$S(9\text{ans}) = \frac{18}{20} \times \frac{15}{16} \times \frac{12}{13} \times \frac{8}{9} \times \frac{5}{6} = \frac{18}{20} \times \frac{15}{16} \times \frac{12}{13} \times \frac{8}{9} \times \frac{5}{6} = \frac{2}{4} \times \frac{15}{2} \times \frac{2}{13} = \frac{15}{26}$$

Item C

Question 12 : ABCE

Les données à prendre dans l'énoncé :

S_p = survie dans le bras placebo.

S_t = survie dans le bras test.

λ_p = taux annuel de mortalité dans le bras placebo = 0.2107 an⁻¹

α = taux relatif de mortalité = $\frac{\lambda_t}{\lambda_p} = 0.25 = \frac{1}{4}$

λ_t = taux annuel de mortalité de test = $\lambda_p \times \frac{1}{4} = 0.2107 \times \frac{1}{4}$

$e^{-0.2107} = 0.81$

A VRAI $S_p(6\text{mois}) = S(1/2 \text{ année}) = e^{-0,2107 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{(e^{-0,2107})} = \sqrt{0,81} = 0.9 = 90\%$

B VRAI $S_t(2\text{ans}) = e^{-0,2107 \times \frac{1}{4} \times 2} = e^{-0,2107 \times \frac{1}{2}} = \sqrt{(e^{-0,2107})} = \sqrt{0,81} = 0.9 = 90\%$

C VRAI $S_p\left(\frac{T}{2}\right) = e^{\lambda_p \times \frac{T}{2}} = e^{\lambda_t \times 4 \times \frac{T}{2}} = e^{\lambda_t \times 2 \times T} = (e^{\lambda_t \times T})^2 = (S_t(T))^2$

Bon là je l'ai détaillé au maximum pour que vous compreniez le mieux possible. Vous n'êtes pas obligé de faire autant d'étapes le jour J. C'est un item récurrent, avec de l'entraînement vous le ferez très vite.

D FAUX Cf. item C.

E VRAI C'est α , cf. ci-dessus

Question 13 : ACDE

Dans ce QCM, il est question de réaliser un Chi2, dans un test bilatéral. On calcule alors T_{calc} .

$$\begin{aligned} T_{\text{calc}} &= \frac{(656-640)^2}{640} + \frac{(320-288)^2}{320} + \frac{(56-40)^2}{40} \\ &= \frac{16^2}{640} + \frac{32^2}{320} + \frac{16^2}{40} \\ &= \frac{4}{10} + \frac{32}{10} + \frac{32}{5} \\ &= \frac{50}{5} = 10. \end{aligned}$$

On cherche alors T_{seuil} pour $\alpha = 10\%$, à 2 ddl. On rappelle que le nombre de ddl = $(n_{\text{colonne}}-1) + (n_{\text{lignes}}-1)$.

ddl \ p	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,999
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	0,1015	0,4549	1,3233	2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	0,5754	1,3863	2,7726	4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155

Donc $T_{\text{seuil}} = 4,6$.

Ainsi, on a $T_{\text{calc}} > T_{\text{seuil}}$. Par conséquent, on rejette H_0 , la différence observée est significative.

A VRAI (cf calculs)

B FAUX À 2 ddl, on essaye d'encadrer notre valeur de T_{calc} . On trouve donc le petit p compris entre $0,01 > p > 0,001$.

C VRAI (cf item B)

D VRAI Les conditions d'application du test sont que tous les effectifs attendus soient supérieurs à 5. C'est bien le cas.

E VRAI (cf calculs)

Question 14 : BD

Le test est bilatéral, avec un $\alpha=5\%$. D'après les données de l'énoncé, on monte le tableau suivant :

	Guéris	Non Guéris	
Contrôle	110 (100)	90 (100)	200
Test	40 (50)	60 (50)	100
	150	150	300

Pour calculer les effectifs attendus (entre parenthèse en italique) on fait le produit du total de la ligne et du total de la colonne sur le total final. Par exemple pour les guéris du groupe contrôle : $\frac{200 \times 150}{300} = 100$.

On calcule $T_{\text{calc}} = \frac{(110-100)^2}{100} + \frac{(90-100)^2}{100} + \frac{(50-40)^2}{50} + \frac{(50-60)^2}{50} = 6$.

$T_{\text{seuil}}=3,84$ (1 ddl, $\alpha = 5\%$). Donc $T_{\text{calc}} > T_{\text{seuil}}$ alors on rejette H_0 , la différence est significative.

A FAUX C'est du cours, on peut tout à fait conclure en faveur d'un des deux traitements après avoir montré qu'ils étaient significativement différents, que ce soit de manière bilatérale ou unilatérale.

B VRAI Puisque H_0 est rejeté, $40\% < 55\%$ est significativement réel.

C FAUX Pour T_{calc} vaut 6 à 1 ddl, p est compris entre $0,025 > p > 0,01$.

D VRAI (cf item C)

E FAUX C'est faux, ça n'a aucun sens, il n'y a aucun lien, c'est simplement un item pour vous embrouiller.

Question 15 : BDE

On dresse le tableau d'après les données de l'énoncé. On obtient :

	Guéris	Non guéris	
A	20 (40)	180 (160)	200
B	40 (40)	160 (160)	200
C	60 (40)	140 (160)	200
	120	480	600

C'est un test bilatéral, avec $\alpha = 5\%$, encore une fois à 2 ddl.

$$T_{\text{calc}} = \frac{(20-40)^2}{40} + \frac{(180-160)^2}{160} + \frac{(40-40)^2}{40} + \frac{(160-160)^2}{160} + \frac{(60-40)^2}{40} + \frac{(140-160)^2}{160} = 25.$$

$T_{\text{seuil}} = 5,99$. Donc on a $T_{\text{seuil}} < T_{\text{calc}}$ d'où le rejet de H_0 . Les traitements ont des efficacités significativement différentes.

A FAUX (cf calculs)

B VRAI (cf calculs)

C FAUX Ce ne sont pas des %, sinon ça aurait été vrai.

D VRAI (cf calculs)

E VRAI Si l'hypothèse nulle est rejetée (comme c'est le cas ici), pour confirmer, on peut comparer les proportions 2 à 2 grâce à la correction du risque de première espèce de Bonferroni. C'est dans votre polycopié p.110.