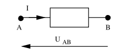
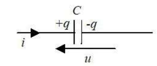
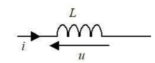
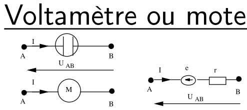
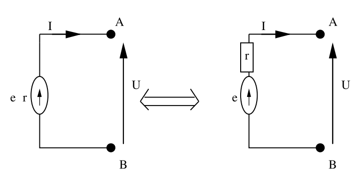
Chapitre III : Circuits linéaires en régime continu permanent

Plan

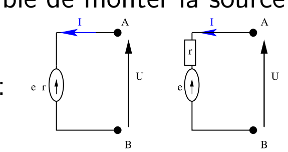
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

- Résistor ou Résistance :  $\Longrightarrow U = R \cdot I$ et $I = G \cdot U$
  Puissance absorbée $P_a = U \cdot I = RI^2 = GU^2$ Où R est la résistance et $G = \frac{1}{R}$ la conductance
- Condensateur :  $\Longrightarrow U = \frac{1}{C}\int i(t)dt$ et $i = C\frac{dU}{dt}$
  Énergie emmagasinée $W = QU = \frac{1}{2}CU^2$ Où C est la capacité et $Q = CU$ la charge.
- Bobine  $\Longrightarrow U = L\frac{di}{dt}$ et $i = \frac{1}{L}\int U(t)dt$
  Énergie emmagasinée $W = \frac{1}{2}LI^2$ Où L est l'inductance.

Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

- Voltamètre ou moteur : Shéma équivalent
   $\Longrightarrow U = e + r \cdot I$
  Puissance absorbée $P_a = eI + rI^2 = UI$
  N.B. Le sens du courant ne peut être inversé. ($I > 0$)
- Source de tension :
  Shéma équivalent 
  $\Longrightarrow U = e - r \cdot I$
  $\Longrightarrow$ Puissance délivrée : $eI = UI + rI^2$

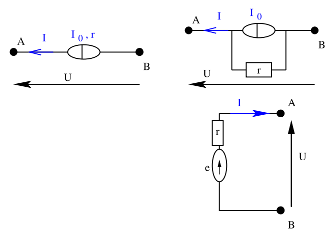
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

N.B. Il est possible de monter la source de tension en opposition telle : 

$\Longrightarrow U = e + r \cdot I$
Puissance utile $P_u = eI + rI^2 = UI$
La source de tension fonctionne alors en mode récepteur.

Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

- Source de courant :

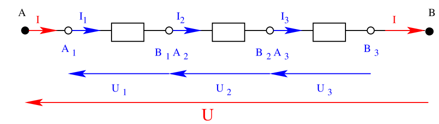


$\Longrightarrow I = I_0 - \frac{U}{r} = I_0 - GU$
$\Longrightarrow U = rI_0 - rI = e - rI$
Puissance Délivrée:

$$UI = UI_0 - GU^2 \quad UI = eI - rI^2$$

Association de dipôles linéaires

1. *Association en série*

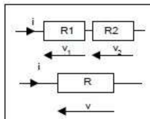
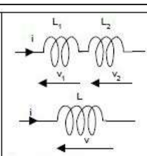
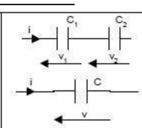


$U = V_A - V_B$
$U = V_{A_1} - V_{B_1} + V_{A_2} - V_{B_2} + V_{A_3} - V_{B_3}$
$U = U_1 + U_2 + U_3$ "on somme les tensions le long d'un fil"
$I = I_1 = I_2 = I_3$ " le courant est une constante dans un fil"

courant électrique dans un fil $\Leftrightarrow$ eau dans un tuyau !

Association de dipôles linéaires

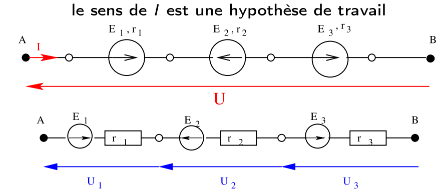
- Cas des résistances, condensateurs et bobines :

