

Biophysique de la Circulation

Mécanique des Fluides

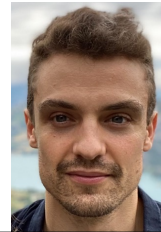
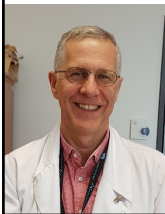
Écoulement fluide réel - Viscosité

Marc Janier

Service de Médecine Nucléaire

Hôpital GHE - cardiologie

Faculté Lyon-Est

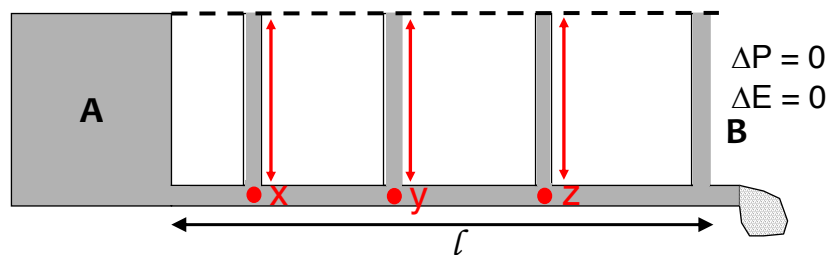


1

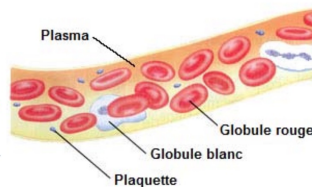
HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Fluides parfaits



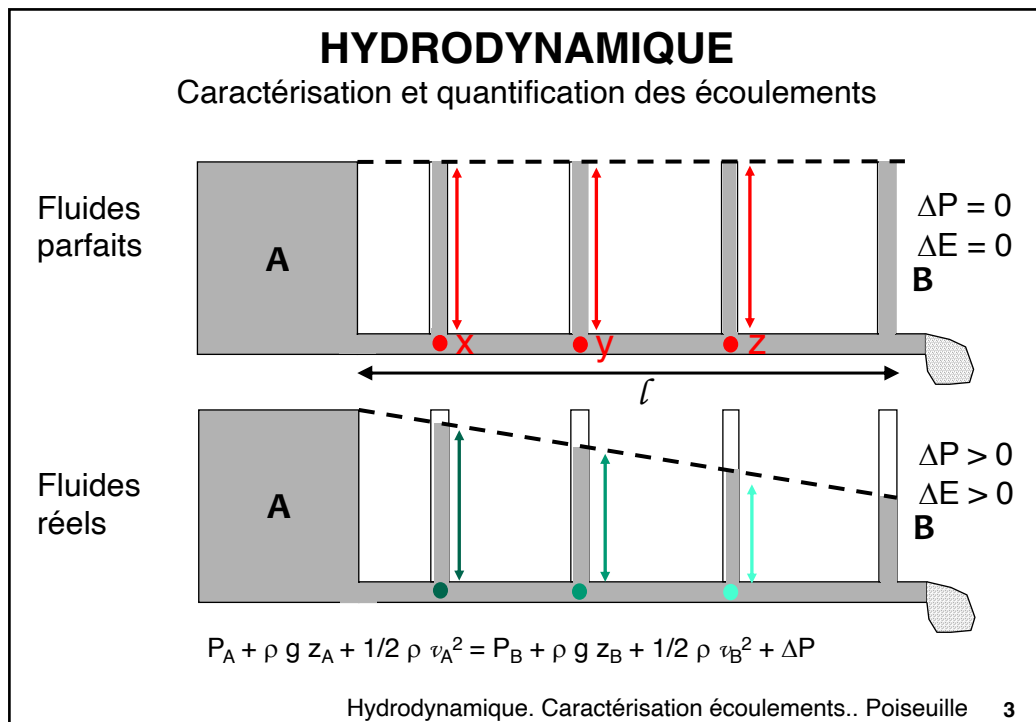
→ ~55% Plasma
→ <1% Globules blancs et plaquettes
→ ~45% Globules rouges



Fluide réel

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 2

2



3

Notion de viscosité

- Viscosité = ensemble des phénomènes de résistance au mouvement d'un fluide pour un écoulement avec ou sans turbulence. La viscosité diminue la liberté d'écoulement du fluide et dissipe son énergie.

