

Université Claude Bernard  Lyon 1



Tutorat Lyon Est

Année Universitaire 2022 – 2023

Unité d'Enseignement 3

Annale contrôle continu 20/10/2022

6 pages 11 questions 30 minutes

Noa CONSOLARO—LAMBERET
Juliette PERLIER
Eléana YAYO
Célia REYRE

Énoncé commun aux questions 1 et 2 :

La présence de graisse dans le foie peut modifier le métabolisme de certains traitements en particulier dans la prise en charge de la schizophrénie. Une étude observationnelle est réalisée pour évaluer l'utilisation de l'imagerie tomodensitométrique quantitative en comparaison du rapport foie-rate en tomodensitométrie classique afin de diagnostiquer la présence en excès de graisse dans le foie.

486 patients schizophrènes ont été inclus. Pour chaque patient, le ratio foie-rate (noté Y) a été calculé ainsi que la quantité de graisse estimée en tomodensitométrie quantitative (notée X) et exprimée en pourcentage. Les variables Y et X sont distribuées normalement.

Le coefficient de corrélation de Pearson est calculé à -0,64.

Question 1 :

Parmi les propositions suivantes, indiquez-la ou les réponse(s) exactes.

- A. Le niveau de significativité du test du coefficient de corrélation est équivalent à celui du test du coefficient de régression de Y en X.
- B. La corrélation est toujours de même signe que la covariance.
- C. Le coefficient de corrélation quantifie une relation symétrique.
- D. Le coefficient de corrélation de Pearson est également appelé coefficient de corrélation linéaire
- E. Le coefficient de corrélation est algébriquement lié au coefficient de régression.

A VRAI Tester b_1 équivaut à tester $r_{X,Y}$.

B VRAI Le signe de $\rho_{X,Y}$ (coefficient de corrélation de Pearson) est le signe de $\sigma_{X,Y}$.

C VRAI $\rho_{X,Y} = \rho_{Y,X}$

D VRAI Il permet de détecter la présence ou l'absence d'une relation linéaire entre deux caractères (test du coefficient de corrélation linéaire).

E VRAI On peut calculer le coefficient de corrélation grâce au coefficient directeur de la pente de régression :

Coefficients de régression et de corrélation

$$r_{X,Y} = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X \sigma_Y}$$

Avec $\sigma_{X,Y}$ covariance de (X,Y)

σ_X écart-type de X, σ_Y écart-type de Y

$$b_1 = \frac{\sigma_{X,Y}}{\sigma_X^2}$$

$$\rightarrow r_{X,Y} = b_1 \frac{\sigma_X}{\sigma_Y}$$

Remarque: si $\sigma_X = \sigma_Y$ alors $r_{X,Y} = b_1$

Question 2 :

Parmi les propositions suivantes, indiquez-la ou les réponse(s) exactes.

- A. Le nombre de degrés de liberté du test du coefficient de corrélation est 486.
- B. Le nombre de degrés de liberté du test du coefficient de corrélation est considéré infini.
- C. Dans cet exemple, X et Y évoluent dans le même sens.
- D. Le test du coefficient de corrélation est statistiquement significatif au risque alpha 5%
- E. Le test du coefficient de corrélation ne permet pas de conclure au risque alpha 5%

A FAUX Le nombre de degrés de libertés du test du coefficient de corrélation est égal à n-2.

Ici n = 486 donc ddl = 484.

B VRAI Dans cet exercice on a 484 ddl, or la table de Student va jusqu'à 140 degrés de liberté puis on considère que le nombre de degré de liberté est infini. Donc ici on peut considérer que le nombre de degrés de liberté du coefficient de corrélation est infini.

C FAUX Dans cet exemple le coefficient de corrélation de Pearson est négatif : $\rho_{X,Y} = -0,64$; donc X et Y évoluent en sens inverse.

D VRAI On calcule la statistique du test à partir de l'estimation du coefficient de corrélation :

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} \text{ avec } r \text{ l'estimation de } \rho_{X,Y}.$$

$$\text{Donc ici, } t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{-0,64 \times \sqrt{486-2}}{\sqrt{1-(-0,64)^2}} \approx -18,324$$

Si $|t| \geq t_{seuil\ n-2\ ddl,\alpha}$ -> on rejette H_0

Si $|t| \leq t_{seuil\ n-2\ ddl,\alpha}$ -> on ne rejette pas H_0

Ici $|t| = 18,324$.

