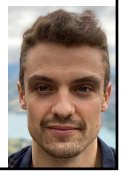
Université Claude Bernard Lyon 1

Biophysique de la Circulation

Mécanique des Fluides

Théorème de Bernoulli

Anthime FLAUS
Marc Janier
Service de Médecine Nucléaire
Hôpital GHE - cardiologie
Faculté Lyon-Est



1

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

= Étude des mouvements des fluides, ou écoulements

Caractérisation et quantification de l'écoulement

1) Dynamique des fluides parfaits en régime permanent écoulement (sans perte de charge)

= Equation de Bernoulli

2) Dynamique des fluides réels (écoulement avec perte de charge)

= notion de Viscosité (Régime d'écoulement, Reynolds)

= Loi de Poiseuille

2

HYDRODYNAMIQUE

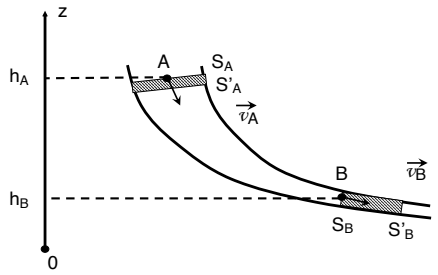
Caractérisation et quantification des écoulements

- Daniel Bernoulli 1738
- Hypothèses
  - le mouvement est permanent (transition =0, changements = 0)
  - le fluide est parfait (viscosité = 0)
  - le fluide est incompressible (liquide)

3

HYDRODYNAMIQUE

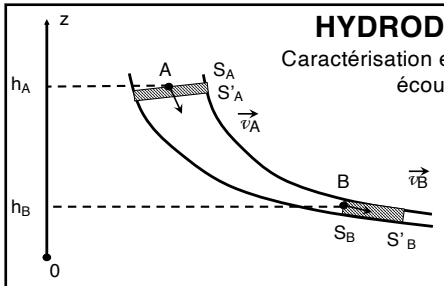
Caractérisation et quantification des écoulements



4

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements



- Le fluide s'écoule à travers le tube de courant entre les points A et B
- Pendant un intervalle Δt:
  - Les points de S_A se déplacent de Δt se retrouvant sur S'_A, de même pour S_B et S'_B
  - Le fluide est incompressible, donc la masse Δm contenue entre S_A et S'_A et S_B et S'_B doit être identique. Cela revient à la conservation du débit massique :

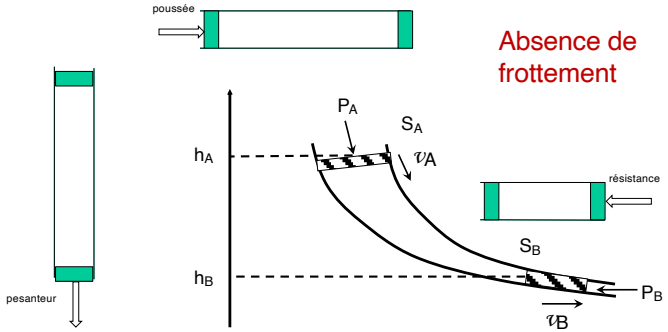
    $\rho\, S_A\, v_A\, \Delta t = \rho\, S_B\, v_B\, \Delta t$

5

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Bilan des forces

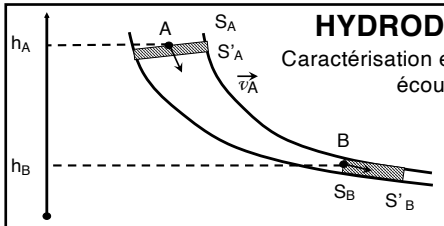


Absence de frottement

6

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements



- On considère que la masse Δm de fluide est passé du point A au point B
- Entre ces deux situations la variation de l'énergie cinétique est égale au travail des forces appliquées

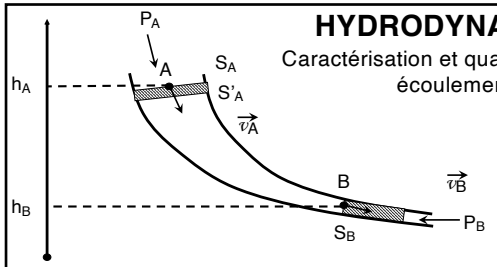
$$\Delta E_c = \Delta W_{pres} + \Delta E_p$$

