

# Biophysique de la Circulation

## Mécanique des Fluides

Écoulement fluide réel - Viscosité

Marc Janier

Service de Médecine Nucléaire

Hôpital GHE - cardiologie

Faculté Lyon-Est



1

### HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Fluides parfaits

Fluides réels

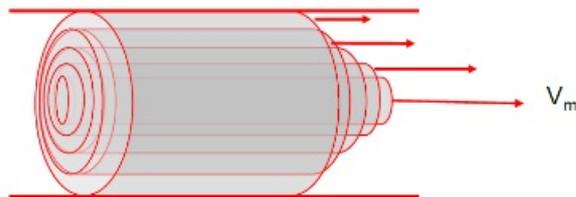
$$P_A + \rho g z_A + 1/2 \rho v_A^2 = P_B + \rho g z_B + 1/2 \rho v_B^2 + \Delta P$$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 2

2

# Notion de viscosité d'un fluide réel

Importance des interactions de frottement entre couches moléculaires et plus particulièrement des forces de cisaillement mises en jeu lors du glissement, les une sur les autres, des lames parallèles concentriques à des vitesses différentes

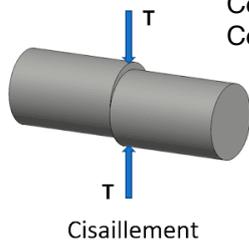


file:///Users/anthimeflaus/Downloads/M%C3%A9canique%20des%20fluides.pdf

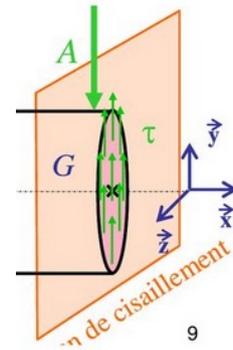
3

3

# Contrainte tangentielle de cisaillement



Hypothèses :  
 Contraintes normales nulles  
 Contraintes tangentielles uniformes



$$\tau = \frac{T_y}{S}$$

$\tau$  contrainte tangentielle [MPa]

$T_y$  effort tranchant [N]

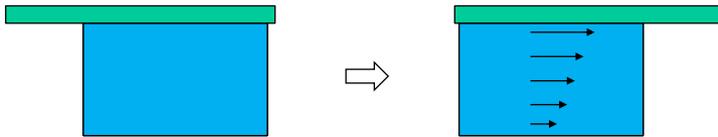
**S** surface de la section soumise au cisaillement

<http://tonepi.com/resistance-des-matériaux-rdm/sollicitation-simple-cisaillement-cours.html>

4

4

## Notion de viscosité d'un fluide réel

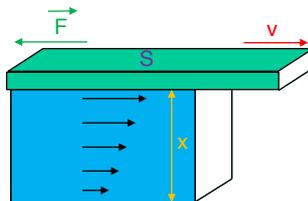


Viscosité = mesure de la résistance à l'écoulement au changement de forme d'un fluide

5

5

## Force de frottement entre chaque lame



$$F = \eta * S * \frac{v}{x}$$

6

6

## HYDRODYNAMIQUE

### Caractérisation et quantification des écoulements

D'où la formule de Newton :  $dF = -\eta dS (dv/dx)$

avec F Force de frottement ou de cisaillement (N)  
 $\eta$  Coefficient de viscosité (Pa.s)  
S Surface de contact ( $m^2$ )  
 $dv/dx$  Gradient de vitesse ( $s^{-1}$ )

Cette équation établit que la force de frottement (F) entre les couches est proportionnelle à la surface de contact (S) entre les couches et au gradient de vitesse ( $dv/dx$ ).