Pour trouver $t_{seuil\ n-2\ ddl,\alpha}$ on va voir dans la table de la loi de Student.

Dans la ligne de ∞ ddl (la table ne va pas jusqu'à 484) et pour $\alpha = 0,05$.

On voit que $t_{seuil\ n-2\ ddl,\alpha} = 1,9600 < 18,324$

Donc on peut rejeter H_0 au risque $\alpha = 5\%$.

Le test de corrélation est significatif au risque $\alpha = 5\%$.

E FAUX

Question 3 :

Concernant la variance calculée des valeurs observées d'une variable quantitative, indiquez-la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A. La variance calculée est la moyenne des écarts quadratiques à la moyenne.
- B. La variance calculée n'a pas d'unité.
- C. La variance calculée est un paramètre de position.
- D. La variance calculée est le carré de l'écart type
- E. La variance calculée est une mesure décrivant la variabilité des valeurs.

A VRAI La variance d'une distribution mesure la dispersion autour de la moyenne.

B FAUX elle a une unité qui correspond au carré de l'unité de la variable étudiée.

C FAUX C'est un paramètre de dispersion.

D VRAI l'écart-type est égal à la racine carrée de la variance. Réciproquement, la variance est le carré de l'écart-type.

E VRAI La variance mesure la dispersion autour de la moyenne, elle mesure la variabilité des valeurs.

Question 4 :

Concernant la fonction de répartition d'une loi normale, indiquez-la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A. Elle est totalement définie par sa moyenne et son écart-type.
- B. Elle a une distribution usuelle « en cloche ».
- C. Elle s'annule en $z = \mu$.
- D. Elle présente un point d'inflexion en $z = \mu$.
- E. Elle est définie sur l'intervalle $] - \infty ; + \infty [$.

A VRAI

B VRAI

C FAUX Au contraire c'est le sommet supérieur de la « cloche ».

D VRAI cf C

E VRAI

Question 5 :

En France en 2020, sur un échantillon aléatoire de 14873 adultes âgés de 18 à 75 ans, 4729 d'entre eux ($\approx 31,6\%$) déclareraient fumer du tabac selon une enquête réalisée par Santé Publique France. En utilisant la loi normale, le risque de première espèce étant fixé à $\alpha = 5\%$, vous effectuerez un test d'hypothèse bilatéral pour tester l'hypothèse d'une proportion de fumeur significativement différente de la valeur classiquement retenue de 30%.

Parmi les propositions suivantes, indiquez-la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A. Le test d'hypothèse réalisé est un test de comparaison de 2 proportions observées.
- B. Le test d'hypothèse réalisé étant bilatéral, vous ne pouvez pas déclarer que la prévalence du tabagisme chez les adultes en France est significativement supérieure à 30%.
- C. Les résultats du calcul de la grandeur-test ne permettent pas de conclure.
- D. Le test d'hypothèse réalisé est significatif avec $p < 0,0001$.
- E. La valeur calculée de la grandeur-test (arrondie à la seconde décimale) est $z \approx 4,79$.

On compare une valeur classiquement retenue donc théorique notée π_0 à une valeur observée notée n . Pour cela nous allons utiliser la loi normale lors d'un test bilatéral.

Vérifions les conditions de validité : $n\pi_0 \geq 5$ et $n(1-\pi_0) \geq 5$. Ici les conditions sont validées.

Calculons notre statistique du test : $z = \frac{f - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0 \times (1 - \pi_0)}{n}}} = \frac{0,316 - 0,30}{\sqrt{\frac{0,30 \times (1 - 0,30)}{14873}}} = 4,258$ (arrondi au millième).

Calculons maintenant notre p value : $p = 2 \times (1 - P(Z > 4,258))$. La table s'arrête pour $z = 4,09$ or $4,258 > 4,09$ donc $2 \times (1 - P(Z > 4,258)) < 2 \times (1 - P(Z > 4,09))$ donc $p < 0,00004$.

Comparons maintenant avec le risque de première espèce $\alpha = 0,05$. On voit que $p < \alpha$. Nous pouvons conclure au rejet de H_0 ainsi qu'à une proportion significativement différente de de fumeurs.

A FAUX cf explications plus haut.

B FAUX cf explications plus haut.

C FAUX cf explications plus haut.

D VRAI cf explications plus haut, $0,00004 < 0,0001$

E FAUX cf explications plus haut.