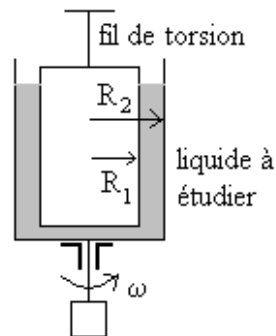
4

4

Mesure de la viscosité



Expérience de Couette



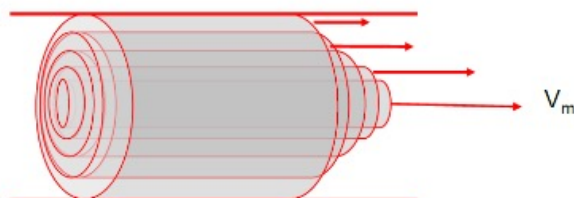
https://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/claude_saintblanquet/synophys/45meflu/45meflu.pdf

5

5

Force de cisaillement entre les couches

Importance des interactions de frottement entre couches moléculaires et plus particulièrement des **forces de cisaillement** mises en jeu lors du glissement, les unes sur les autres, des lames parallèles concentriques à des vitesses différentes



file:///Users/anthimeflaus/Downloads/M%C3%A9canique%20des%20fluides.pdf

6

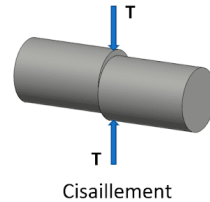
6

Contrainte de cisaillement

Une contrainte de cisaillement τ est une contrainte mécanique appliquée **parallèlement** à la section transversale d'un élément allongé, *par opposition aux contraintes normales* qui sont appliquées perpendiculairement à cette surface.

C'est le rapport d'une force à une surface

Elle possède la même dimension d'une pression (Pa)



$$\tau = \frac{F_{tan}}{A}$$

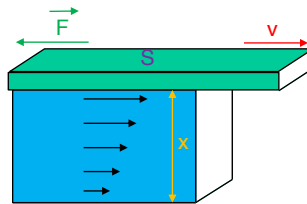
F force tangentielle appliquée (N)
A est l'aire de la section tangentielle à la force (m²)

<http://tonepi.com/resistance-des-matériaux-rdm/sollicitation-simple-cisaillement-cours.html>

7

7

Force de frottement avec le couvercle et entre chaque lame



$$F = \eta * S * \frac{v}{x}$$

La force de frottement est proportionnel à :

- la vitesse du couvercle,
- la surface en contact,
- la viscosité du fluide

Elle est inversement proportionnelle à la profondeur du bassin

9

9

Viscosité dynamique

Le facteur de proportionnalité η est le coefficient de viscosité dynamique du fluide et la relation entre la force de glissement F et η est donnée par

$$F = \eta S \frac{v}{x}$$

14

14

Viscosité dynamique

Analyse dimensionnelle de $\eta = \frac{F}{S} \frac{x}{v}$

On a : $F=[M][L][T]^{-2}$ / $S=[L]^{-2}$ / $V= [L] / [T]$

$$[\eta] = [M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

Unité de viscosité

USI : Poiseuille = $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ou $\text{Pa} \cdot \text{s}$

Unité usuelle : Poise = 10^{-1} Poiseuille

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité

15

15

HYDRODYNAMIQUE

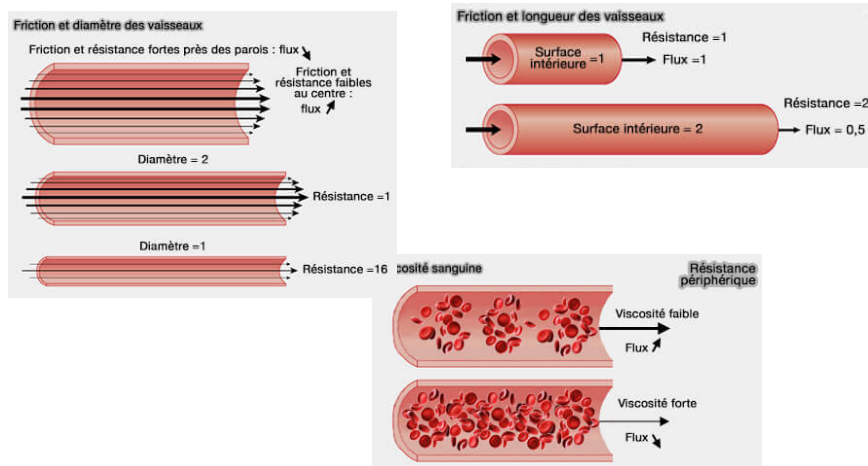
Caractérisation et quantification des écoulements