		
$v = v_1 + v_2$ $Ri = R_1 i + R_2 i$ $\Rightarrow R = R_1 + R_2$	$v = v_1 + v_2$ $L\frac{di}{dt} = L_1\frac{di}{dt} + L_2\frac{di}{dt}$ $\Rightarrow L = L_1 + L_2$	$v = v_1 + v_2$ $\frac{1}{C}\int idt = \frac{1}{C_1}\int idt + \frac{1}{C_2}\int idt$ $\Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
Généralisation : $R = \sum_i R_i$	Généralisation : $L = \sum_i L_i$	Généralisation : $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Association de dipôles linéaires

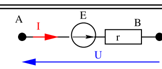
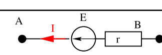
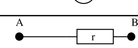
- Cas des sources de tension :

le sens de I est une hypothèse de travail



$U_1 = -E_1 + r_1 I \quad U_2 = +E_2 + r_2 I \quad U_3 = -E_3 + r_3 I$
$U = -E + RI$
$U = -(E_1 - E_2 \quad +E_3) + (r_1 + r_2 \quad +r_3)I$

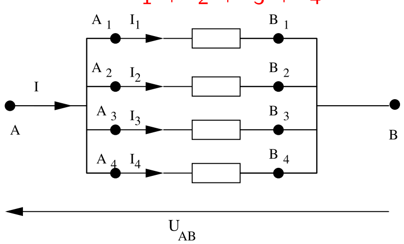
$\boxed{E = E_1 - E_2 + E_3 \quad , \quad R = r_1 + r_2 + r_3}$

si $E > 0$		$E_1 + E_3 > E_2$ (E_1, E_3 imposent le sens de I)
si $E < 0$		$E_1 + E_3 < E_2$ (E_2 impose le sens de I)
si $E = 0$		et $E_1 + E_3 = E_2$ (pas de courant)

Association de dipôles linéaires

2. *Association en parallèle*

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$$



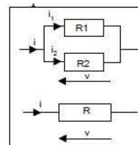
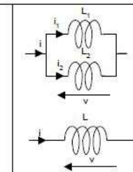
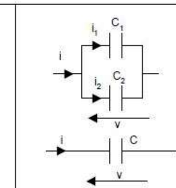
$$U_{AB} = V_A - V_B$$
$$U_{AB} = V_{A_k} - V_{B_k} \quad \forall k$$

$$I = \sum_k I_k$$

Association de dipôles linéaires

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorème de Millmann
Théorème de Thévenin
Théorème de Norton
Théorème de Kenelly :équivalence étoile-triangle

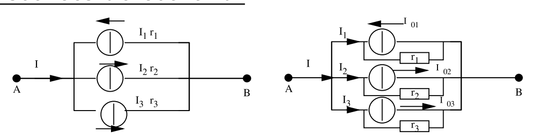
- cas de Résistances, Bobines et Condensateurs:

Résistances	Bobines	Condensateurs
		
$i = i_1 + i_2$ $\frac{v}{R} = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2}$ $\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$		
Généralisation : $\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}$	$i = i_1 + i_2$ $\frac{1}{L}\int v dt = \frac{1}{L_1}\int v dt + \frac{1}{L_2}\int v dt$ $\Rightarrow \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$ Généralisation : $\frac{1}{L} = \sum_i \frac{1}{L_i}$	$i = i_1 + i_2$ $C\frac{dv}{dt} = C_1\frac{dv}{dt} + C_2\frac{dv}{dt}$ $\Rightarrow C = C_1 + C_2$ Généralisation : $C = \sum_i C_i$

Association de dipôles linéaires

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorème de Millmann
Théorème de Thévenin
Théorème de Norton
Théorème de Kenelly :équivalence étoile-triangle

- cas des sources de courant :



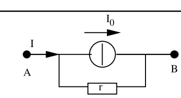
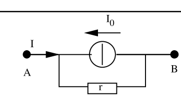
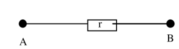
Par définition :
$$I_1 = g_1 U_1 - I_{01}$$
$$I_2 = g_2 U_2 + I_{02}$$
$$I_3 = g_3 U_3 + I_{03}$$
où $U_1 = U_2 = U_3 \quad = U_{AB}$

$$I = \sum_{k=1}^{k=3} I_k = I_{02} + I_{03} - I_{01} + (g_1 + g_2 + g_3)U$$

$$I = I_0 + gU$$

Association de dipôles linéaires

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorème de Millmann
Théorème de Thévenin
Théorème de Norton
Théorème de Kenelly :équivalence étoile-triangle

si $I_0 > 0 \Longrightarrow$		$r = \frac{1}{g} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{k=3} g_k}$ où $g_k = \frac{1}{r_k}$
si $I_0 < 0 \Longrightarrow$		
si $I_0 = 0 \Longrightarrow$		

