

Exercices sur la diffusion

(Tirés de *thermodynamique, fondements et applications*, J. Ph. Pérez et A. M. Romulus, édition Masson)

4.4. Diffusion de macromolécules sous l'action d'un gradient de concentration

Un récipient contient un liquide homogène, de masse volumique ρ , dans lequel on ajoute des macromolécules insolubles de masse volumique $\rho_0 > \rho$.

La solution obtenue est maintenue homogène jusqu'à la date $t = 0$. À partir de cet instant, elle est abandonnée à elle-même et, sous l'action des forces de pesanteur, les macromolécules, de forme sphérique, se déplacent vers le fond du récipient. Le mouvement est vertical et les macromolécules sont soumises, entre autres, à une force de type visqueux $\vec{F} = -\alpha \vec{v}$, α étant une constante positive et \vec{v} la vitesse des molécules.

1) Trouver l'équation différentielle du mouvement d'une macromolécule suivant un axe Oz vertical ascendant, l'origine O coïncidant avec le fond du récipient.

2) Montrer que ces particules atteignent une vitesse limite v_l que l'on exprimera en fonction de m , g (intensité du champ de pesanteur), α , ρ et ρ_0 .

3) La vitesse limite étant supposée atteinte très rapidement, donner l'expression du courant volumique d'entraînement J_e des macromolécules à la cote z où leur concentration molaire est $C(z)$.

4) La sédimentation ayant entraîné une inhomogénéité de la solution, un phénomène de diffusion dans le sens ascendant apparaît. On admet que le courant de diffusion J_n est donné par la première loi de Fick, D étant le coefficient de diffusion. Déterminer, en régime stationnaire, la loi de variation de C avec z .

5) Des mesures optiques montrent qu'à 298 K, le rapport C_0/C_2 des concentrations à $z = 0$ et à $z = 2$ cm est égal à 2. Quelle est la masse molaire des macromolécules et la valeur de leur rayon R ?

On rappelle que $D = k_B T / \alpha$ et on donne : $\rho/\rho_0 = 0,80$ et $\rho = 1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$.

4.5. Détermination de la masse molaire de l'hémoglobine

À l'aide d'une ultracentrifugeuse, on a mesuré, à 293 K, la vitesse de sédimentation de l'hémoglobine dans l'eau et déterminé le rapport T_s de cette vitesse sur le champ d'accélération : $T_s = 4,4 \times 10^{-13} \text{ s}$. Sachant que la masse volumique de l'hémoglobine est $\rho = 1\,330 \text{ kg.m}^{-3}$ et que le coefficient de diffusion de cette substance dans l'eau vaut $D = 63 \times 10^{-12} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$, quelle est la masse molaire M de l'hémoglobine ?

Schéma de l'exercice 1 : \vec{F}_A poussée d'Archimède, \vec{f}_r force de frottement visqueux, \vec{U}_z vecteur unitaire (direction verticale), \vec{g} accélération de la pesanteur.

