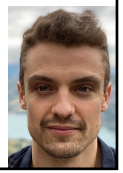
Université Claude Bernard Lyon 1

Biophysique de la Circulation

Mécanique des Fluides

Ecoulement fluide réel - Viscosité

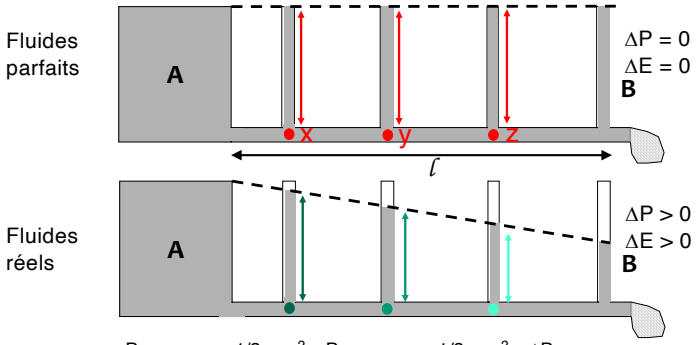
Marc Janier
Service de Médecine Nucléaire
Hôpital GHE - cardiologie
Faculté Lyon-Est



1

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

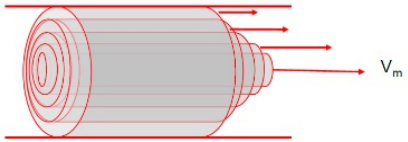


$$P_A + \rho g z_A + 1/2\, \rho\, v_A^2 = P_B + \rho g z_B + 1/2\, \rho\, v_B^2 + \Delta P$$

2

Notion de viscosité d'un fluide réel

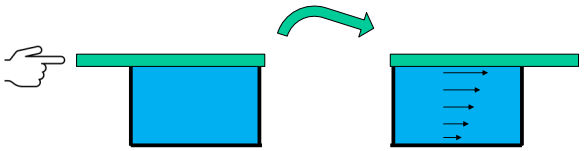
Importance des interactions de frottement entre couches moléculaires et plus particulièrement des forces de cisaillement mises en jeu lors du glissement, les une sur les autres, des lames parallèles concentriques à des vitesses différentes



file:///Users/anthimeflaus/Downloads/M%C3%A9canique%20des%20fluides.pdf

3

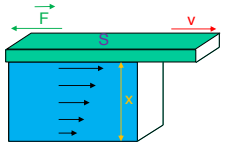
Notion de viscosité d'un fluide réel



Viscosité = ensemble des phénomènes de résistance au mouvement d'un fluide pour un écoulement avec ou sans turbulence. La viscosité diminue la liberté d'écoulement du fluide et dissipe son énergie.

4

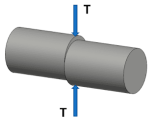
Force de frottement avec le couvercle et entre chaque lame



$$F = \eta * S * \frac{v}{x}$$

Contrainte de cisaillement

Une contrainte de cisaillement τ est une contrainte mécanique appliquée parallèlement à la section transversale d'un élément allongé, par opposition aux contraintes normales qui sont appliquées perpendiculairement à cette surface.
C'est le rapport d'une force à une surface
Elle possède la même dimension d'une pression (Pa)

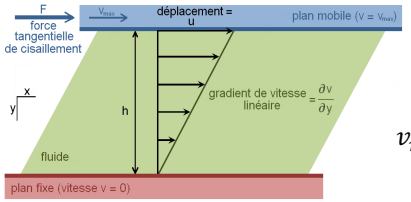


Cisaillement

$$\tau = \frac{F_{tan}}{A}$$

F force tangentielle appliquée (N)
A est l'aire de la section tangentielle à la force (m^2)

http://tonepi.com/resistance-des-materiaux-rdm/sollicitation-simple-cisaillement-cours.html



γ = déformation relative du fluide au bout d'un temps dt

$$\gamma = \frac{u}{h}$$

$$v_{max} = \frac{du}{dt}$$

v_{max} = vitesse du plateau mobile en $m.s^{-1}$

$\dot{\gamma}$ = vitesse de déformation définie comme la déformation par unité de temps en s^{-1}

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{u}{h}\right) = \frac{1}{h}\frac{du}{dt} = \frac{v_{max}}{h}$$

Par Cjp24 — Travail personnel, CC BY-SA 3.0, https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17501737

Viscosité dynamique

$$\eta = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{F_{tan}\, h}{A\, v_{max}}$$

avec	F	Force de frottement ou de cisaillement (N)
	η	Coefficient de viscosité dynamique (Pa.s)
	A	Surface de contact (m^2)
	v_{max}/h	Gradient de vitesse (s^{-1})

Cette équation établit que la force de frottement (F) entre les couches est proportionnelle à la surface de contact (S) entre les couches et au gradient de vitesse (dv/dx).

