

TD n°2 : Variables aléatoires

L1 - Licences Sciences pour la Santé

Exercice 1 :

Un joueur lance un dé parfait. Si le numéro sorti est 2 ou 4, il gagne 1,5 €, si le numéro sorti est impair il gagne 0,5 € et, si le 6 sort, il perd 5 €.

On appelle X la variable aléatoire qui à un numéro associe le gain en euros.

Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer $E(X)$.

Exercice 2 : Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi de probabilité binomiale :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$$

Avec $n = 5$ et $p = 0.5$

Pour rappel, la loi binomiale donne la loi du nombre de succès lorsque l'on répète n expériences de Bernoulli indépendantes et de paramètre p .

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins 1 succès ?

Nota Bene : On rappelle que pour tout nombre réel non nul r , on a $r^0 = 1$.

De plus, on donne : $\binom{5}{0} = 1$, $\binom{5}{1} = 5$, $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{5}{3} = 10$, $\binom{5}{4} = 5$ et $\binom{5}{5} = 1$

Exercice 3 : Soit X une variable aléatoire réelle ayant la loi discrète suivante :

$$P(X = -1) = \frac{p}{2}, P(X = 0) = 1 - p \text{ et } P(X = 1) = \frac{p}{2}$$

Avec $p \in]0; 1[$.

1. Quelle est la loi de $Y = X^2$?
2. Calculer $P(Y = X)$

Exercice 4 :

Soit X une variable aléatoire suivant une de Bernoulli de paramètre p

- a) Calculer $E(X)$ et $\text{Var}(X)$.
- b) Donner la loi de $Y = 1/(X+1)$ puis calculer $E(Y)$ et $\text{Var}(Y)$

Exercice 5 : Soient X_1 et X_2 deux variables de Bernoulli indépendantes et de paramètre $= \frac{1}{2}$.

Soit $X = 1_{(X_1 = X_2)}$, c'est-à-dire que X vaut 1 quand $X_1 = X_2$, et 0 sinon.

Donner la loi de X et $E(X)$.

Exercice 6 :

On lance deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On note X la variable aléatoire égale à l'écart (en valeur absolue) entre les deux nombres sortis.

Déterminer la loi de probabilité de X .

Déterminer l'espérance de X .

Exercice 7 : On vous propose le jeu suivant: Vous lancez deux dés cubiques équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Si vous obtenez un double six, vous gagnez 1 millions d'euros sinon vous perdez 10000 euros.

Que faites-vous?

Exercice 8 : Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par:

x	0	20	5	15
$P(X=x)$	0,5	0,1	0,2	0,2

Donner $E(X)$, $\text{Var}(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$