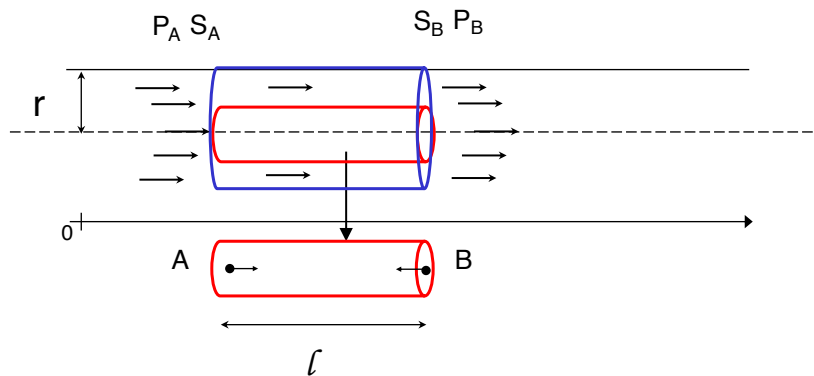
Viscosité des liquides purs

- Eau à 20°C : 1,0 centipoise
- à 38°C : 0,7 centipoise
- Ethanol à 20°C : 1,2 centipoise
- Benzène à 20°C : 0,6 centipoise
- Glycérine à 20°C : 1.49 poise

Pour un fluide donné, la viscosité varie inversement à la température

De quoi dépend le débit dans un vaisseau ?





On considère un cylindre (imaginaire) de même axe que le tuyau où s'écoule le fluide; en régime permanent, les vitesses sont indépendantes du temps et la résultante des forces s'exerçant sur un tel cylindre est nulle.

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 20

20

La vitesse en chaque point est indépendante du temps. La résultante des forces sur ce cylindre est nulle

Sur l'axe Ox:

- résultantes des forces de pression :

$$F_{Px} = P_A \cdot \pi \cdot r^2 - P_B \cdot \pi \cdot r^2 = (P_A - P_B) \cdot \pi \cdot r^2$$

- Résultantes des forces de viscosité le long de la surface latérale :

$$F_{vx} = \eta \cdot S \cdot dv/dr = \eta \cdot 2\pi r l \cdot dv/dr \quad (dv/dr \text{ est négatif})$$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 21

21

Au total, l'équilibre des cylindres conduit à :

$$F_p + F_v = 0$$

$$(\vec{P}_A - \vec{P}_B) \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \eta r \ell \cdot dv/dr = 0$$

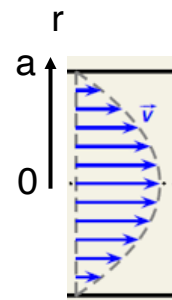
$$dv/dr = - (P_A - P_B) \cdot \pi \cdot r^2 / (2\pi \eta r \ell)$$

$$dv/dr = - (P_A - P_B) \cdot r / 2 \eta \ell$$

$$v(r) = - (P_A - P_B) / 4 \eta \ell \cdot r^2 + Cste$$

$v(r)$ est nulle pour $r = a$

$$v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta \ell} (a^2 - r^2)$$



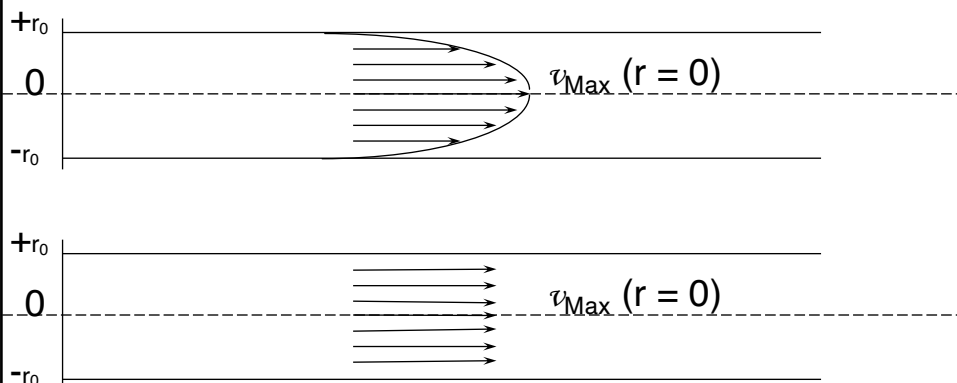
22

22

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

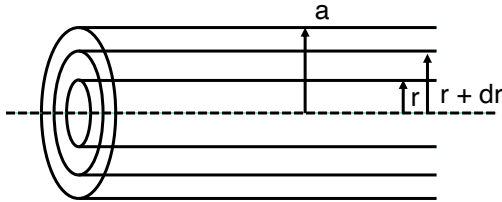
Cette expression démontre que le profil des vitesses dans un fluide réel en écoulement laminaire est parabolique



Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 23

23

Débit total de liquide à travers le tuyau



Le débit dans un tuyau cylindrique se calcule en sommant les contributions élémentaires des espaces entre cylindres coaxiaux, ayant même valeur de la vitesse v , c'est-à-dire à la même distance r de l'axe.

Vitesse d'écoulement entre deux cylindres $dQ = v(r) \cdot dS = v(r) \cdot 2\pi r dr$

Débit total Q sera donc :

$$Q = \int_0^a dQ = \int_0^a 2\pi r \boxed{v(r) dr}$$

Loi de Poiseuille

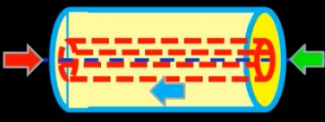
$$Q = \int_0^a \frac{\pi(P_A - P_B)}{2\eta \ell} r(a^2 - r^2) dr$$


$$\boxed{Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{\ell} a^4} = \text{loi de Poiseuille}$$

$\pi / 8$ est appelé le facteur numérique

$1 / \eta$ est appelé le facteur viscosité, appelé fluidité

a^4 / ℓ est appelé le facteur géométrique





$$v(r) = \frac{\Pi}{4 \eta L} (R^2 - r^2)$$

$$Q = \int_0^R v(r) dS = \int_0^R v(r) 2\pi r dr = \int_0^R \frac{\Pi}{4 \eta L} (R^2 - r^2) 2\pi r dr$$

$$= \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \int_0^R (R^2 - r^2) r dr = \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr$$

$$= \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \left[R^2 \frac{r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \left(R^2 \frac{R^2}{2} - \frac{R^4}{4} \right) = \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \left(\frac{R^4}{2} - \frac{R^4}{4} \right)$$

$$= \frac{\Pi \pi}{2 \eta L} \frac{R^4}{4} = \frac{\Pi \pi}{8 \eta L} R^4$$

Mécanique des fluides

26

26

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{l} a^4$$

De cette formule, il faut retenir

- qu'à perte de charge constante, le débit varie en fonction de r^4
- qu'une faible variation du diamètre du cylindre va entraîner une importante variation de débit

p.e. si $r_0 / 2$ alors $Q / 16$

- $v_{\text{moy}} = Q / \pi a^2 = v_{\text{max}} / 2$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 27

27

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne

Exercice : montrer que $v_{\text{moy}} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{v_{\text{max}}}{2}$

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne

On a démontré $v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta l} (a^2 - r^2)$

On a v_{max} si $r=0$, donc $v(0) = v_{\text{max}} = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta l} a^2$

$$\frac{v_{\text{max}}}{2} = \frac{(P_A - P_B)}{8 \eta l} a^2$$

Diagram illustrating the velocity profile $v(r)$ across the radius r of a pipe of radius a . The velocity is zero at the wall ($r=a$) and maximum at the center ($r=0$).

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne

$$\begin{aligned}v_{\text{moy}} &= \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{\ell} a^4 \frac{1}{\pi a^2} \\&= \frac{(P_A - P_B)}{8 \eta \ell} a^2 \\&= \frac{1}{2} \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta \ell} a^2 \\&= \frac{v_{\text{max}}}{2}\end{aligned}$$

30

30

Complications

31

31

Régime laminaire et régime turbulent

Lorsqu'un fluide réel s'écoule dans un conduit, des pertes d'énergie dues aux frottements, entraînent des pertes de charges d'amont en aval

Cette perte de charge dépend du type (ou régime) d'écoulement

- écoulement linéaire, laminaire ou lamellaire
- écoulement turbulent, tourbillonnaire

32

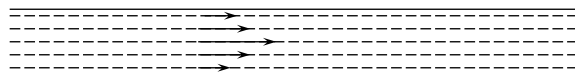
32

Écoulement Laminaire = régime de Poiseuille

L'écoulement à faible vitesse d'un fluide visqueux dans un conduit rectiligne s'effectue de telle façon que les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles.