Le coefficient de proportionnalité étant le coefficient de viscosité η

Viscosité dynamique

- Le facteur de proportionnalité η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide et la relation entre la force de glissement F et η est donnée par

$$d\,F = -\eta\; d\,S\,\frac{dv}{dz}$$

Viscosité dynamique

Analyse dimensionnelle de η

$\eta = F\,S^{-1}\,V^{-1}\,L$

On a : $F=[M][L][T]^{-2}$ / $S=[L]^{-2}$ / $V= [L]/[T]$

$[\eta] = [M][L]^{-1}[T]^{-1}$

<u>Unité de viscosité</u>

USI : Poiseuille = kg . m^{-1} . s^{-1} ou Pa . s

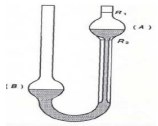
Unité usuelle : Poise = 10^{-1} Poiseuille

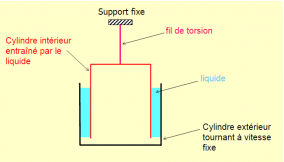
HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

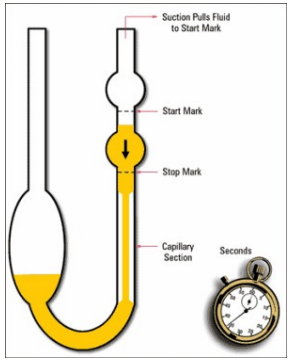
Mesure de la viscosité : 3 méthodes

- <u>Ecoulement dans un tube capillaire</u>
  Viscosimètre d'Oswald
- <u>Résistance à la chute d'une bille</u>
  Viscosimètre de Hoppler
- <u>Cylindres coaxiaux</u>
  Viscosimètre de couette





Viscomètre d'Oswald



On a K une constante caractéristique de l'appareil après étalonnage avec

$\eta = K.\rho.t$

https://lesfluidesemtang.weebly.com/une-proprieacuteteacute-des-fluides-la-viscositeacute.html

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Viscosité des liquides purs

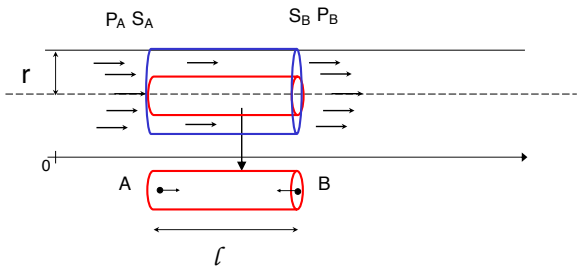
- Eau à 20°C : 1,0 centipoise
  à 38°C : 0,7 centipoise
- Ethanol à 20°C : 1,2 centipoise
- Benzène à 20°C : 0,6 centipoise
- Glycérine à 20°C: 1.49 poise

Pour un fluide donné, la viscosité varie inversement à la température

Loi de Poiseuille

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements



On considère un cylindre (imaginaire) de même axe que le tuyau où s'écoule le fluide; en régime permanent, les vitesses sont indépendantes du temps et la résultante des forces s'exerçant sur un tel cylindre est nulle.

