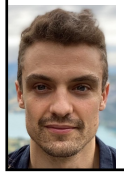
Université Claude Bernard Lyon 1

Biophysique de la Circulation

Mécanique des Fluides

Equation de continuité

Anthime Flaus
Marc Janier
Service de Médecine Nucléaire
Hôpital GHE - cardiologie
Faculté Lyon-Est



1

DEFINITIONS

Fluide parfait : quand un fluide se déforme les couches qui le constituent, glissent les unes sur les autres. Un fluide est dit parfait quand ce glissement s'effectue sans aucune force de frottement (= aucune dissipation d'énergie mécanique en chaleur)

2

DEFINITIONS

Régime permanent : nous considèrerons que ce qui se passe lorsque le régime est établi négligeant tous les phénomènes transitoires. Le robinet sera ouvert ou fermé. On ne décrira pas ce qu'il se passe lorsque son état change.

Fluide incompressible: c'est-à-dire dont le volume ne dépend pas (ou pratiquement pas) de la pression.

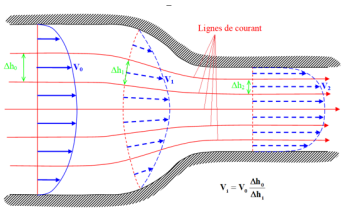
= Liquide

Diffèrent des gaz qui sont compressibles

3

DEFINITIONS

Ligne de courant : c'est la trajectoire suivie par un volume très petit (infinitésimal) de fluide au cours de son écoulement. Un tube de courant est constitué de l'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.



D'après Hunter Rouse, Elementary Mechanics of Fluids, 1978

Par Bernard de Go Mars — Travail personnel, CC BY-SA 4.0,
https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=98589966

4

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

= Étude des mouvements des fluides, ou écoulements

Caractérisation et quantification de l'écoulement

1) Dynamique des fluides parfaits en régime permanent (sans perte de charge)

= Equation de Bernoulli

2) Dynamique des fluides réels (écoulement avec perte de charge)

= notion de Viscosité (Régime d'écoulement, Reynolds)

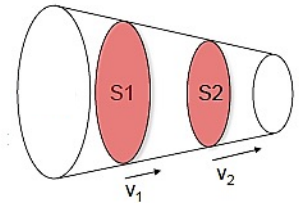
= Loi de Poiseuille

HYDRODYNAMIQUE

Définition du Débit

Lorsque le régime permanent est établi dans un circuit hydraulique, le débit Q est le volume de fluide qui traverse une section S pendant une unité de temps

Tube de courant



Q = Volume / Δt = Section * vitesse

HYDRODYNAMIQUE

Débit

Le débit Q est le volume de fluide qui traverse une section S pendant une unité de temps

Q = Volume / Δt = Section * vitesse

Unités de débit

SI	$m^3.s^{-1}$
Usuelles	$l.mn^{-1}$ (débit cardiaque)
	$ml.mn^{-1}$ (débit cérébral)

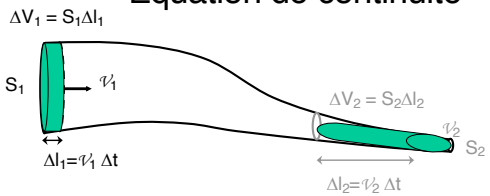
HYDRODYNAMIQUE

Conservation du débit

HYDRODYNAMIQUE
Conservation du débit

Si l'on considère un conduit indéformable, si en Δt, il entre une quantité ΔV de liquide, dans le même temps une quantité identique doit sortir à l'autre extrémité

HYDRODYNAMIQUE
Equation de continuité



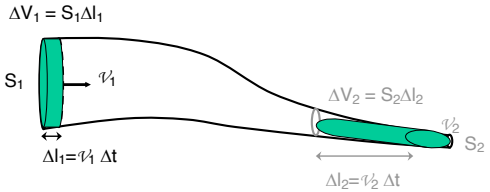
Si $\Delta V_1 = \Delta V_2$ avec

– $\Delta V_1 = S_1 \Delta l_1 = S_1 \mathcal{V}_1\ \Delta t$

– $\Delta V_2 = S_2 \Delta l_2 = S_2 \mathcal{V}_2\ \Delta t$

Alors **$S_1\mathcal{V}_1 = S_2\mathcal{V}_2 = Q = $ Débit = Cste** (équation de continuité)

HYDRODYNAMIQUE
Equation de continuité



Ces volumes renferment une quantité de matière Δm :