Le coefficient de proportionnalité étant le coefficient de viscosité  $\eta$

## HYDRODYNAMIQUE

### Caractérisation et quantification des écoulements

#### Analyse dimensionnelle de $\eta$

$$\eta = F S^{-1} V^{-1} L$$

$$\text{On a : } F=[M][L][T]^{-2} / S=[L]^{-2} / V= [L] / [T]$$

$$[\eta] = [M][L]^{-1}[T]^{-1}$$

Unité de viscosité

USI : Poiseuille =  $kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$  ou Pa . s

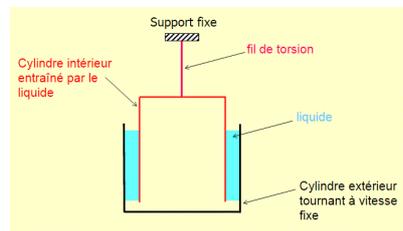
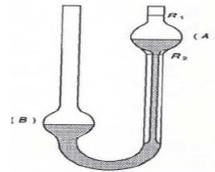
Unité usuelle : Poise =  $10^{-1}$  Poiseuille

# HYDRODYNAMIQUE

## Caractérisation et quantification des écoulements

Mesure de la viscosité : 3 méthodes

- Écoulement dans un tube capillaire  
Viscomètre d'Oswald
- Résistance à la chute d'une bille  
Viscomètre de Hoppler
- Cylindres coaxiaux  
Viscomètre de couette



Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 10

10

# HYDRODYNAMIQUE

## Caractérisation et quantification des écoulements

Viscosité des liquides purs

- Eau à 20°C : 1,0 centipoise  
à 38°C : 0,7 centipoise
- Ethanol à 20°C : 1,2 centipoise
- Benzène à 20°C : 0,6 centipoise

Pour un fluide donné, la viscosité varie inversement à la température

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 11

11

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

- Viscosité du sérum à 38°C  
 $\eta_r = 1,43$  (par rapport à l'eau à 38°C)  
soit 1 centipoise  
en rapport avec macromolécules dissoutes (70 g.l<sup>-1</sup>)
- Viscosité du plasma à 38°C  
 $\eta_r = 2$  soit  $\eta = 1,4$  centipoise  
en rapport avec les macromolécules et le fibrinogène

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 12

12

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

- Le sang = suspension de globules dans une solution colloïdale
- Sa viscosité varie avec :
  - 1) sa composition
  - 2) sa vitesse d'écoulement
  - 3) le taille du vaisseau qu'il parcourt

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 13

13

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

- Viscosité du sang à 38°C  
Varie en fonction du taux d'hématocrite (volume des GR par rapport au volume sanguin total):

Ht%	$\eta_r$
20	3,2
30	3,3
40	4,2
50	5,5
60	7,6

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 14

14

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Anomalie de la viscosité sanguine

Effet de Fahraeus-Lindqvist

Viscomètre d'Oswald

- si  $\varnothing$  tube > 1 mm, alors la viscosité du sang reste la même quelque soit le  $\varnothing$  du tube
- si  $\varnothing$  tube < 1 mm, alors la viscosité sanguine chute ( $\approx/2$ )

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité 15

15

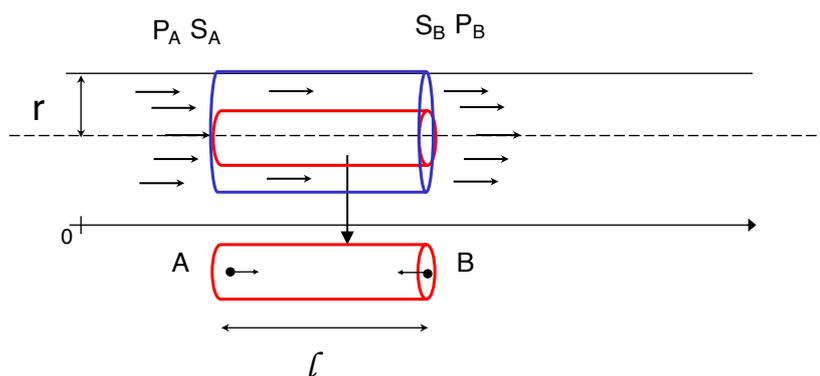
# Loi de Poiseuille

16

16

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements



On considère un cylindre (imaginaire) de même axe que le tuyau où s'écoule le fluide; en régime permanent, les vitesses sont indépendantes du temps et la résultante des forces s'exerçant sur un tel cylindre est nulle.