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

La vitesse en chaque point est indépendante du temps. La résultante des forces sur ce cylindre est nulle

Sur l'axe Ox:

- résultantes des forces de pression :

$F_{Px} = P_A.\pi.r^2 - P_B.\pi.r^2 = (P_A - P_B).\pi.r^2$

- Résultantes des forces de viscosité le long de la surface latérale :

$F_{vx} = \eta \,.\, S \,.\, dv/dr = \eta \,.\, 2\pi\, r\ell \,.\, dv/dr$ (dv/dr est négatif)

Au total, l'équilibre des cylindres conduit à:`

$F_p + F_v = 0$

$(P_A - P_B).\pi.r^2 + 2\pi\,\eta\, r\ell\,.\,dv/dr = 0$

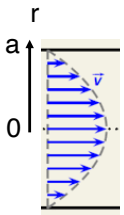
$dv/dr = -\,(P_A - P_B).\pi.r^2 / (2\pi\,\eta\, r\ell)$

$dv/dr = -\,(P_A - P_B)\,.\,r / 2\,\eta\,\ell$

$v\,(r) = -\,(P_A - P_B) / 4\,\eta\,\ell\,.\,r^2 + \text{Cste}$

$v\,(r)$ est nulle pour r = a

$$v\,(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4\,\eta\,\ell}\,(a^2 - r^2)$$



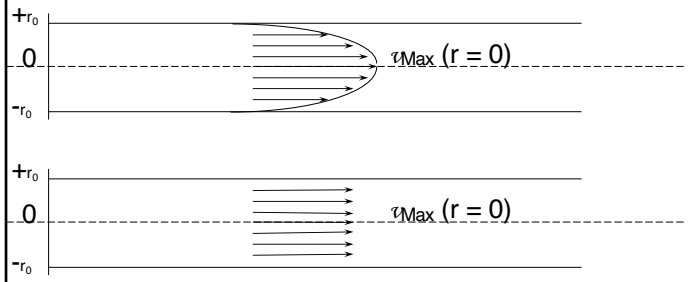
18

18

HYDRODYNAMIQUE

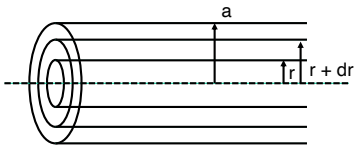
Caractérisation et quantification des écoulements

Cette expression démontre que le profil des vitesses dans un fluide réel en écoulement laminaire est parabolique



19

Débit total de liquide à travers le tuyau



Le débit dans un tuyau cylindrique se calcule en sommant les contributions élémentaires des espaces entre cylindres coaxiaux, ayant même valeur de la vitesse v, c'est-à-dire à la même distance r de l'axe.

Vitesse d'écoulement entre deux cylindres $dQ = v(r)\,.\,dS = v(r)\,.\,2\pi r\,dr$

Débit total Q sera donc : $Q = \int_0^a dQ = \int_0^a 2\pi r\, \boxed{v(r)dr}$

20

Loi de Poiseuille

$$Q = \int_0^a \frac{\pi(P_A - P_B)}{2\,\eta\,\ell}\, r(a^2 - r^2)dr$$

$$\boxed{Q = \frac{\pi}{8\eta}\,\frac{P_A - P_B}{\ell}\,a^4}$$ = loi de Poiseuille

π / 8 est appelé le facteur numérique

1 / η est appelé le facteur viscosité, appelé fluidité

a^4 / ℓ est appelé le facteur géométrique

21

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

$$\boxed{Q = \frac{\pi}{8\eta}\,\frac{P_A - P_B}{\ell}\,a^4}$$

De cette formule, il faut retenir

- qu'à perte de charge constante, le débit varie en fonction de r^4
- qu'une faible variation du diamètre du cylindre va entraîner une importante variation de débit

  p.e. si $r_0 / 2$ alors $Q / 16$
- $v_{moy} = Q / \pi a^2 = v_{max} / 2$

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

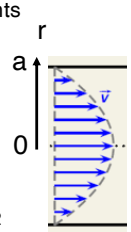
Vitesse maximale et moyenne

Exercice : montrer que $v_{moy} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{v_{max}}{2}$

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne



On a démontré $v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4\,\eta\,\ell}(a^2 - r^2)$