Théorêmes généraux

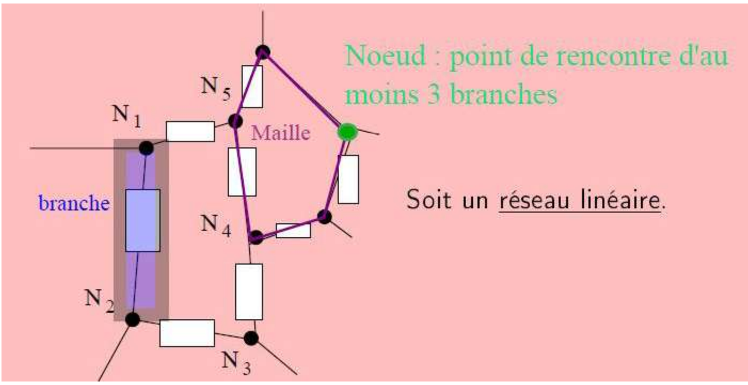
M.A. Lebeault

Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

Association de dipôles linéaires
- Association en série
- Association en parallèle

Théorêmes généraux
- **Définitions**
- Lois de Kirshoff
- Théorême de Millmann
- Théorême de Thévenin
- Théorême de Norton
- Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

1. *Définitions*



On appelle réseau un ensemble de mailles.

Maille : circuit fermé constitué de branches

Branche : constitue un dipole.

Théorêmes généraux

M.A. Lebeault

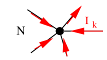
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

Association de dipôles linéaires
- Association en série
- Association en parallèle

Théorêmes généraux
- Définitions
- **Lois de Kirshoff**
- Théorême de Millmann
- Théorême de Thévenin
- Théorême de Norton
- Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

a. *Lois de Kirshoff*

1. Loi des noeuds



$\boxed{\sum_k I_k = 0}$

Soit un noeud N commun à n branches.
$I_k \Longrightarrow$ intensité algébrique du courant dans la branche k.
Convention:

$I_k \Longrightarrow \oplus$ si courant entrant

$I_k \Longrightarrow \ominus$ si courant sortant

Ce qui signifie qu'aucune charge ne s'accumule en un noeud !!!

Théorêmes généraux-Lois de Kirshoff

M.A. Lebeault

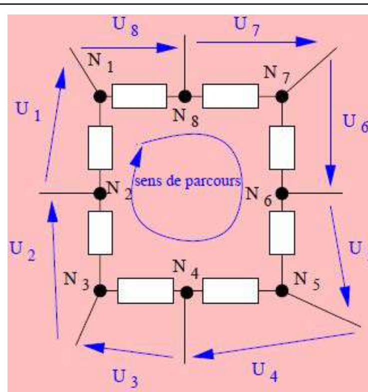
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

Association de dipôles linéaires
- Association en série
- Association en parallèle

Théorêmes généraux
- Définitions
- **Lois de Kirshoff**
- Théorême de Millmann
- Théorême de Thévenin
- Théorême de Norton
- Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

2. Loi des Mailles

Toujours appliquer le même sens de parcours pour la lecture des tensions dans une maille



$\boxed{\sum_k U_k = 0}$

Théorêmes généraux-Lois de Kirshoff

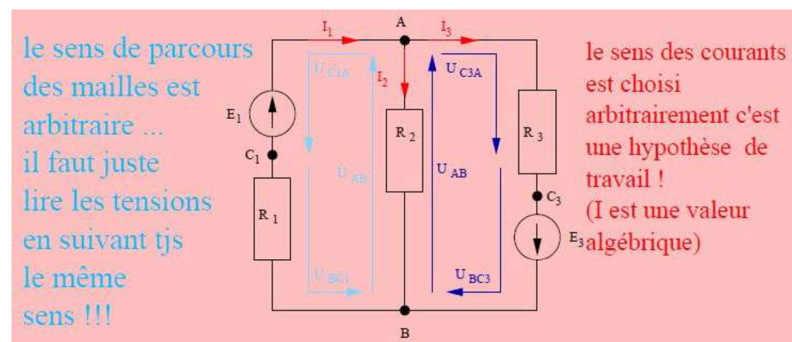
M.A. Lebeault

Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire

Association de dipôles linéaires
- Association en série
- Association en parallèle

