

TD n°3 : Lois jointe, marginale, conditionnelle

L1 - Licences Sciences pour la Santé

Exercice 1 : Soient X et Y deux variables dont la loi jointe est donnée par le tableau suivant :

$X \backslash Y$	0	1
0	0,2	0,1
1	0,3	0,4

- Vérifier que ce tableau définit bien une loi de probabilité
- Déterminer la loi marginale de X
- Déterminer la loi marginale de Y

Exercice 2 : Dans une population on observe deux facteurs de risque :

- X : tabagisme (oui=1, non=0)
- Y : exposition professionnelle à des substances toxiques (oui=1, non=0)

On sait que

$$P(X = 1) = 0.3, \quad P(Y = 1) = 0.4, \quad P(X = 1, Y = 1) = 0.15$$

- Donner la loi jointe de (X, Y)
- X et Y sont-ils indépendants ?
- Calculer $P(Y = 1 | X = 1)$
- Calculer $P(X = 1 | Y = 0)$

Exercice 3 : Soient X et Y deux variables indépendantes suivant une loi de Bernoulli de même paramètre p . On note $U = X + Y$ et $V = X - Y$.

- Donner la loi du couple (U, V) .
- U et V sont-elles indépendantes ?

Exercice 4 : Soient X et Y les résultats de deux dés indépendants.

- Donner $P(X = 2, Y = 6)$
- Donner $P(X > 3 | Y = 2)$
- Soit $Z = X + Y$. Donner $P(X = 4 | Z = 8)$

Exercice 5 : Soit une variable X à valeurs dans $\{0, 1, 2, 3\}$ avec la loi

$$P(X = 0) = 0.1, \quad P(X = 1) = 0.2, \quad P(X = 2) = 0.3, \quad P(X = 3) = 0.4$$

Soient les événements $A = \{X \text{ est pair}\}$, et $B = \{X \geq 2\}$.

- Calculer $E(X|A)$
- Calculer $E(X|B)$
- Calculer $E(X|A \cap B)$

Exercice 6 : Dans une étude clinique, on observe :

- X : bras de traitement (traité = 1, témoin=0)
- Y : Nombre d'améliorations cliniques (0, 1, 2)

$X \backslash Y$	0	1	2
0	0,25	0,15	0,10
1	0,05	0,20	0,25

- Calculer $E(Y|X = 0)$ et $E(Y|X = 1)$
- Interpréter la différence $E(Y|X = 1) - E(Y|X = 0)$