Les vitesses sont parallèles en tous les points à l'axe du tube.

La perte de charge s'exprime en fonction de la distance.

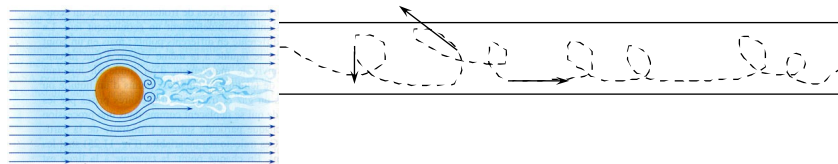


33

33

Ecoulement Turbulent

En fonction de différentes conditions les vitesses ne sont plus parallèles, partant dans toutes les directions.
Les particules parcourent un trajet plus long que le déplacement global du fluide.
La perte de charge est beaucoup plus importante que pour un écoulement laminaire.

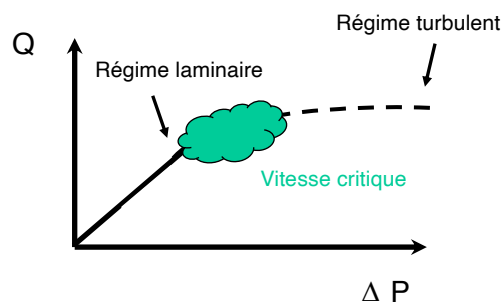


Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

34

34

Transition laminaire - turbulent



Expérience de Reynolds

35

35

$$v_c = R (\eta / \rho r)$$

avec

v_c la vitesse critique moyenne (m.s^{-1})

r le rayon du tube (m)

ρ la masse volumique du liquide (kg.m^{-3})

η la viscosité du liquide (Poiseuille ou $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)

R un nombre sans dimension, appelé Nombre de Reynolds

36

36

Reynolds a montré que

- Si **$R < 1000$** alors le régime est toujours laminaire avec v étant la vitesse moyenne ($R < 2000$ si v exprime la vitesse maximale axiale égale à $2 v_m$)
- Si **$R > 5000$** alors le régime est toujours turbulent (avec v étant la vitesse moyenne)
- Entre les 2, le régime est dit instable, c. à d. variant avec les conditions expérimentales

37

37

Sachant $R = v \rho r / \eta$

On retiendra donc que l'écoulement passe d'un régime laminaire à un régime turbulent lorsque

- la vitesse augmente
- le diamètre du tube augmente
- la masse volumique du liquide augmente
- la viscosité du liquide diminue

Attention les différents paramètres sont liés, p.e. la vitesse ne croît pas avec la viscosité

38

38

Exercice

- Calcul de la vitesse d'écoulement et du nombre de Reynolds au niveau de la racine de l'aorte chez un sujet témoin

On donne

$d = 2 \text{ cm}$, $\eta = 4.10^{-3} \text{ Poiseuille}$, $\rho = 1,06 \text{ kg.l}^{-1}$

débit cardiaque $D = 5 \text{ l.mn}^{-1}$

- Calcul du débit cardiaque à partir duquel l'écoulement sera certainement turbulent

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

39

39

Exercice : correction

- Conditions physiologiques au repos pour l'aorte
 $d = 0,02 \text{ m}$, $\eta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Poiseuille}$, $\rho = 1060 \text{ kg.m}^{-3}$ débit cardiaque $D = 5 \text{ l.mn}^{-1}$

$$SV = (5 \cdot 10^{-3}) / 60 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{-4}$$

$$V_{\text{moy}} = ((5 \cdot 10^{-4}) / 60) / 3,14 \cdot 10^{-4} = 26 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$R = \eta \rho r / \eta = 0,26 \cdot 1060 \cdot 10^{-2} / 4 \cdot 10^{-3} = 689$$

$$V_c = R (\eta / \rho r) = (5000 \cdot 4 \cdot 10^{-3}) / (1060 \cdot 10^{-2}) = 1,88 \text{ m.s}^{-1}$$