Question 6 :

Concernant l'analyse de variance, indiquez-la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A. Elle vise à tester l'hypothèse nulle d'égalité des moyennes théoriques.
- B. La grandeur-test est le rapport des estimations de la variance entre colonnes (inter) et de la variance résiduelle (intra).
- C. La grandeur-test est comparée à la valeur seuil d'une distribution du Chi-2.
- D. La grandeur-test est le rapport des sommes des carrés des écarts entre colonnes et résiduelle.
- E. Les variances de la variable d'intérêt dans les populations comparées sont supposées égales.

A VRAI L'hypothèse nulle s'exprime sous la forme $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_n$.

B VRAI La grandeur test s'exprime sous la forme de $F = \frac{s_c^2}{s^2}$ avec s_c^2 l'estimation de la variance entre colonnes et s^2 l'estimation de la variance résiduelle.

C FAUX La grandeur test est comparée à la valeur seuil d'une distribution de Fisher et non du Chi-2.

D FAUX cf explication de l'item B. Les estimations des variances se calculent grâce à la somme des carrés des écarts entre colonnes SCC et la somme des carrés des écarts résiduelles SCR. Néanmoins, la grandeur test n'est pas directement le rapport entre des sommes des écarts entre colonnes et résiduelle.

E VRAI En effet, c'est une condition à la réalisation du test de l'ANOVA, les variances sont supposées égales.

Question 7 :

Concernant la modélisation du taux de mortalité, indiquez-la ou les réponse(s) exacte(s) :

- A. Le taux de mortalité est exprimé sans unité.
- B. Le taux instantané est la dérivée d'une probabilité conditionnelle par rapport au temps.
- C. Le modèle de survie exponentiel suppose une augmentation du taux de mortalité avec le temps.
- D. Lorsque le modèle est à taux proportionnel, les probabilités de survie sont proportionnelles.
- E. Le modèle exponentiel est un cas particulier du modèle de Weibull.

A FAUX Le taux de mortalité à une unité : $T-1$

B FAUX λt est la dérivée d'une probabilité conditionnelle par rapport au temps. λ est le taux instantané. Les deux sont égaux uniquement dans le cas du modèle exponentiel.

C VRAI Plus on avance dans le temps plus la probabilité de mourir est importante.

D FAUX C'est un piège courant ! Les taux de mortalité sont proportionnels. Les probabilités de survie sont définies par des exponentielles, elles ne pourront donc pas être proportionnelles elles aussi.

E VRAI Lorsque γ est égal à 1 dans le modèle de Weibull, nous retrouvons le modèle exponentiel.

Question 8 :

La survie des patients atteints d'une maladie M à très forte mortalité est correctement ajustée par un modèle de survie exponentiel. Le taux annuel de mortalité est estimé à 0,9163 an⁻¹. Quelle est la valeur prédite de la survie à 3 ans (en % et arrondie à la seconde décimale) ?

- A. 6,40 %
- B. 3,80 %
- C. 0,59 %
- D. 5,18 %
- E. 15,30 %

A VRAI Nous calculons avec la formule : $S(t) = e^{-\lambda t} = e^{-0,9163 \times 3} = 0,06399$. Soit environ 6,40%.

B FAUX cf réponse A.

C FAUX cf réponse A.

D FAUX cf réponse A.

E FAUX cf réponse A.

Question 9 :

Parmi les propositions ci-dessous relatives aux probabilités, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s).

- A. Si deux événements A et B indépendants alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- B. Soient A et B deux événements quelconques : $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cap \overline{B}$.
- C. Le symbole \forall signifie « quel que soit ».
- D. Soient A1, A2 et B, trois événements quelconques : $P(B) = P(B) + P(B) - P(B)$.
- E. Soient A1 et C deux événements quelconques : $P(A_1/C) = P(C/A_1)$.

A FAUX Cela est valable pour des événements incompatibles.

B FAUX $(A \cap B) = A \cup B$

C VRAI

D VRAI

E FAUX C'est une erreur classique.

Question 9 :

Un échantillon de 300 patients ayant eu le COVID au printemps 2020 a bénéficié d'un suivi pendant l'année suivant leur maladie. Parmi ces 300 patients, 45 ont développé un COVID long. Parmi les propositions ci-dessous, cochez celle(s) qui est(sont) vraie(s).