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 17

17

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

La vitesse en chaque point est indépendante du temps. La résultante des forces sur ce cylindre est nulle

Sur l'axe Ox:

- résultantes des forces de pression :

$$F_{Px} = P_A \cdot \pi \cdot r^2 - P_B \cdot \pi \cdot r^2 = (P_A - P_B) \cdot \pi \cdot r^2$$

- Résultantes des forces de viscosité le long de la surface latérale :

$$F_{vx} = \eta \cdot S \cdot dv/dr = \eta \cdot 2\pi r \ell \cdot dv/dr \quad (dv/dr \text{ est négatif})$$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 18

18

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Au total, l'équilibre des cylindres conduit à :

$$\vec{F}_p + \vec{F}_v = 0$$

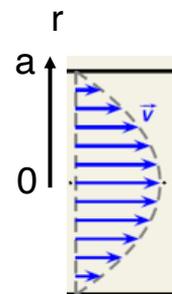
$$(P_A - P_B) \cdot \pi \cdot r^2 + 2\pi \eta r \ell \cdot dv/dr = 0$$

$$dv/dr = - (P_A - P_B) / \ell \cdot r / 2 \eta$$

$$v(r) = - (P_A - P_B) / 4 \eta \ell \cdot r^2 + Cste$$

$v(r)$  est nulle pour  $r = a$

$$v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta \ell} (a^2 - r^2)$$



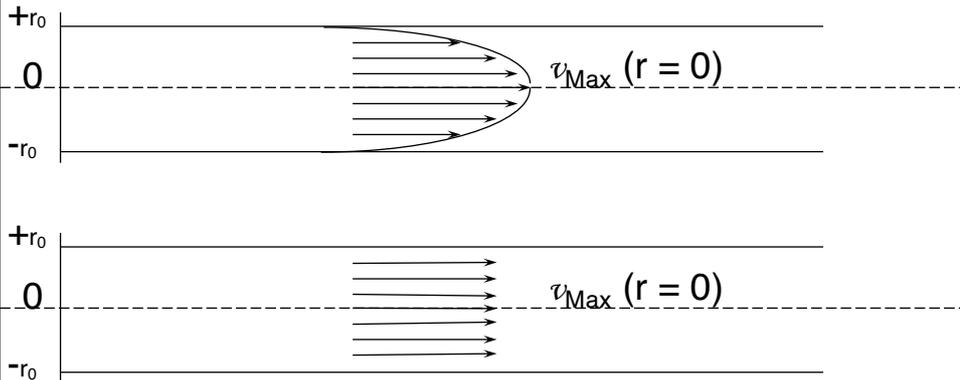
19

19

# HYDRODYNAMIQUE

## Caractérisation et quantification des écoulements

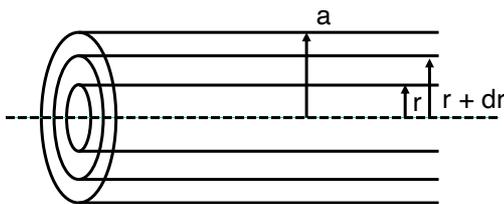
Cette expression démontre que le profil des vitesses dans un fluide réel en écoulement laminaire est parabolique



Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 20

20

## Débit total de liquide à travers le tuyau



Le débit dans un tuyau cylindrique se calcule en sommant les contributions élémentaires des espaces entre cylindres coaxiaux, ayant même valeur de la vitesse  $v$ , c'est-à-dire à la même distance  $r$  de l'axe.