40

40

Régime d'écoulement dans les vaisseaux

- R augmente

A l'effort $D \nearrow$ donc $v_{\text{moy}} \nearrow$

Anémie $\eta \searrow$ et $D \nearrow$ donc $v_{\text{moy}} \nearrow$

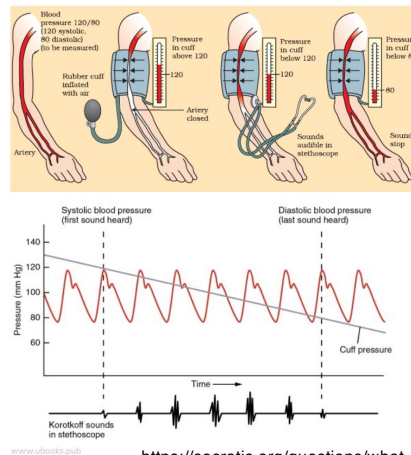
Sténose $d \searrow$ donc $v_{\text{moy}} \nearrow$

Régime avec turbulences se traduisant par des vibrations donc des sons = souffles d'auscultation

41

41

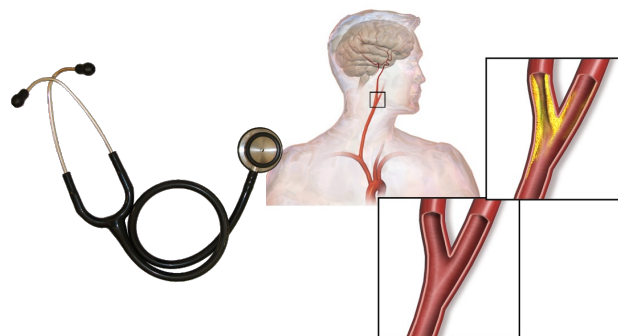
En pratique : Korotkov



42

42

En pratique : recherche de sténose vasculaire



Blaasen.com staff (2014). "Medical gallery of Blaasen Medical 2014". WikiJournal of Medicine 1 (2).

43

43

Fluides non Newtoniens

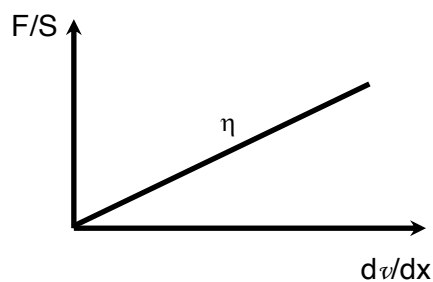
- Fluides Newtoniens

Fluide dont le coefficient de viscosité est indépendant du gradient de vitesse à une température constante

ex. : eau

44

44



Pour un fluide newtonien, la force de viscosité par unité de surface est proportionnelle au gradient de vitesse

45

45

Fluides non Newtoniens

- Fluides non Newtoniens

Fluide dont le coefficient de viscosité est variable selon le gradient de vitesse

ex. : solutions macromoléculaires

46

46

Comportement particulier des fluides non newtoniens



47

47

Cas particulier du sang

- Viscosité du sérum à 38°C
 $\eta_r = 1,43$ (par rapport à l'eau à 38°C)
soit 1 centipoise
en rapport avec macromolécules dissoutes (70 g.l⁻¹)
- Viscosité du plasma à 38°C
 $\eta_r = 2$ soit $\eta = 1,4$ centipoise
en rapport avec les macromolécules et le fibrinogène

Cas particulier du sang

- Le sang = suspension de globules dans une solution colloïdales
- Non newtonien
- Sa viscosité varie avec :
 - 1) sa composition
 - 2) sa vitesse d'écoulement
 - 3) le taille du vaisseau qu'il parcourt

Cas particulier du sang

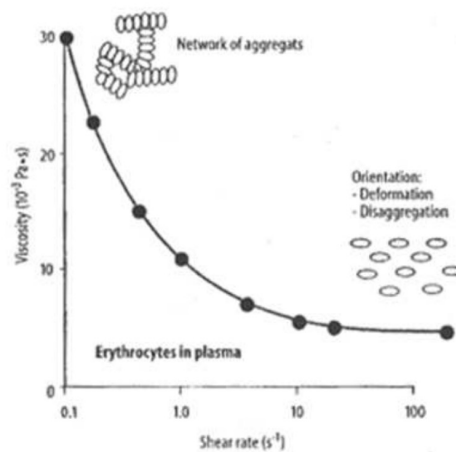
- Viscosité du sang à 38°C
Varie en fonction du taux d'hématocrite (volume des GR par rapport au volume sanguin total):

Ht%	η_r
20	3,2
30	3,3
40	4,2
50	5,5
60	7,6

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 50

50

Variation de la viscosité sanguine



Red_Blood_Cells_simulation_models_and_analytical_m.pdf

51

51