Vous ne ferez aucun arrondi dans les calculs intermédiaires. Les résultats finaux seront donnés avec 2 chiffres après la virgule.

- A. La borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % de la proportion théorique de développer un COVID long vaut environ 0,20.
- B. La borne inférieure de l'intervalle de confiance à 93 % de la proportion théorique de développer un COVID long vaut environ 0,11.
- C. La borne supérieure de l'intervalle de confiance à 95 % de la fréquence observée de développer un COVID long vaut environ 0,20.
- D. Les conditions de validité de l'intervalle de confiance sont $n \geq 30$, $n \times f \geq 5$ et $n \times (1 - f) \geq 5$, avec n la taille de l'échantillon et f la fréquence observée.
- E. Afin d'avoir un intervalle de confiance de largeur inférieure à 5 %, il faudrait inclure au moins 784 individus dans l'échantillon.

A VRAI Ici on voudrait calculer un intervalle de confiance à 95 % de la proportion théorique de développer un covid long.

On vérifie déjà les conditions à priori : $n \geq 30$

On a un échantillon de 300 patients donc il est possible calculer un intervalle de confiance.

La formule du cours pour calculer un intervalle de confiance d'une proportion est :

$$ic_{0,95}(p) = f \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

$$\text{Ici } f = \frac{45}{300} = 0,15$$

Pour trouver $z_{\alpha/2}$ on va voir dans la 2eme table de la loi normale

$$\alpha = 0.05 \text{ donc } \alpha/2 = 0.025$$

$$Z_{\alpha/2} = 1.96$$

$$\text{Donc } ic_{0,95}(p) = 0.15 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{0,15 \times 0,85}{300}}$$

Ce qui fait $ic_{0,95}(p) = [0,10 ; 0,20]$ (on majore la borne supérieure et on minore la borne inférieure en arrondissant).

ATTENTION à ne pas oublier de vérifier les **conditions de validité a posteriori** de l'intervalle de confiance.

Soit f_1 et f_2 respectivement les bornes supérieurs et inférieures de l'intervalle de confiance calculé :

$$nf_1 = 300 \times 0.20 = 60 \geq 5$$

$$nf_2 = 300 \times 0.10 = 30 \geq 5$$

$$n(1 - f_1) = 300 \times 0.80 = 240 \geq 5$$

$$n(1 - f_2) = 300 \times 0.90 = 270 \geq 5$$

Les conditions a posteriori sont respectées.

L'item est vrai.

B VRAI ici, on utilise exactement la même méthode que pour l'item A.

Mais cette fois, $\alpha = 0,07$.

Donc $\alpha/2 = 0,035$.

$z_{\alpha/2} = 1,8119$.

Donc $ic_{0,93}(p) = 0,15 \pm 1,8119 \times \sqrt{\frac{0,15 \times 0,85}{300}}$

Ce qui fait $ic_{0,95}(p) = [0,11 ; 0,19]$.

On vérifie les conditions de validité a posteriori de l'intervalle de confiance.

Soit f_1 et f_2 respectivement les bornes supérieures et inférieures de l'intervalle de confiance calculé :

$$nf_1 = 300 \times 0,19 = 57 \geq 5$$

$$nf_2 = 300 \times 0,11 = 33 \geq 5$$

$$n(1 - f_1) = 300 \times 0,81 = 243 \geq 5$$

$$n(1 - f_2) = 300 \times 0,89 = 267 \geq 5$$

Les conditions a posteriori sont respectées.

L'item est vrai.

C FAUX Un intervalle de confiance se construit quand on ne connaît pas la vraie valeur d'un paramètre dans la population et qu'on a son estimation ponctuelle dans un échantillon : on va construire un IC à partir de son estimation sur l'échantillon, qui va contenir la vraie valeur dans la population). Donc on calcule l'intervalle de confiance de la proportion théorique de la valeur, pas l'intervalle de la fréquence observée.

D FAUX Les conditions de validité d'un intervalle de confiance d'une proportion sont :

Vérification des conditions de validité

On a supposé les conditions d'approximation d'une loi $\mathcal{B}(n, p)$ par $\mathcal{N}(np, \sqrt{npq})$ vérifiées ($n \geq 30, np \geq 5$ et $nq \geq 5$)

On vérifie que ces conditions sont réalisées aux bornes f_1 et f_2 de l'ic calculé

En pratique, on vérifie que :

$$n \geq 30, \quad nf_1 \geq 5, \quad n(1 - f_1) \geq 5, \quad nf_2 \geq 5, \quad n(1 - f_2) \geq 5$$

E VRAI La largeur de l'intervalle est la différence entre la borne supérieure et la borne inférieure de l'intervalle.

