Département Génie Mécanique et Productique
Laboratoire de Dimensionnement des Structures
17 rue de France
69627 Villeurbanne cedex

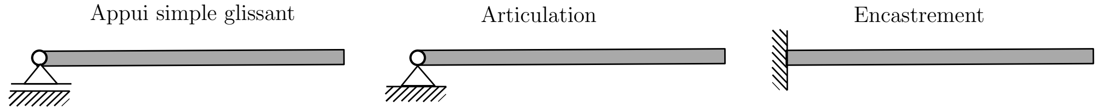
Synthèse sur le Dimensionnement des Structures

Semestre N°2 - R2.MMP.02-E

Rédigé par : équipe de DDS - Version V1

Synthèse du chapitre 1

1. Une poutre est totalement définie par sa fibre moyenne et sa section droite ;
2. Elle est constituée d'un matériau homogène, élastique, linéaire, et isotrope (ces notions sont à connaître) ;
3. Principe de Saint-Venant : Dans une section droite (S) éloignée de la zone où les charges sont appliquées, la répartition des déformations et des contraintes ne dépend que des éléments de réduction du torseur des actions mécaniques appliquées ;
4. L'hypothèse de Navier-Bernoulli permet de se placer dans un cadre cinématique simplifié : Une section de la poutre initialement plane et perpendiculaire à la ligne moyenne reste plane et perpendiculaire à la ligne moyenne après déformation ;
5. Un solide Ω est en équilibre si les actions mécaniques extérieurs qui lui sont appliquées vérifient :
   - Théorème de la résultante : $\sum \overrightarrow{R}_{\text{ext}\to\Omega} = \overrightarrow{0}$
   - Théorème du moment : $\sum \overrightarrow{M}_{\text{ext}\to\Omega_{/A}} = \overrightarrow{0}$, $\forall A \in \Omega$
6. La poutre est liée à l'environnement extérieur par différentes liaisons : appui simple glissant, articulation, encastrement, ...



Les torseurs propres à chaque liaison sont résumés ci-dessous :

Liaison	Torseur de liaison
Appui simple glissant	$\left\{\mathcal{T}_{\text{liaison}}\right\} = \left\{ R_y\vec{y} \qquad \vec{0} \right\}$
Articulation	$\left\{\mathcal{T}_{\text{liaison}}\right\} = \left\{ R_x\vec{x} + R_y\vec{y} \qquad \vec{0} \right\}$
Encastrement	$\left\{\mathcal{T}_{\text{liaison}}\right\} = \left\{ R_x\vec{x} + R_y\vec{y} \qquad M_z\vec{z} \right\}$

Synthèse du chapitre 2

1. Par **convention**, le torseur des actions mécaniques de la partie aval (E_2) sur la partie amont (E_1) est appelé le torseur des efforts intérieurs :

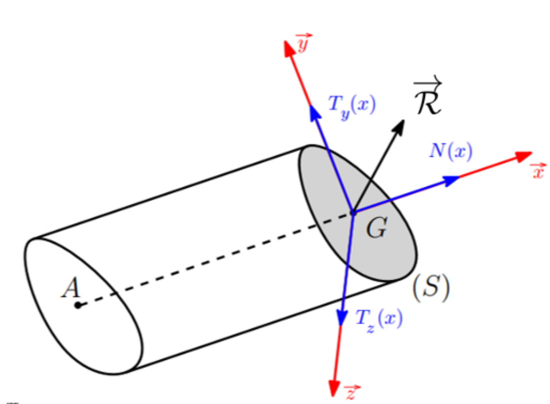
$$\left\{\mathcal{T}_{\text{int}}\right\}_G = \left\{\mathcal{T}_{E_2 \to E_1}\right\}_G$$