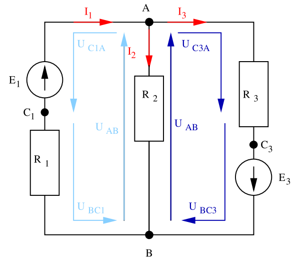
Théorêmes généraux
- Définitions
- **Lois de Kirshoff**
- Théorême de Millmann
- Théorême de Thévenin
- Théorême de Norton
- Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

Déterminer les courants dans le Circuit1 suivant:



le sens des courants est choisi

- loi des noeuds: en A : $I_1 - I_2 - I_3 = 0$; en B : $-I_1 + I_2 + I_3 = 0$ (A)& (B) identiques.



- loi des mailles :
  - Maille $AC_1BA : U_{AB} + U_{C_1A} + U_{BC_1} = 0$
    $$V_A - V_B + V_B - V_{C_1} + V_{C_1} - V_A = 0$$
    $$R_2 I_2 + R_1 I_1 - E_1 = 0$$
  - Maille $AC_3BA : U_{AB} + U_{C_3A} + U_{BC_3} = 0$
    $$V_A - V_B + V_B - V_{C_3} + V_{C_3} - V_A = 0$$
    $$R_2 I_2 + E_3 - R_3 I_3 = 0$$
- Il faut donc résoudre le système de 3 équations à 3 inconnues

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$
$$R_2 I_2 + R_1 I_1 - E_1 = 0$$
$$R_2 I_2 + E_3 - R_3 I_3 = 0$$

$\Longrightarrow$ par substitution $I_2 = I_1 - I_3$

$$E_1 - I_1(R_2 + R_1) + R_2 I_3 = 0 \quad \text{(A)}$$
$$E_3 + I_1 R_2 - I_3(R_2 + R_3) = 0 \quad \text{(B)}$$

une méthode de résolution est :

$$\begin{array}{l|l}
A(R_2) & E_1 R_2 - I_1(R_2 + R_1)R_2 + (R_2)^2 I_3 = 0 \\
+ & \\
B(R_2 + R_1) & E_3(R_2 + R_1) + I_1 R_2(R_2 + R_1) - I_3(R_2 + R_3)(R_2 + R_1) = \\
\hline
= & E_1 R_2 + E_3(R_2 + R_1) - I_3(R_1 R_3 + R_2(R_3 + R_1)) = 0
\end{array}$$

On en déduit facilement :

$$\boxed{\begin{array}{l}
I_1 = \frac{(R_2+R_3)E_1 + R_2 E_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\[2em]
I_2 = I_1 - I_3 = \frac{R_3 E_1 - R_1 E_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\[2em]
I_3 = \frac{R_2 E_1 + (R_1 + R_2) E_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}
\end{array}}$$

- Conclusion: les intensités I_1 et I_3 sont positives cad que le sens a priori choisi est correct.
  Le courant dans la branche AB (I_2) dépend de la différence $I_1 - I_3$:

si $R_3 E_1 > R_1 E_3$	$I_2 > 0$	sens de I_2 A $\Longrightarrow$ B
si $R_3 E_1 < R_1 E_3$	$I_2 < 0$	sens de I_2 B $\Longrightarrow$ A

- Application Numérique:

$$E_1 = 10\text{V} \quad E_3 = 5\text{V} \quad R_1 = R_3 = 10\ \Omega$$
$$R_2 = 5\ \Omega$$

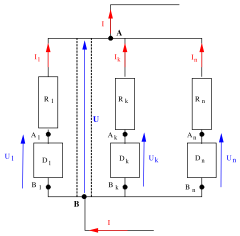
Solution

$$I_1 = \frac{150+25}{100+100} = \frac{175}{200} = 0{,}875\ \text{A}$$
$$I_2 = \frac{100-50}{100+100} = \frac{50}{200} = 0{,}250\ \text{A}$$
$$I_3 = \frac{50+75}{100+100} = \frac{125}{200} = 0{,}625\ \text{A}$$

On vérifie que $I_1 = I_2 + I_3$ cad le sens des courants inscrit sur le schéma

Théorême de Millmann

- Soient n branches ayant en commun A et B . Chaque branche est constituée de 2 dipôles montés en série: un résistor - un dipôle A_kB_k tel que :
$U_k = V_{A_k} - V_{B_k} = U_{A_kB_k}$.

