Point méthode – Tube en U

Le tube en U est un grand classique du chapitre « mécanique des fluides ». Il comporte énormément de variantes différentes, qui partent toutes du même raisonnement. Dans cette fiche, je vais d'abord essayer de vous expliquer la méthode et le raisonnement général, commun à tous les exercices de tubes en U. Ensuite, je vous montrerai comment adapter ce raisonnement pour résoudre les variantes les plus classiques.

I. Méthode générale

A. Première chose à faire face à un tube en U : un schéma

Dessus, vous y représentez toutes les informations données par l'énoncé. Il faut que ce schéma soit clair et qu'en un coup d'œil, on puisse comprendre la situation.

On vous conseille également d'y **noter toutes les valeurs données** (surfaces des branches, masse volumique, volume, etc). Comme ça, vous n'aurez plus besoin de vous référez à l'énoncé et de perdre du temps à chercher dans un pavé de 5-6 lignes la donnée qui vous intéresse.

Le mieux c'est d'en profiter pour réaliser les **conversions nécessaires** : calculer les hauteurs de liquides à partir du volume et convertir les densités en masses volumiques.

Rappels :

$$1\ mL = 1\ cm^3$$

$$masse\ volumique\ (p) = densité\ \times\ 10^3$$

$$Volume\ (V) = Surface\ (S)\ \times\ hauteur(h) \text{ donc } h = \frac{V}{S}$$

B. Identifier ce que l'on cherche

Et ensuite, on le représente sur le schéma. Cela vous aidera à mieux visualiser le problème et vous évitera certaines erreurs.

C. Sur le schéma : placer la ligne horizontale sous laquelle le contenu des 2 branches est équivalent

Tout ce qui est au-dessous de cette ligne, étant équivalent dans les 2 branches, exercera la même pression dans chacune de 2 branches. On n'y prendra donc pas en compte dans nos calculs ce qui va grandement nous simplifier la vie !

D. Traduire le problème sous forme d'équation

4. Une fois que tout est clair sur le schéma et dans votre tête, il faut **traduire le problème sous forme d'équation** : on part de l'équation de Bernoulli qui nous dit que les charges dans chacune des branches sont égales.

Ici, on considère une branche A et une branche B :

$$P_A + pgh_A + \frac{1}{2}pv_A^2 = P_B + pgh_B + \frac{1}{2}pv_B^2$$

- h_A et h_B les hauteurs de liquides dans les branches A et B ;
- P_A et P_B, les pressions qui s'exercent à la surface des liquides dans les branches A et B ;
- v_A et v_B, les vitesses des fluides dans la branche A et B.

Or nos liquides sont statiques dans le tube en U, leurs vitesses sont donc nulles, on a alors :

$$P_A + pgh_A = P_B + pgh_B$$

De plus, les tubes en U (contrairement aux tubes en J, voir fiche 2) sont ouverts à leur 2 extrémités.

La pression qui s'exerce à la surface des liquides est alors la même dans les 2 branches et correspond à la pression atmosphérique (P_{atm}).

Comme $P_A = P_B = P_{atm}$, on peut à nouveau simplifier notre équation :

$$\boldsymbol{pgh_A = pgh_B}$$

À partir de cette équation, on va être capable de résoudre une grande partie des exercices de tubes en U.

II. Applications

On va partir d'un énoncé commun qui va nous servir pour chacune des variantes qui suivent :

On considère un tube en U, de section 3 cm^2, ouvert à ses 2 extrémités, contenant du mercure de densité 13,6.

