

TD n°1 : Exercices de probabilités

L1 - Licences Sciences pour la Santé

Exercice 1 : On considère un jeu de tir sur une cible comportant 3 zones 1, 2 et 3. On considère P une probabilité sur Ω l'univers associé à cette expérience telle que $P(\{3\}) = p$, $P(\{2\}) = 2p$ et $P(\{1\}) = 3p$.

Pour quelle valeur de p cela est-il possible ?

Exercice 2 : Soit (Ω, P) un espace probabilisé et deux événements A et B tels que, la probabilité que A et B se réalise est égale à 0.08, et la probabilité que A ou B se réalise est égale à 0.52. On suppose que A a deux fois plus de chances de se réaliser que B .

- a) Déterminer les probabilités des événements A et B .
- b) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 3 : Une maladie M affecte une personne sur 1000 dans une population donnée. On dispose d'un test sanguin qui détecte M avec une fiabilité de 99% lorsque cette maladie est effectivement présente. Cependant, on obtient aussi un résultat faussement positif pour 0,2% des personnes saines testées.

Quelle est la probabilité qu'une personne soit réellement malade lorsque son test est positif ?

Exercice 4 : Une variable X a la loi suivante

$$P(X = x) = \begin{cases} kx^2 & x = 1, 2, 3, 4 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- a) Trouver la valeur de k
- b) Donner $P(X \geq 3)$

Exercice 5 : Une maladie touche 1% de la population. Un test médical est réalisé : il est positif avec probabilité 0.95 si la personne est malade, il est positif avec probabilité 0.02 si la personne n'est pas malade. On note M l'événement être malade et T l'événement être positif.

- a) Calculer $P(T)$
- b) Calculer $P(M|T)$
- c) Le test est répété deux fois de manière indépendante. Calculer la probabilité qu'une personne soit malade sachant que les deux tests sont positifs.

Exercice 6 :

Hier, je discutais avec ma nouvelle voisine :

Moi – Combien avez-vous d'enfants ?

Elle – Deux.

Moi – Y a-t-il une fille parmi eux ?

Elle – Oui.

Moi – Et l'autre enfant, est-ce une fille également ?

- a) Quelle est la probabilité que ma voisine réponde « oui » ?
- b) Qu'en est-il si à ma deuxième question j'avais demandé si l'aîné(e) était une fille ?