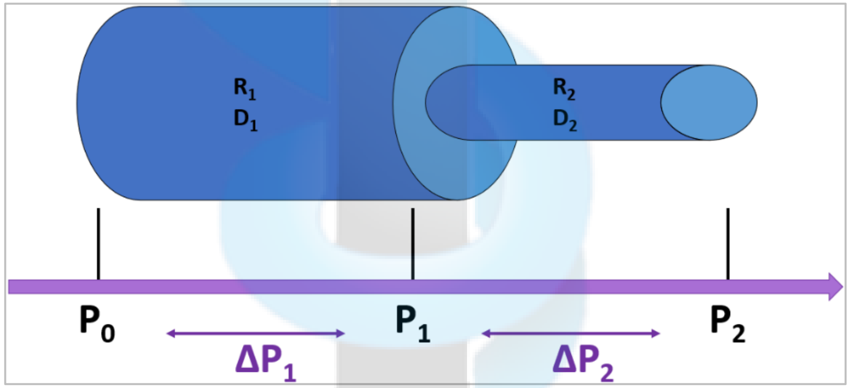
# Point méthode – Tuyaux

L'exercice-type des tuyaux est à faire étape par étape : tout d'abord, nous allons voir comment varient les débits, les résistances et les pressions quand le montage est en **série**, puis nous ferons la même démarche quand le montage est en **dérivation**.

## I. Conduits en série

Ci-joint se trouve un schéma classique d'un montage en série (= pas de divisions ni de ramifications mais il y a des changements de taille) :




*Montage en série de deux tuyaux.*

On a deux tuyaux adjacents de tailles différentes, chacun avec sa résistance et son débit (on a $R_1$-$D_1$ et $R_2$-$D_2$). En abscisse est représenté le gradient de pression, qui démarre de $P_0$ à l'entrée (que l'on peut considérer comme la pression atmosphérique par exemple) jusqu'à $P_2$ à la sortie.

Comment vont varier tous ces éléments au fil de l'écoulement ?

### A. Débits

Nous sommes dans le cas où les tuyaux ne se divisent pas, puisqu'il n'y a aucune bifurcation. Ainsi, il y a un parfait respect du principe de l'**équation de continuité**. Il faut retenir que tant qu'il n'y a pas de ramification le débit ne change pas, même si l'on modifie la taille des conduits. → Nous pouvons donc en déduire que $\boxed{D1 = D2}$.

Cependant, vous savez que $D = Sv = \pi r^2 v \rightarrow$ puisque le deuxième tuyau est plus petit que le premier : alors pourquoi si $r_2$ diminue, $D_2$ ne diminue-t-il pas lui aussi ? C'est parce que la vitesse compense la baisse du rayon ! Autrement dit, **$v_2$ va d'autant plus augmenter que $r_2^2$ va diminuer** : l'objectif étant que les débits $D_1$ et $D_2$ restent identiques.

### B. Résistances

Nous sommes dans le cas où il y a variation de la taille des tuyaux. Dans la formule donnée dans le cours, on voit que $R = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$ → si le tuyau devient plus petit, alors la résistance devient plus grande (car si $r^4$ baisse, alors R croît).

En formule, cela donne $R_1 = \frac{8\eta l}{\pi r_1^4}$ et $R_2 = \frac{8\eta l}{\pi r_2^4} \rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{8\eta l/\pi r_1^4}{8\eta l/\pi r_2^4} = \frac{r_2^4}{r_1^4}$

La résistance du petit tuyau **augmente autant que le rapport des rayons à la puissance 4 s'agrandit** → On en déduit que $\boxed{\boldsymbol{R_2 = R_1\left(\frac{r_1^4}{r_2^4}\right)}}$

> ⚠ **Cette formule considère que la longueur des conduits ne change pas et la viscosité non plus.**
>
> **En effet si la longueur variait, alors il faudrait écrire $\frac{R_2}{R_1} = \frac{8\eta l_2/\pi r_2^4}{8\eta l_1/\pi r_1^4} = \frac{l_2}{l_1} \times \frac{r_1^4}{r_2^4}$ par exemple.**

## C. Pressions

Les variations des pressions se déduisent des changements de débits et de résistances calculés auparavant, puisque **ΔP = RD**. Dans notre situation, les débits ne varient pas et les résistances ne font que croître au fur et à mesure que l'on se déplace dans des tuyaux plus petits. La pression $P_2$ va donc augmenter par rapport à la pression $P_1$ qui va augmenter par rapport à $P_0$.

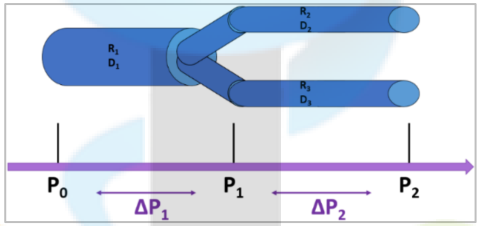
Ainsi, pour les variations de pressions :

$$\Delta P_1 = P_1 - P_0 = R_1 D_1$$
$$\Delta P_2 = P_2 - P_1 = R_2 D_2$$
$$\Delta P_{tot} = P_2 - P_0 = P_2 - P_1 + P_1 - P_0 = R_2 D_2 + R_1 D_1$$

☑ Nous pouvons donc en déduire que $\Delta P_{tot} = P_2 - P_0 = (R_1 + R_2)D$.