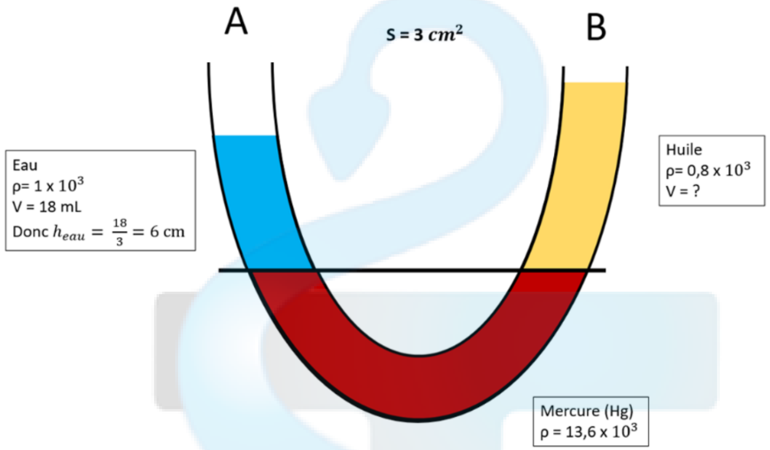
Dans la branche A, on verse 18 mL d'eau de densité 1.

Dans la branche B, on verse de l'huile.

A. Après l'ajout d'huile, les interfaces mercure-eau et mercure-huile sont à la même hauteur

Quel est le **volume** d'huile de densité 0,8 versé ?

Comme expliqué plus haut, la première chose à faire est un schéma.



On a représenté nos trois liquides avec leurs informations à côté et on a réalisé les conversions nécessaires. Ce qu'on recherche c'est le volume d'huile c'est-à-dire ce qui est en jaune sur le schéma.

On nous dit dans l'énoncé que les surfaces de mercure sont au même niveau ce qui signifie que le mercure s'est équitablement réparti entre les 2 branches à la suite de l'ajout d'eau et d'huile. On peut donc placer notre ligne horizontale passant par les interfaces mercure-eau et mercure-huile : sous cette ligne on la même chose dans chacune des branches. On n'aura donc pas besoin de prendre en compte le mercure dans nos calculs. On ne s'occupe que de l'eau et de l'huile.

Nos liquides sont immobiles, notre tube est ouvert à ses 2 extrémités, on peut donc reprendre notre équation précédente :

$$pgh_A = pgh_B$$

Ici, la hauteur de fluide en A est celle de l'eau et la hauteur de fluide en B est celle de l'huile. On a donc :

$$p_{eau}gh_{eau} = p_{huile}gh_{huile}$$

Notre inconnue étant h_{huile} et g étant égal dans les 2 branches, on modifie notre équation :

$$h_{huile} = \frac{p_{eau} \times h_{eau}}{p_{huile}}$$

On réalise ensuite notre application numérique :

$$h_{huile} = \frac{1 \times 10^3 \times 6}{0{,}8 \times 10^3} = \frac{60}{8} = 7{,}5\ cm$$

La hauteur d'huile versée est donc de 7,5 cm. Grâce à ça, on va pouvoir retrouver le volume d'huile versé.

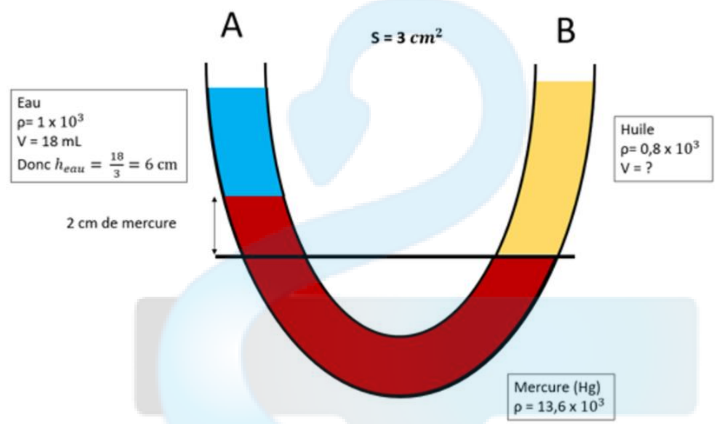
$$V = S \times h = 3 \times 7{,}5 = 22{,}5\ cm^3 = 22{,}5\ mL$$

Et voilà problème résolu !

B. Après l'ajout d'huile, l'interface eau-mercure de la branche A se situe 2 cm plus haut que l'interface huile mercure de la branche B

Quelle **hauteur** d'huile de densité 0,8 a été versée ?

Comme toujours, on schématise.