Vitesse d'écoulement entre deux cylindres  $dQ = v(r) \cdot dS = v(r) \cdot 2\pi r dr$

Débit total  $Q$  sera donc :  $Q = \int_0^a dQ = \int_0^a 2\pi r v(r) dr$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 21

21

## Loi de Poiseuille

$$Q = \int_0^a \frac{\pi(P_A - P_B)}{2 \eta \ell} r(a^2 - r^2) dr$$

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{\ell} a^4 = \text{loi de Poiseuille}$$

$\pi / 8$  est appelé le facteur numérique

$1 / \eta$  est appelé le facteur viscosité, appelé fluidité

$a^4 / \ell$  est appelé le facteur géométrique

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{\ell} a^4$$

De cette formule, il faut retenir

- qu'à perte de charge constante, le débit varie en fonction de  $r^4$
- qu'une faible variation du diamètre du cylindre va entraîner une importante variation de débit

p.e. si  $r_0 / 2$  alors  $Q / 16$

- $v_{\text{moy}} = Q / \pi a^2 = v_{\text{max}} / 2$

## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements  
Vitesse maximale et moyenne

Exercice : montrer que  $v_{\text{moy}} = \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{v_{\text{max}}}{2}$

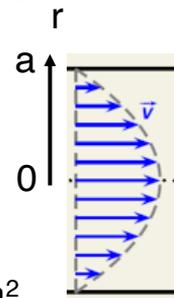
## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements  
Vitesse maximale et moyenne

$$v(r) = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta l} (a^2 - r^2)$$

On a  $v_{\text{max}}$  si  $r=0$  donc  $v(0) = v_{\text{max}} = \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta l} a^2$

$$\frac{v_{\text{max}}}{2} = \frac{(P_A - P_B)}{8 \eta l} a^2$$



## HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

Vitesse maximale et moyenne

$$\begin{aligned}v_{\text{moy}} &= \frac{Q}{\pi a^2} = \frac{\pi}{8\eta} \frac{P_A - P_B}{l} a^4 \frac{1}{\pi a^2} \\&= \frac{(P_A - P_B)}{8 \eta l} a^2 \\&= \frac{1}{2} \frac{(P_A - P_B)}{4 \eta l} a^2 \\&= \frac{v_{\text{max}}}{2}\end{aligned}$$

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Poiseuille 26

26

## Complications

27

27

## Régime laminaire et régime turbulent

Lorsqu'un fluide réel s'écoule dans un conduit, des pertes d'énergie dues aux frottements, entraînent des pertes de charges d'amont en aval

Cette perte de charge dépend du type (ou régime) d'écoulement

- écoulement linéaire, laminaire ou lamellaire
- écoulement turbulent, tourbillonnaire

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

28

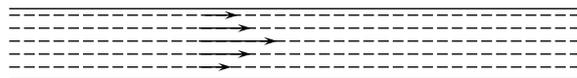
28

## Écoulement Laminaire = régime de Poiseuille

L'écoulement à faible vitesse d'un fluide visqueux dans un conduit rectiligne s'effectue de telle façon que les lignes de courant glissent les unes sur les autres tout en restant parallèles.

Les vitesses sont parallèles en tous les points à l'axe du tube.

La perte de charge s'exprime en fonction de la distance.



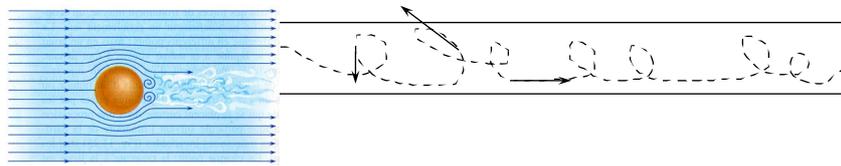
Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

29

29

## Écoulement Turbulent

En fonction de différentes conditions les vitesses ne sont plus parallèles, partant dans toutes les directions.  
Les particules parcourent un trajet plus long que le déplacement global du fluide.  
La perte de charge est beaucoup plus importante que pour un écoulement laminaire.