Donc dans cet item on cherche $l = [f + z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}] - [f - z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}] = 0,05$.

En développant on a :

$$2 \times z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0,05 \text{ soit } z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 0,025.$$

$$\sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = \frac{0,025}{z_{\alpha/2}}$$

$$\frac{f(1-f)}{n} = \left(\frac{0,025}{z_{\alpha/2}}\right)^2$$

$$\frac{z_{\alpha/2}^2 \times f(1-f)}{0,025^2} = n$$

$$\frac{1,96^2 \times 0,15 \times 0,85}{0,025^2} \approx 783,69$$

n étant au dénominateur dans la formule pour calculer la largeur d'un échantillon, si n augmente la largeur diminue. Donc pour avoir un intervalle **inférieur** à 5% il faut augmenter n, soit avoir **au moins** 784 individus.

L'item est donc vrai.

Question 10 :

Une entreprise fabrique des dispositifs médicaux dont 1 % sont défectueux. Avant commercialisation, chaque dispositif médical est soumis à un contrôle de qualité. Ce contrôle rejette 99 % des dispositifs qui sont réellement défectueux et 5 % de dispositifs médicaux qui n'étaient pas défectueux.

On définit la probabilité d'avoir une erreur au niveau du contrôle qualité comme la probabilité d'avoir un appareil non défectueux rejeté ou bien d'avoir un appareil défectueux non rejeté.

Dans les items commençant par un astérisque (*), on considère que l'étape de contrôle de qualité est réalisée 4 fois de manière indépendante et on définit X la variable aléatoire modélisant le nombre de fois où le dispositif médical est rejeté parmi les 4 étapes de contrôle de qualité. Au final le dispositif médical est commercialisé s'il passe au moins 3 fois le contrôle de qualité.

Parmi les propositions ci-dessous, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s).

Vous ne ferez aucun arrondi dans les calculs intermédiaires.

- A. La probabilité d'avoir une erreur au niveau du contrôle qualité vaut 0,0496.
- B. Soit un dispositif médical choisi aléatoirement ; la probabilité qu'il ne soit pas rejeté vaut 0,9406.
- C. La probabilité qu'un dispositif médical rejeté soit défectueux vaut 0,0099.
- D. (*) la loi suivie par la variable aléatoire X est une loi de Bernoulli de paramètre $p=0,0594$.
- E. (*) la probabilité que le dispositif médical soit commercialisé vaut environ 98 %.

On commence par construire l'arbre. On note les événements : D "dispositifs défectueux", R "Rejet du dispositif" et E "Erreur au niveau du contrôle".

On nous dit que $P(D)=0,01$. Soit $P(\bar{D})=0,99$ (D et D barre sont complémentaires).

On nous dit ensuite que 99% des dispositifs défectueux sont rejetés soit $P(R/D)=0,99$ soit $P(\bar{R}/D)=0,01$ (R et R barre sont complémentaires).

On peut donc calculer grâce à la formule des probabilités conditionnelles :

$$P(D \cap R) = P(D) \times P(R/D) = 0,01 \times 0,99 = 0,0099 ;$$

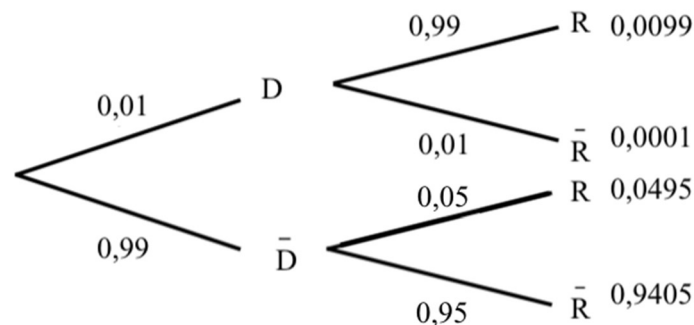
$P(D \cap \bar{R}) = P(D) \times P(\bar{R}/D) = 0,01 \times 0,01 = 0,0001$ (d'après la formule des probabilités composées). On nous dit aussi que 5% des dispositifs non défectueux sont rejetés soit $P(R/\bar{D}) = 0,05$. Soit $P(\bar{R}/\bar{D}) = 1 - P(R/\bar{D}) = 1 - 0,05 = 0,95$

(R et R barre sont complémentaires).