On a la même situation que dans la variante 1 mais cette fois les interfaces de mercure ne sont pas à la même hauteur. Il faut donc faire attention lorsqu'on place notre ligne horizontale à bien laisser 2 cm de mercure dépasser dans la branche A.

Donc si on reprend notre équation :

$$pgh_A = pgh_B$$

Ici en A on a à la fois du mercure et de l'eau et en B on a toujours que de l'huile. Si on traduit ça par une équation ça donne :

$$p_{eau}gh_{eau} + p_{Hg}gh_{Hg} = p_{huile}gh_{huile}$$

Comme tout à l'heure notre inconnue est la hauteur d'huile. Donc on retourne notre équation :

$$h_{huile} = \frac{p_{eau} \times h_{eau} + p_{Hg} \times h_{Hg}}{p_{huile}}$$

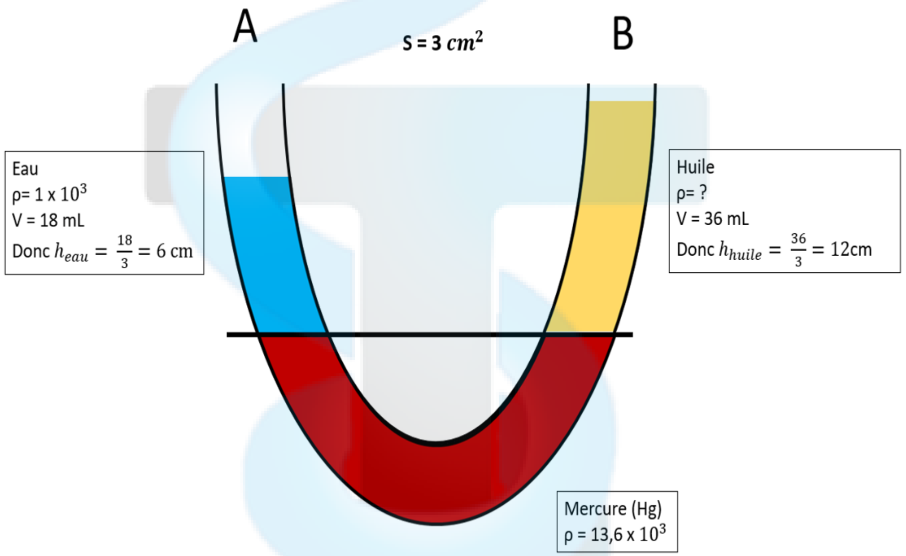
Il ne vous reste plus qu'à faire l'application numérique !

$$h_{huile} = \frac{10^3 \times 6 \times 10^{-2} + 13{,}6 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-2}}{8 \times 10^2} = 0{,}415\ m = 41{,}5\ cm$$

C. Après avoir versé 36 mL d'huile dans la branche B, les 2 interfaces de mercure sont au même niveau

Quelle est la **masse volumique** de l'huile utilisée ?

Encore et toujours : un schéma !



Contrairement aux situations précédentes, ici l'inconnue c'est la masse volumique mais ça ne change pas grand-chose.

Les interfaces de mercure sont au même niveau donc on s'occupera juste de l'eau pour la branche A et de l'huile pour la branche B.

$$p_{eau} g h_{eau} = p_{huile} g h_{huile}$$

On change pour trouver notre inconnue :

$$p_{huile} = \frac{p_{eau} \times h_{eau}}{h_{huile}}$$

Ensuite on n'a plus que l'application numérique à réaliser.

$$p_{huile} = \frac{10^3 \times 6 \times 10^{-2}}{12 \times 10^{-2}} = 5 \times 10^2 \; kg.m^{-3}$$

⚠ Il faut bien penser à convertir les cm en m car on chercher à obtenir notre résultat en USI. (les masses volumiques sont généralement données et attendues en USI, donc en kg.m^{-3}).

Voilà vous êtes des pros du tube en U ! Il existe encore d'autres variantes de tubes en U mais si vous avez déjà bien compris celles-là, vous devriez arriver à vous adapter aux différentes situations.