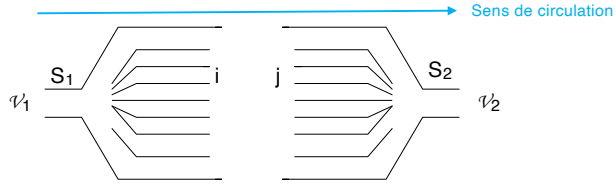
$\Delta m_1 = \rho\ \Delta V_1 = \rho\ S_1 \mathcal{V}_1\ \Delta t$

Débit massique = variation de quantité de matière par unité de temps

Débit massique = débit volumique x ρ

HYDRODYNAMIQUE
Equation de continuité

Ce principe est étendu aux conditions dans lesquelles les tubes de courant se subdivisent en une somme de petits tubes indéformables, ou à l'inverse, lorsque plusieurs petits tubes convergent en un seul



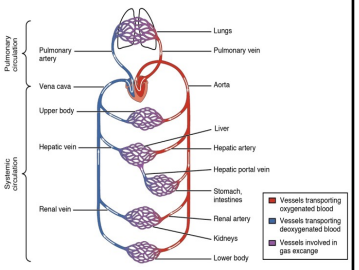
$S_1\mathcal{V}_1 = \Sigma_1^i\ S_n\ \mathcal{V}_n \quad = \quad \Sigma_1^j\ S_n\ \mathcal{V}_n = S_2\mathcal{V}_2$

Physiologie de la circulation sanguine
Schéma du système circulatoire

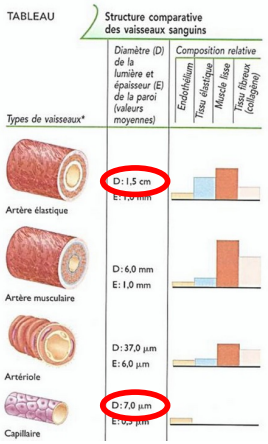
Débit cardiaque :
- volume de sang expulsé par le ventricule gauche

Débit d'un homme au repos :
- 5-6 litre par minute

Délai pour faire une boucle :
- environ 1 minute

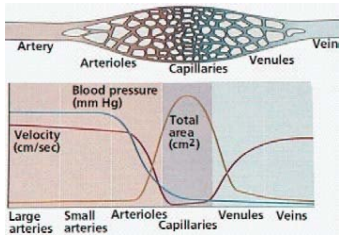


OpenStax College, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2101_Blood_Flow_Through_the_Heart.jpg



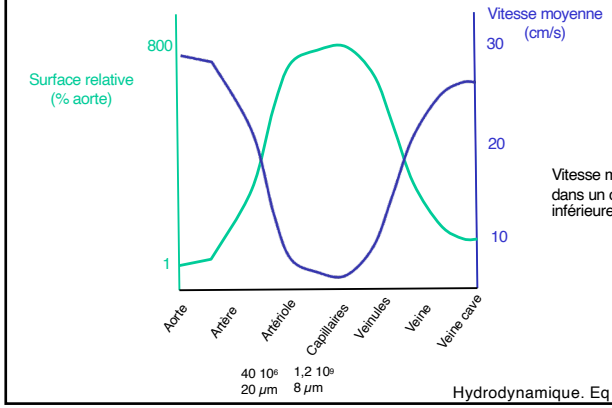
http://anevrisme.info/arteres-cerebrales.htm

On rappelle $S_1 \mathcal{V}_1 = S_2 \mathcal{V}_2 = Q$ = Débit = Cste



EL Khatib, Nader, 2009/01/01 Modélisation Mathématique de l'Athérosclérose

Vitesse écoulement du sang en fonction de l'arbre vasculaire



Vitesse moyenne dans un capillaire : inférieure au mm/sec

HYDRODYNAMIQUE

Equation de continuité

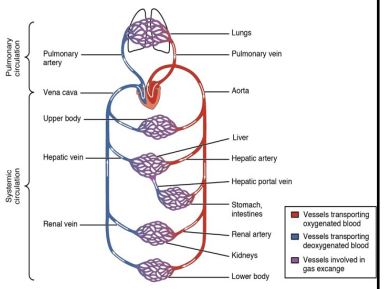
Applications

- Débit cardiaque :

Etat normal $Q_{VD} = Q_{VG}$

- En cas d'insuffisance ventriculaire gauche :

$Q_{VD} > Q_{VG}$ d'où accumulation dans les poumons (OAP)



Quizz # 1

- Qu'appelle-t-on un fluide parfait ?
- Quelle est la définition du débit Q ?
- Quelle est l'équation de continuité ?