Pour retenir, on peut se souvenir que dans un montage en **<u>série</u>**, on peut simplement additionner les résistances entre elles, tel que $\Delta P_{tot} = R_{tot} \times D$, donc, $\Delta P_{tot} = (R_1 + R_2) \times D$ mais vous allez voir que dans un montage en **<u>dérivation</u>** ce n'est pas le cas et que $R_{tot} \neq R_1 + R_2$.

# II. Conduits en parallèle ou en dérivation




*Montage en dérivation.*

Ci-dessus se trouve un schéma classique d'un montage en dérivation (= avec des divisions = séparations = bifurcations). On a un tuyau initial ($R_1$-$D_1$) qui se sépare en deux tuyaux (notés $R_2$ - $D_2$ et $R_3$ - $D_3$) plus petits et parallèles entre eux.

<u>Comment vont varier tous ces éléments au fil de l'écoulement</u> ?

## A. Débits

Cette fois-ci, le débit dans le premier conduit sera différent du débit dans le deuxième tuyau car il y a une ramification. Cette fois-ci, **l'équation de continuité est modifiée** et on ne peut plus écrire $D_1 = D_2 = D_3$, il faut désormais écrire que $D_1$ « se divise » en deux au niveau de la bifurcation. → Nous pouvons donc en déduire que $\boxed{\boldsymbol{D_1 = \sum D_{finales} = D_2 + D_3}}$

En effet, le grand débit à gauche est égal à tous les petits débits à droite.

De plus, comme on sait que $D_2 = D_3$ car les tuyaux sont identiques, alors D2 = D3 = $\frac{D_1}{2}$. Cela peut se comprendre logiquement : le débit représente le nombre de gouttes d'eau traversant le tuyau par seconde. En séparant le tuyau en deux, il y a une moitié des gouttes d'eau qui va aller en haut, et l'autre moitié en bas. Par rapport au débit initial de gauche, chacun des débits de droite sera donc divisé par 2.

## B. Résistancesr

Nous sommes dans le cas où il y a bifurcation et variation de la taille des tuyaux. Pour faire étape par étape, on peut dire que l'on est dans un montage en série avec à gauche le tuyau <u>initial</u> et à droite les tuyaux <u>finaux</u> (et que ces tuyaux finaux forment entre eux un montage en dérivation) : comme vu précédemment, on a $R_{tot} = R_{initiale} + R_{finales}$.

Pour $R_{initiale}$, c'est facile car il n'y a qu'un tuyau : $R_{initiale} = R_1$.

Pour $R_{finales}$, c'est plus compliqué car **on ne peut pas écrire** $R_{finales} = R_2 + R_3$ → **FAUX**. Cela correspond à un montage en série !

**Il faut écrire** $\boldsymbol{\frac{1}{R_{finales}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$ → **VRAI**. C'est la bonne formule pour un montage en dérivation, attention à ne pas confondre !

De plus, $R_2 = R_3$ car les deux petits tuyaux après la bifurcation sont identiques. Ainsi : $\frac{1}{R_{finales}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{2}{R_2} (ou \frac{2}{R_3})$.

Cela signifie que : $R_{finales} = \frac{R_2}{2} = \frac{R_3}{2}$

☑ On peut donc en déduire que $\boxed{R_{tot} = R_{initiale} + R_{finales} = R_1 + \frac{R_2}{2}}$

**⚠ Ce n'est pas très intuitif de mettre les résistances au dénominateur quand les tuyaux sont parallèles. Pensez aussi à ne pas confondre $R_{finales}$ et $1/R_{finales}$ (erreur fréquente).**

## C. Pressions

Les variations des pressions se déduisent des changements de débits et de résistances. On voit que le débit initial se divise en 2 après la séparation, et que les résistances augmentent car les tuyaux deviennent plus étroits.

Pour les variations de pressions :

$$\Delta P_1 = P_1 - P_0 = R_1 D_1$$

$$\Delta P_2 = P_2 - P_1 = R_2 D_2 = R_3 D_3$$

$$\Delta P_{tot} = P_2 - P_1 + P_1 - P_0 = R_2 D_2 + R_1 D_1 = \frac{R_2 D_1}{2} + R_1 D_1$$

☑ Nous pouvons donc en déduire que $\boxed{\Delta P_{tot} = P_2 - P_0 = (R_1 + \frac{R_2}{2}) \times D_1}$

Ici encore et comme avec les résistances, nous avons considéré un montage en série entre $\Delta P_1$ et $\Delta P_2$, avec à l'intérieur de $\Delta P_2$ un montage en dérivation.

**<u>P'tit récap'</u> : dans un montage en…**

**…série : le débit ne change pas. Les résistances peuvent s'additionner tels que $R_{tot} = R_A + R_B$**

**…dérivation : le débit se divise selon le nombre de ramifications (la division sera équitable si les branches sont identiques). Les résistances peuvent s'additionner mais attention : $1/R_{tot} = 1/R_A + 1/R_B$.**