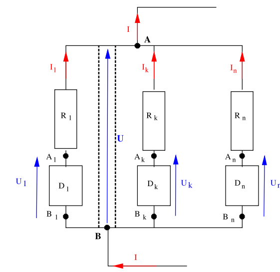


Le théorême de Millmann est une application de la loi des noeuds généralisée.
$\Longrightarrow$ Loi des noeuds en A: $\sum_{k=1}^{n} I_k - I = 0$

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

loi des noeuds en A: $U_{AA_k} = V_A - V_{A_k} = -R_kI_k$
avec $G_k = \frac{1}{R_k}$ $I_k = \frac{1}{R_k}(V_{A_k} - V_A) = G_k(V_{A_k} - V_A)$
et $V_{A_k} = U_k + V_{B_k} = U_k + V_B$

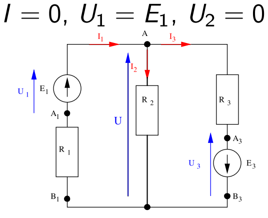
d'où $\sum_k G_k(U_k + \overbrace{V_B - V_A}^{-U}) - I = 0$
Soit $(\sum_k G_kU_k) - I = (\sum_k G_k)U$



$$\boxed{U_{AB} = U = \frac{(\sum_k G_kU_k) - I}{\sum_k G_k} = \frac{(\sum_k \frac{U_k}{R_k}) - I}{\sum_k \frac{1}{R_k}}}$$

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

- Applications:
Circuit 1 : Reprenons le circuit précédemment étudié et appliquons le résultat de Millmann avec :
$I = 0,\ U_1 = E_1,\ U_2 = 0,\ U_3 = -E_3$.



$$U = \frac{G_1E_1 - G_3E_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Or $U = R_2I_2$ donc $I_2 = \frac{U}{R_2} = G_2U$:

$$I_2 = G_2U = G_2\frac{G_1E_1 - G_3E_3}{G_1 + G_2 + G_3} = \frac{1}{R_2}\ \frac{\frac{E_1}{R_1} - \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

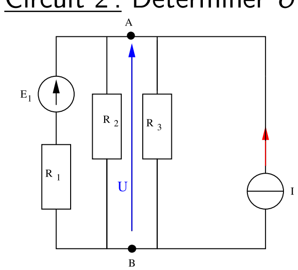
$$I_2 = \frac{\frac{E_1}{R_2R_1} - \frac{E_3}{R_2R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}\ \frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2R_3} = \frac{R_3E_1 - R_1E_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

Puis on détermine I_1 et I_3 à partir de

$$U = E_1 - R_1I_1 = R_3I_3 - E_3$$

Circuit 2 : Déterminer U dans le circuit suivant :



$$U = \frac{\sum_k G_kU_k - I}{\sum_k G_k} = \frac{G_1E_1 + I_4}{G_1 + G_2 + G_3}$$

$$U = \frac{\sum_k \frac{U_k}{R_k} - I}{\sum_k \frac{1}{R_k}} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + I_4}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

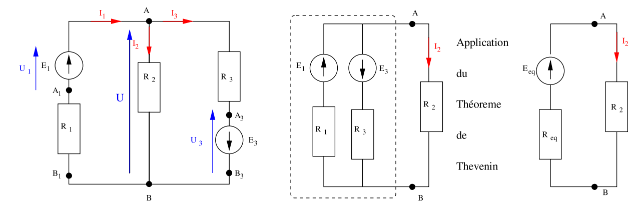
Théorêmes généraux - Thévenin

Théorême de Thévenin

Ennoncé : Toute partie de réseau comprise entre 2 noeuds A et B peut être remplacée par une source de tension de f.è.m E_{eq} et de résistance interne R_{eq}.
La Partie considérée étant déconnectée du reste du réseau :
$\cdot E_{eq} = V_A - V_B = U_{AB}$
$\cdot R_{eq}$ est la résistance équivalente du circuit lorsque toutes les sources sont éteintes.