17

17

Quizz # 1

- Qu'appelle-t-on un fluide parfait ?

Un fluide dans lequel ne s'exerce aucune force de frottement

- Quelle est la définition du débit Q ?

Il s'agit du volume de fluide qui traverse une section droite du circuit pendant l'unité de temps

- Quelle est l'équation de continuité ?

$S_1\mathcal{V}_1 = S_2\mathcal{V}_2 = Q$ = Débit = Cste (équation de continuité)

18

18

Exercice 1

- On donne
  $\mathcal{V}_{ao} = 30$ cm.s^{-1}, $S_{cap} = 800\ S_{ao}$, $ø_{cap} = 8\ \mu$m, $L_{cap} = 1$ mm
- Calcul au niveau d'un capillaire
  - de la vitesse d'écoulement,
  - du temps de transit d'un GR,
  - du débit capillaire

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 19

19

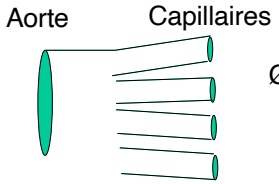
Méthode

- Reprendre l'énoncé
- Schéma avec variable
- Adaptation unité
- Choix formule
- Cohérence de la valeur
- Rendre générique

20

20

Exercice 1



$\mathcal{V}_{ao}$ = 30 cm.s^{-1}
= 0,3 m.s^{-1}

$Ø_{cap}$ = 8 μm
= 8.10^{-6}m

Lcap = 1mm = 10^{-3}m

- On donne
  $\mathcal{V}_{ao}$ = 30 cm.s^{-1}, S_{cap} = 800 S_{ao}, $ø_{cap}$ = 8 μm,
  L_{cap} = 1 mm

Exercice 1

- On donne
  $\mathcal{V}_{ao}$ = 30 cm.s^{-1}, S_{cap} = 800 S_{ao}, $ø_{cap}$ = 8 μm,
  L_{cap} = 1 mm
- Calcul au niveau d'un capillaire
  - **de la vitesse d'écoulement**,
- Conservation du débit donc Sao . $\mathcal{V}$ao = Scap . $\mathcal{V}$cap
- Donc $\boxed{\mathcal{V}\text{cap} = \text{Sao} \,.\, \mathcal{V}\text{ao} / \text{Scap}}$

Exercice 1

- On donne
  $\mathcal{V}_{ao}$ = 30 cm.s^{-1}, S_{cap} = 800 S_{ao}, $ø_{cap}$ = 8 μm,
  L_{cap} = 1 mm
- Calcul au niveau d'un capillaire
  - de la vitesse d'écoulement (0,375.10^{-3} m.s^{-1}),
  - du temps de transit d'un GR,

$\boxed{\text{Temps de transit} = \text{Lcap} / \mathcal{V}\text{cap}}$

  - du débit capillaire

$\boxed{Q_{cap} = S_{cap} * \mathcal{V}_{cap} = \pi * r^2 * \mathcal{V}_{cap}}$

Exercice 1 : Application numérique

- $\mathcal{V}_{cap}$ = 1/800 $\mathcal{V}_{ao}$ = 0,375.10^{-3} m.s^{-1} = $\boxed{0{,}375 \text{ mm.s}^{-1}}$
- $\boxed{t = 2{,}67 \text{ s}}$
- $Q_{cap} = S_{cap} * \mathcal{V}_{cap} = \pi * r^2 * \mathcal{V}_{cap}$

  Q_{cap} = 188,5 .10^{-16} m^3.s^{-1} = $\boxed{2 \,.\, 10^{-8} \text{ ml.s}^{-1}}$

Exercice 2

Un patient présente un rétrécissement dans une veine (sténose). Les données suivantes sont disponibles :

- Section normale de la veine (S1) : 2 cm²
- Section rétrécie (S2) : 0,5 cm²
- Vitesse du sang dans la section normale (V1) : 15 cm/s
- Longueur de la veine rétrécie (L2) : 5 cm

Questions :

1. Calculez la vitesse dans la section rétrécie (V2) en utilisant l'équation de continuité.
2. Estimez le temps de transit d'un globule rouge (t_transit) dans la section rétrécie.

25

Exercice 2

Méthode :

1. Utilisez l'équation de continuité :

   $S1 \times V1 = S2 \times V2 \rightarrow V2 = (S1 \times V1) / S2$

2. Calculez le temps de transit :

   t_transit = L2 / V2

Application numérique :

1. V2 = (2 x 15) / 0,5 = 60 cm/s
2. Calculez le temps de transit :

   t_transit = 5/60 = 0.083s

26