On a v_{max} si r=0, donc $v(0) = v_{max} = \frac{(P_A - P_B)}{4\,\eta\,\ell}\,a^2$

$$\boxed{\frac{v_{max}}{2} = \frac{(P_A - P_B)}{8\,\eta\,\ell}\,a^2}$$

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne

$$v_{moy} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{\pi}{8\eta}\,\frac{P_A - P_B}{\ell}\,a^4\,\frac{1}{\pi a^2}$$

$$= \frac{(P_A - P_B)}{8\,\eta\,\ell}\,a^2$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{(P_A - P_B)}{4\,\eta\,\ell}\,a^2$$

$$= \frac{v_{max}}{2}$$

Complications

Régime laminaire et régime turbulent

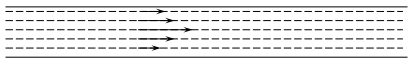
Lorsqu'un fluide réel s'écoule dans un conduit, des pertes d'énergie dues aux frottements, entraînent des pertes de charges d'amont en aval

Cette perte de charge dépend du type (ou régime) d'écoulement

- écoulement linéaire, laminaire ou lamellaire
- écoulement turbulent, tourbillonnaire

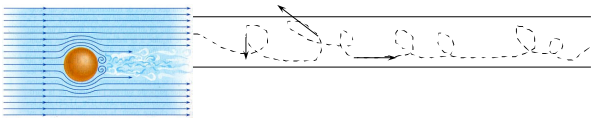
Ecoulement Laminaire = régime de Poiseuille

L'écoulement à faible vitesse d'un fluide visqueux dans un conduit rectiligne s'effectue de telle façon que les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles.
Les vitesses sont parallèles en tous les points à l'axe du tube.
La perte de charge s'exprime en fonction de la distance.

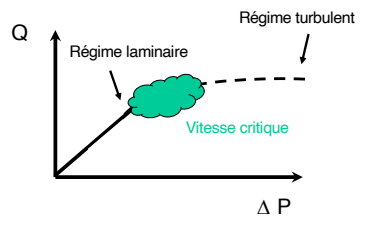


Ecoulement Turbulent

En fonction de différentes conditions les vitesses ne sont plus parallèles, partant dans toutes les directions.
Les particules parcourent un trajet plus long que le déplacement global du fluide.
La perte de charge est beaucoup plus importante que pour un écoulement laminaire.



Transition laminaire - turbulent



HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Notion mise en évidence par Reynolds (1890) à l'aide de colorants

- pour de faibles vitesses, le colorant injecté dans le courant axial ne se mélange que très peu
- à partir d'un certain niveau de vitesse (vitesse critique) le colorant se mélange

$$v_c = R\ (\eta / \rho\ r)$$

avec

v_c la vitesse critique moyenne ($m.s^{-1}$)

r le rayon du tube (m)

ρ la masse volumique du liquide ($kg.m^{-3}$)

η la viscosité du liquide (Poiseuille ou $kg.m^{-1}.s^{-1}$)

et R un nombre sans dimension, appelé Nombre de Reynolds

Reynolds a montré que

- Si R < **1000** alors le régime est toujours laminaire avec v étant la vitesse moyenne (R < 2000 si v exprime la vitesse maximale axiale égale à 2 v_m)
- Si R > **5000** alors le régime est toujours turbulent (avec v étant la vitesse moyenne)
- Entre les 2, le régime est dit instable, c. à d. variant avec les conditions expérimentales

Sachant R = $v\ \rho\ r / \eta$

On retiendra donc que l'écoulement passe d'un régime laminaire à un régime turbulent lorsque

- la vitesse augmente
- le diamètre du tube augmente
- la masse volumique du liquide augmente
- la viscosité du liquide diminue

Attention les différents paramètres sont liés, p.e. la vitesse ne croit pas avec la viscosité

Exercice

- Calcul de la vitesse d'écoulement et du nombre de Reynolds au niveau de la racine de l'aorte chez un sujet témoin

On donne
d = 2 cm, η = 4.10^{-3} Poiseuille, ρ = 1,06 kg.l^{-1}
débit cardiaque D = 5 l.mn^{-1}

- Calcul du débit cardiaque à partir duquel l'écoulement sera certainement turbulent

Exercice : correction

- Conditions physiologiques au repos pour l'aorte
  d = 0,02 m, η = 4 . 10^{-3} Poiseuille, ρ = 1060 kg.m^{-3} débit cardiaque D = 5 l.mn^{-1}

SV = (5.10^{-3}) /60 m^3.s^{-1} **S**= Pi r^2 = 3,14 10^{-4}
V$_{moy}$= ((5.10^{-4}) /60) / 3,14 10^{-4} = 26 cm.s^{-1}