- Variation d'énergie cinétique entre A et B : $\Delta E_c = 1/2 \Delta m\ (v_B^2 - v_A^2)$
- Forces appliquées : force de pesanteur et force de pression

7

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements



- **Travaux de pression P_A et P_B** ($W = F\, d$ et $F = P\, S$ d'où $W = P\, S\, d$) effectués sur les surfaces A et B et qui provoquent pendant Δt des déplacements Δl_A et Δl_B des liquides présents sur les surfaces

  $\Delta W_{pres} = P_A\, S_A\, \Delta l_A - P_B\, S_B\, \Delta l_B = (P_A\, S_A\, v_A - P_B\, S_B\, v_B)\, \Delta t$

- **Variation d'énergie potentielle** liée à l'altitude, par élément de masse, entre A et B

  $\Delta E_p = - g\, \Delta m\, (z_B - z_A) = = g\, \Delta m\, (z_A - z_B)$

8

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Conservation de l'énergie le long d'une ligne de courant dans le cadre de l'écoulement d'un fluide parfait d'où:

$\Delta E_{tot} = 0 = \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta W_{pres}$ d'où

$1/2\Delta m\ (v_B^2 - v_A^2) + \Delta m\ g\ (z_B - z_A) + (P_B\ S_B\ v_B - P_A\ S_A\ v_A)\ \Delta t = 0$

Dans cette équation, chaque terme a les dimensions d'une énergie par unité de volume ou densité d'énergie

Comme $\rho\ S\ v\ \Delta t = \Delta m$ donc $\Delta t = \Delta m/(\rho\ S\ v)$ et si * $\rho/\Delta m$ alors
$1/2\ \rho\ (v_B^2 - v_A^2) + \rho\ g\ (z_B - z_A) + P_B - P_A = 0$

d'où $P_A + \rho\ g\ z_A + 1/2\ \rho\ v_A^2 = P_B + \rho\ g\ z_B + 1/2\ \rho\ v_B^2 = Cste$

Cette constante est appelée la charge (symbole E)

Sa dimension est celle d'une pression

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

L'énergie totale de fluide est la somme de 3 termes

$E_T = E_{pres} + \rho gh + 1/2\rho v^2$ ou $E_T = E_{pres} + E_{pes} + E_c$

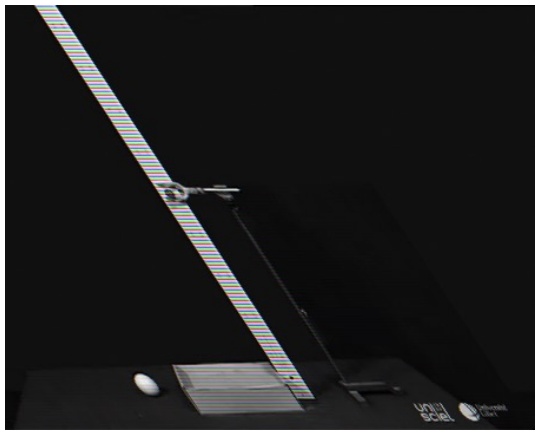
W_{pres} = Energie potentielle de pression
E_p = Energie potentielle de pesanteur
Ec = Energie cinétique

Expression du théorème de Bernouilli

Dans un fluide parfait incompressible en écoulement permanent, la charge est constante en tout point du circuit.

Exemple de la canette de bière

Conservation de l'énergie



Quizz #2

Le théorème de Bernoulli déclare que la somme des travaux de pression, l'énergie cinétique et _____ par unité de volume d'un fluide _____ et _____ le long d'une ligne de courant.

Quizz #2

Le théorème de Bernoulli déclare que la somme des travaux de pression, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle par unité de volume d'un fluide incompressible et parfait le long d'une ligne de courant.

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Csq 1 : Le résultat est prouvé pour les tubes de courant, on peut l'étendre aux tubes où il existe un écoulement en régime laminaire (Cf viscosité)

Csq 2 : Loi de l'hydrostatique

si v = 0 le théorème devient $P + \rho g z = Cste$

Csq 3 : La pression en 1 point dépend de la vitesse du fluide à altitude identique