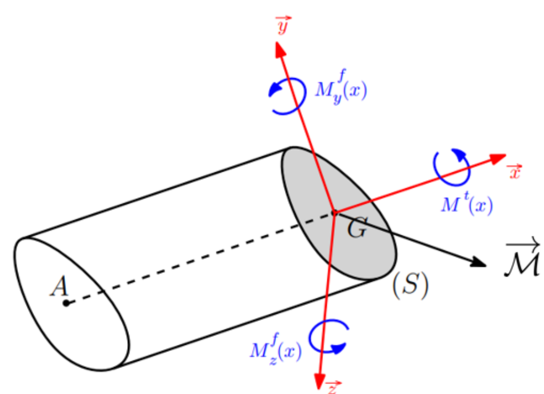
2. La détermination du torseur des efforts intérieurs peut se faire avec la partie E_1 ou E_2 :
   - en isolant la partie E_1 : $\left\{\mathcal{T}_{int}\right\}_G = -\left\{\mathcal{T}_{ext \to E_1}\right\}_G$
   - en isolant la partie E_2 : $\left\{\mathcal{T}_{int}\right\}_G = \left\{\mathcal{T}_{ext \to E_2}\right\}_G$

3. Le torseur des efforts intérieurs varie en fonction de la position de la coupure. Il s'exprime dans le repère local à la section droite, $(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, et s'écrit :

$$\left\{\mathcal{T}_{int}\right\}_G = \left\{ \begin{array}{cc} \overrightarrow{\mathcal{R}}(x) & \overrightarrow{\mathcal{M}}(x) \end{array} \right\}_{G,R} = \begin{Bmatrix} N(x) & M^t(x) \\ T_y(x) & M^f_y(x) \\ T_z(x) & M^f_z(x) \end{Bmatrix}_{G,R}$$

   avec :
   - N est l'effort normal,
   - T_y et T_z sont les efforts tranchants,
   - M^t est le moment de torsion,
   - et M^f_y, et M^f_z sont les moments fléchissants.





4. En fonction de l'expression du torseur des efforts intérieurs, on distinge les différentes sollicitations élémentaires :

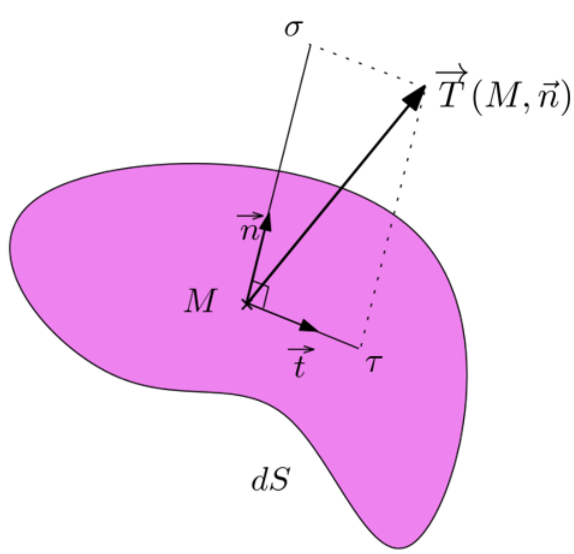
Sollicitation élémentaire	Composante(s) non nulle(s)	$\left\{\mathcal{T}_{\text{int}}\right\}_G$
Traction/Compression	N	$\left\{N\vec{x} \quad \vec{0}\right\}_G$
Cisaillement pur	T_y ou T_z	$\left\{T_y\vec{y} \quad \vec{0}\right\}_G$ ou $\left\{T_z\vec{z} \quad \vec{0}\right\}_G$
Torsion	M^t	$\left\{\vec{0} \quad M^t\vec{x}\right\}_G$
Flexion pure	M_y^f ou M_z^f	$\left\{\vec{0} \quad M_y^f\vec{y}\right\}_G$ ou $\left\{\vec{0} \quad M_z^f\vec{z}\right\}_G$
Flexion simple	(T_y et M_z^f) ou (T_z et M_y^f)	$\left\{T_y\vec{y} \quad M_z^f\vec{z}\right\}_G$ ou $\left\{T_z\vec{z} \quad M_y^f\vec{y}\right\}_G$

5. Les diagrammes de sollicitations permettent de décrire l'évolution des éléments de réductions du torseur des efforts intérieurs. Ils permettent de repérer la section la plus sollicitée afin de vérifier le dimensionnement de la poutre.