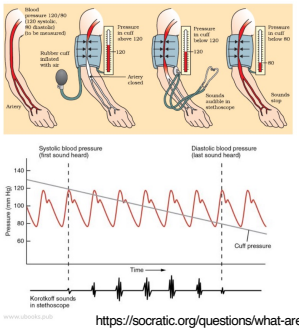
R = v ρ r / η = $0{,}26 * 1060 * 10^{-2} / 4.10^{-3} = 689$

V$_c$ = R (η / ρ r) = (5000 * 4.10^{-3}) / (1060 * 10^{-2}) = 1,88 m.s^{-1}

Régime d'écoulement dans les vaisseaux

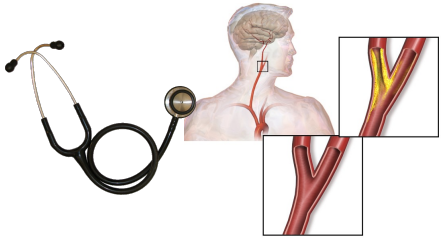
- R augmente
  A l'effort D ↗ donc v$_{moy}$ ↗
  Anémie η ↘ et D ↗ donc v$_{moy}$ ↗
  Sténose d ↘ donc v$_{moy}$ ↗
  Régime avec turbulences se traduisant par des vibrations donc des sons = souffles d'auscultation

En pratique : Korotkov



https://socratic.org/questions/what-are-korotkoff-sounds

En pratique : recherche de sténose vasculaire



Blausen.com staff (2014). "Medical gallery of Blausen Medical 2014". *WikiJournal of Medicine* **1** (2).

38

38

Fluides non Newtoniens

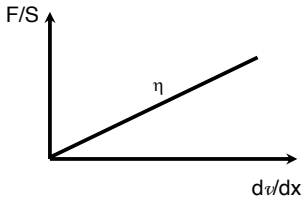
- Fluides Newtoniens

  Fluide dont le coefficient de viscosité est <u>indépendant</u> du gradient de vitesse à une température constante

  ex. : eau

39

39



Pour un fluide newtonien, la force de viscosité par unité de surface est proportionnelle au gradient de vitesse

40

40

Fluides non Newtoniens

- Fluides non Newtoniens

  Fluide dont le coefficient de viscosité est variable selon le gradient de vitesse

  ex. : solutions macromoléculaires

41

41

Comportement particulier des fluides non newtoniens

Cas particulier du sang

- Viscosité du sérum à 38°C
  η_r = 1,43 (par rapport à l'eau à 38°C)
  soit 1 centipoise
  en rapport avec macromolécules dissoutes (70 $g.l^{-1}$)

- Viscosité du plasma à 38°C
  η_r = 2 soit η = 1,4 centipoise
  en rapport avec les macromolécules et le fibrinogène

Cas particulier du sang

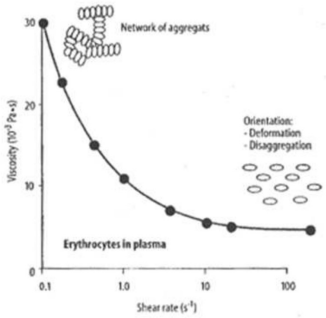
- Le sang = suspension de globules dans une solution colloïales
- Sa viscosité varie avec :
  - 1) sa composition
  - 2) sa vitesse d'écoulement
  - 3) le taille du vaisseau qu'il parcourt

Cas particulier du sang

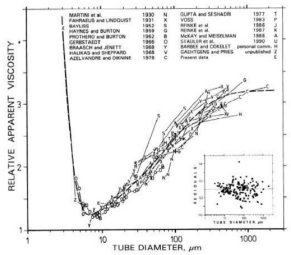
- Viscosité du sang à 38°C
  Varie en fonction du taux d'hématocrite (volume des GR par rapport au volume sanguin total):

Ht%	η_r
20	3,2
30	3,3
40	4,2
50	5,5
60	7,6

Variation de la viscosité sanguine



Cas particulier du sang

Anomalie de la viscosité sanguine

Effet de Fahraeus-Lindqvist