On peut donc calculer grâce à la formule des probabilités composées :

$$P(\bar{D} \cap R) = P(\bar{D}) \times P(R/\bar{D}) = 0,99 \times 0,05 = 0,0495 ;$$

$P(\bar{D} \cap \bar{R}) = P(\bar{D}) \times P(\bar{R}/\bar{D}) = 0,99 \times 0,95 = 0,9405$. On obtient donc l'arbre suivant :



A VRAI Les erreurs dans notre cas seraient de rejeter des dispositifs pas défectueux ou de ne pas rejeter des dispositifs défectueux soit

$$P(E) = P(D \cap \bar{R}) + P(\bar{D} \cap R) = 0,0001 + 0,0495 = 0,0496.$$

B VRAI $P(\bar{R}) = P(D \cap \bar{R}) + P(\bar{D} \cap \bar{R}) = 0,0001 + 0,9405 = 0,9406$ (d'après la formule des probabilités composées).

C FAUX C'est la probabilité de rejeter un dispositif défectueux. Ici il est demandé de calculer $P(D|R) = \frac{P(D \cap R)}{P(R)} = \frac{0,0099}{0,0099 + 0,0495} = \frac{0,0099}{0,0594} = \frac{1}{6} = 0,167$.

D FAUX C'est une loi binomiale de paramètres $p=0,0594$ et $n=4$.

E VRAI Il est dit que le produit sera commercialisé s'il n'est pas rejeté 3 fois lors des 4 contrôles. On sait aussi que X représente le nombre de fois où un produit est rejeté. Pour qu'un produit ne soit pas rejeté, il faut que $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1)$.

$$\text{Soit } P(X=0) = \frac{4!}{0!4!} \times 0,0594^0 \times 0,9406^3 = 1 \times 1 \times 0,78274 = 0,78274 \text{ et}$$

$$P(X=1) = \frac{4!}{1!3!} \times 0,0594^1 \times 0,9406^3 = 4 \times 0,0594 \times 0,83218 = 0,19772.$$

$$\text{Donc } P(X \leq 1) = 0,78274 + 0,19772 = 0,980 = 98\%.$$

Question 11 :

Soit X une variable aléatoire continue d'espérance définie par sa densité de probabilité f_x , sa fonction de répartition F_x et dont l'espérance $E(X)$ vaut 8 et la variance $\text{var}(X)$ vaut 9.

Soit W une variable aléatoire Gaussienne d'espérance 1 et d'écart-type 2.

$$\text{Soit } T = X - W$$

Parmi les propositions suivantes, cochez celle(s) qui est/sont vraie(s).

- A. W est une variable aléatoire centrée.
- B. $\text{Var}(T)=5$

C. $P(W \leq 3) = P(W \geq -1)$

D. $P(W \geq 1) = 0,5$.

E. $P(W = 2) = 0$

A FAUX Une variable est centrée quand son espérance vaut 0. Ici l'espérance de W vaut 1 donc W n'est pas centrée.

B FAUX $T = aX - bW$

$$\text{Var}(T) = a^2 \times \text{var}(X) + b^2 \times \text{var}(W)$$

Ici $a=1$ et $b=-1$ donc $\text{var}(T) = 1^2 \times \text{var}(X) + (-1)^2 \times \text{var}(W) = \text{var}(X) + \text{var}(W) = 9 + 4 = 13$.

C VRAI $P(W \leq 3) = P(Z \leq 1) = P(Z \leq 1)$

$$P(W \geq -1) = P(Z \geq -1) = P(Z \geq -1) = P(Z \leq 1)$$

Donc $P(W \leq 3) = P(W \geq -1)$.

D VRAI $P(W \geq 1) = P(Z \geq 0) = P(Z \geq 0) = 1 - P(Z \leq 0) = 1 - 0,5 = 0,5$. On sait également que $\mu = 1$ et que $P(W \geq \mu) = 0,5$ pour une VA gaussienne.

E VRAI Pour une VA continue, $P(X = x_i) = 0$.

Informations de législation concernant les épreuves majeures : cette épreuve est réservée à un usage personnel. La copie, diffusion totale ou même partielle est interdite en dehors du cadre du Tutorat Santé Lyon-Est.