Théorêmes généraux-Thévenin

- Application n°1 : On reprend le Circuit 1

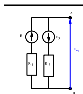


Le réseau se réduit à une seule maille !

$$R_2 I_2 - E_{eq} + R_{eq} I_2 = 0 \qquad I_2 = \frac{E_{eq}}{R_2 + R_{eq}}$$

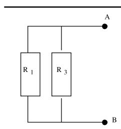
Théorêmes généraux-Thévenin

- Détermination de $E_{eq} \Longrightarrow$ théorême de Millmann :



$$E_{eq} = \frac{G_1E_1 - G_3E_3}{G_1+G_3}$$

- détermination de $R_{eq} \Longrightarrow R_1 // R_3$



$$R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{G_1+G_3}$$

- D'où la valeur de I_2:

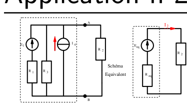
$$I_2 = \frac{G_1E_1 - G_3E_3}{(\frac{1}{G_1+G_3} + R_2)(G_1+G_3)} = \frac{G_1E_1 - G_3E_3}{1 + R_2(G_1+G_3)}$$

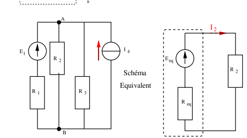
On retrouve le résultat déjà obtenu :

$$I_2 = \frac{1}{R_2}\frac{G_1E_1 - G_3E_3}{G_2 + G_1 + G_3} = \frac{R_3E_1 - R_1E_3}{R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3}$$

Théorêmes généraux-Thévenin

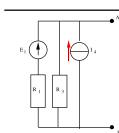
- Application n°2 : on reprend le Circuit 2





$$I_2 = \frac{E_{eq}}{R_2+R_{eq}}$$

- Détermination de $E_{eq} \Longrightarrow$ théorême de Millmann :



$$E_{eq} = \frac{G_1E_1+I_4}{G_1+G_3}$$

- détermination de $R_{eq} \Longrightarrow (R_1//R_3)$ $R_{eq} = \frac{1}{G_{eq}} = \frac{1}{G_1+G_3}$
- On retrouve I_2

$$\Longrightarrow I_2 = \frac{G_1E_1+I_4}{(G_1+G_3)(R_2+\frac{1}{G_1+G_3})} = \frac{G_1E_1+I_4}{1+R_2(G_1+G_3)} = \frac{G_2(G_1E_1+I_4)}{G_2+G_1+G_3}$$

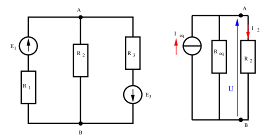
Théorêmes généraux- Norton

d *Théorême de Norton*

Énoncé:	Toute partie de réseau comprise entre 2 noeuds A et B peut être remplacée par une source de courant d'intensité I_{eq} et de résistance interne R_{eq}. La partie considérée étant déconnectée $\cdot I_{eq}$ est l'intensité du courant traversant un fil conducteur de résistance nulle (court-circuit) reliant A et B. $\cdot R_{eq}$ est la résistance équivalente lorsque toutes les sources sont éteintes.

Théorêmes généraux- Norton

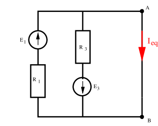
- Application n°1 : circuit 1



$I_2 = I_{eq} - G_{eq}U$ avec $U = R_2 I_2$

$I_2(1 + R_2 G_{eq}) = I_{eq} \implies I_2 = \frac{I_{eq}}{1+R_2 G_{eq}}$

- Détermination de I_{eq} $\implies$ Théorême de Millmann :



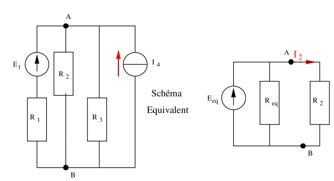
$U = \frac{G_1 E_1 - G_3 E_3 - I_e q}{G_1 + G_3} = 0 \quad I_{eq} = G_1 E_1 - G_3 E_3$

- Détermination de R_{eq} idem Thevenin $\implies R_{eq} = \frac{1}{G_1+G_3}$
- d'où la valeur de I_2 :

$$I_2 = \frac{G_1 E_1 - G_3 E_3}{1 + R_2(G_1 + G_3)} = \frac{R_3 E_1 - R_1 E_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

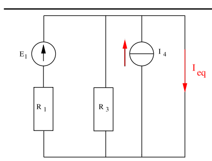
Théorêmes généraux- Norton

- Application n°2 : circuit 2



$I_2 = \frac{I_{eq}}{1+R_2 G_{eq}}$

- Détermination de I_{eq} $\implies$ Théorême de Millmann :