6. En tout point M, pour un élément de surface dS de normale $\vec{n}$, le efforts intérieurs sont des densités surfaciques de forces représentées par le vecteur contrainte $\overrightarrow{T}(M,\vec{n})$. Les efforts qui s'exercent à travers la surface dS sont donc $\overrightarrow{T}(M,\vec{n})\ dS$. La projection du vecteur contrainte sur les vecteurs normal et tangentiel permet d'écrire :

$$\overrightarrow{T}(M,\vec{n}) = \sigma\ \vec{n} + \tau\ \vec{t}$$

avec σ est la contrainte normale et τ est la contrainte tangentielle.



Synthèse du chapitre 3

1. Une poutre est en traction/compression dès que le torseur des efforts intérieurs s'écrit sous la forme :
$$\left\{\mathcal{T}_{int}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} N(x) & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}\right\}_{G,R} \quad , \text{ avec :}$$
    - Si $N(x) > 0$: traction
    - Si $N(x) < 0$: compression
2. En cas de traction/compression, le vecteur contrainte en tout point M d'une section de normale $\overrightarrow{n} = \overrightarrow{x}$ s'écrit :
$$\overrightarrow{T}(M, \overrightarrow{x}) = \sigma \overrightarrow{x}$$
3. La contrainte normale σ est uniforme dans la section droite et est donnée par la formule :
$$\sigma = \frac{N}{S}$$
4. Dans le domaine élastique, le relation entre les contraintes et les déformations est donnée par la loi de Hooke :
$$\sigma = E\,\varepsilon$$
avec E est le module d'Young.
5. Le coefficient de Poisson est défini comme étant l'opposé du rapport entre la déformation transversale et la déformation axiale :
$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$$
6. Le tableau suivant regroupe quelques grandeurs, leurs symboles et leurs unités dans le système international :

Grandeur	Symbole	Unité
Module de Young	E	Pascal
Coefficient de Poisson	ν	sans unité
Déformation	ε	sans unité
Contrainte	σ	Pascal

7. Pour dimensionner une poutre, on utilise généralement le critère en contrainte suivant :
$$\sigma \leq \frac{R_e}{s}$$
avec s est un coefficient de sécurité supérieur à 1 et R_e est la limité d'élasticité du matériau.

Synthèse du chapitre 4

1. Une poutre est en cisaillement dès que le torseur des efforts intérieurs s'écrit sous la forme :

$$\left\{\mathcal{T}_{int}\right\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y(x) & 0 \\ T_z(x) & 0 \end{Bmatrix}_{G,R} \quad \text{, avec :}$$

avec l'une des deux composantes $T_y(x)$ et $T_z(x)$ peut être nulle.

2. En cisaillement, le vecteur contrainte s'écrit :

$$\overrightarrow{T}(M, \overrightarrow{x}) = \tau \, \overrightarrow{t}$$

avec τ est la contrainte tangentielle.

3. La contrainte moyenne τ_{moy} est donnée par la formule :

$$\tau_{\text{moy}} = \frac{T}{S}$$

4. La contrainte maximale τ_{max} est donnée par la formule :

$$\tau_{\text{max}} = \lambda \tau_{\text{moy}}$$

avec λ est un facteur de forme en cisaillement.

5. Dans le domaine élastique, le relation entre la contrainte tangentielle et l'angle de glissement est donnée par la loi de Hooke :

$$\tau = G \, \gamma$$

avec G est le module de Coulomb.

6. Pour dimensionner une poutre, on utilise généralement le critère en contrainte suivant :

$$\tau_{\text{max}} \leq \frac{R_{eg}}{s}$$

avec s est un coefficient de sécurité supérieur à 1 et R_{eg} est la limité d'élasticité en cisaillement du matériau.

Grandeur physique	Symbole	Unité
Longueur	L	mètre (m)
Surface	S	mètre au carré (m^2)
Force/action mécanique	F	Newton (N)
Moment d'une force	M	Newton.mètre (Nm)
Déplacement	u	mètre (m)
Déformation	ε	sans unité
Coefficient de Poisson	ν	sans unité
Glissement transversal	Δy	mètre (m)
Distorsion	γ	radian (rad)
Contraintes	σ, τ	Pascal (Pa), souvent exprimé en MPa
Module de Young	E	Pascal (Pa), souvent exprimé en MPa
Module de Coulomb	G	Pascal (Pa), souvent exprimé en MPa