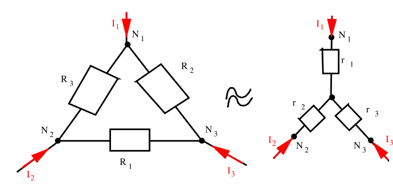
$\frac{G_1 E_1 + I_4 - I_{eq}}{G_1 + G_3} = 0 \quad I_{eq} = G_1 E_1 + I_4$

- Détermination de R_{eq} idem Thevenin
- On déduit I_2

$$I_2 = \frac{G_1 E_1 + I_4}{1 + R_2 G_{eq}} = \frac{G_2(G_1 E_1 + I_4)}{G_1 + G_2 + G_3}$$

Théorêmes généraux- Kenelly

e *Théorême de Kenelly : équivalence étoile-triangle*



L'équivalence doit être réalisée quelles que soient les intensités I_1, I_2 et I_3. En particulier on a :

si $I_3 = 0$	$I_2 = -I_1$ étoile $\implies$ Millmann triangle $\implies$	$V_{N_1} - V_{N_2} = \frac{R_3(R_1+R_2)}{R_1+R_2+R_3} I_1$ $V_{N_1} - V_{N_2} = (r_1 + r_2) I_1$

Donc on a

$$(r_1 + r_2) = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (A)$$

de même on a :

pour $I_2 = 0$	$I_3 = -I_1$	
	étoile $\Longrightarrow$ Millmann	$V_{N_1} - V_{N_3} = \frac{R_2(R_1+R_3)}{R_1+R_2+R_3} I_1$
	triangle $\Longrightarrow$	$V_{N_1} - V_{N_3} = (r_1 + r_3) I_1$

Donc on a

$$(r_1 + r_3) = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (B)$$

pour $I_1 = 0$	$I_3 = -I_2$	
	étoile $\Longrightarrow$ Millmann	$V_{N_2} - V_{N_3} = \frac{R_1(R_2+R_3)}{R_1+R_2+R_3} I_2$
	triangle $\Longrightarrow$	$V_{N_2} - V_{N_3} = (r_2 + r_3) I_2$

Théorêmes généraux- Kenelly

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

Donc on a

$$(r_2 + r_3) = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \qquad (C)$$

3 équations 3 inconnues !!!
$(A) + (B) - (C) = 2r_1$ On déduit alors

$$2r_1 = 2\frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Soit en utilisant les permutations:

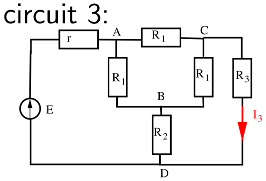
$$r_1 = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}; \quad r_2 = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_2 + R_3};$$

$$r_3 = \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

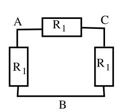
Théorêmes généraux- Kenelly

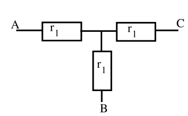
M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

- Application : Déterminer la valeur du courant I_3 dans le circuit 3:

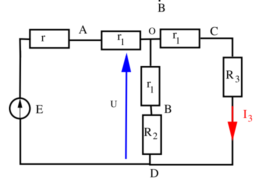


On remplace le triangle (ACB) par un schéma étoile:





avec $r_1 = \frac{R_1}{3}$ D'où le circuit :



Théorêmes généraux- Kenelly

M.A. Lebeault
Loi d'Ohm pour un dipôle linéaire
Association de dipôles linéaires
Association en série
Association en parallèle
Théorêmes généraux
Définitions
Lois de Kirshoff
Théorême de Millmann
Théorême de Thévenin
Théorême de Norton
Théorême de Kenelly :équivalence étoile-triangle

- On applique alors le théorême de Millmann pour déterminer U:

$$V_o - V_D = U = \frac{\frac{E}{r+r_1}}{\frac{1}{r+r_1} + \frac{1}{r_1+R_2} + \frac{1}{r_1+R_3}} = (r_1 + R_3) I_3$$

$$I_3 = \frac{1}{r_1 + R_3} \frac{E}{1 + \frac{r+r_1}{r_1+R_2} + \frac{r+r_1}{r_1+R_3}}$$

$$I_3 = \frac{E}{2r_1 + R_3 + r + \frac{(r+r_1)(r_1+R_3)}{r_1+R_2}}$$