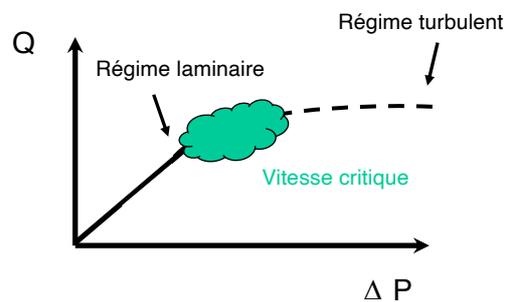


Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

30

30

## Transition laminaire - turbulent



Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

31

31

## HYDRODYNAMIQUE

### Caractérisation et quantification des écoulements

Notion mise en évidence par Reynolds (1890) à l'aide de colorants

- pour de faibles vitesses, le colorant injecté dans le courant axial ne se mélange que très peu
- à partir d'un certain niveau de vitesse (vitesse critique) le colorant se mélange

$$v_c = R (\eta / \rho r)$$

avec

$v_c$  la vitesse critique moyenne ( $\text{m.s}^{-1}$ )

$r$  le rayon du tube (m)

$\rho$  la masse volumique du liquide ( $\text{kg.m}^{-3}$ )

$\eta$  la viscosité du liquide (Poiseuille ou  $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ )

et  $R$  un nombre sans dimension, appelé Nombre de Reynolds

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

32

32

### Reynolds a montré que

- Si  $R < 1000$  alors le régime est toujours laminaire avec  $v$  étant la vitesse moyenne ( $R < 2000$  si  $v$  exprime la vitesse maximale axiale égale à  $2 v_m$ )
- Si  $R > 5000$  alors le régime est toujours turbulent (avec  $v$  étant la vitesse moyenne)
- Entre les 2, le régime est dit instable, c. à d. variant avec les conditions expérimentales

33

33

Sachant  $R = v \rho r / \eta$

On retiendra donc que l'écoulement passe d'un régime laminaire à un régime turbulent lorsque

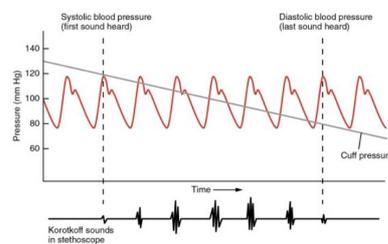
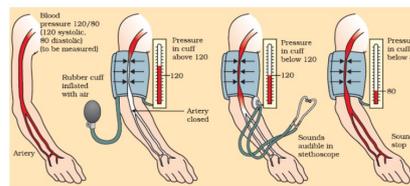
- la vitesse augmente
- le diamètre du tube augmente
- la masse volumique du liquide augmente
- la viscosité du liquide diminue

Attention les différents paramètres sont liés, p.e. la vitesse ne croit pas avec la viscosité

34

34

## En pratique : Korotkov



www.ubooks.pub

<https://socratic.org/questions/what-are-korotkoff-sounds>

35

35

## Exercice

- Calcul de la vitesse d'écoulement et du nombre de Reynolds au niveau de la racine de l'aorte chez un sujet témoin

On donne

$d = 2 \text{ cm}$ ,  $\eta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Poiseuille}$ ,  $\rho = 1,06 \text{ kg.l}^{-1}$

débit cardiaque  $D = 5 \text{ l.mn}^{-1}$

- Calcul du débit cardiaque à partir duquel l'écoulement sera certainement turbulent

Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité... Régimes

36

36

## Exercice : correction

- Conditions physiologiques au repos pour l'aorte

$d = 0,02 \text{ m}$ ,  $\eta = 4 \cdot 10^{-3} \text{ Poiseuille}$ ,  $\rho = 1060 \text{ kg.m}^{-3}$  débit cardiaque  $D = 5 \text{ l.mn}^{-1}$

$$SV = (5 \cdot 10^{-3}) / 60 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \quad S = \pi r^2 = 3,14 \cdot 10^{-4}$$

$$V_{\text{moy}} = ((5 \cdot 10^{-4}) / 60) / 3,14 \cdot 10^{-4} = 26 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$R = v \rho r / \eta = 0,26 * 1060 * 10^{-2} / 4 \cdot 10^{-3} = 689$$

$$V_c = R (\eta / \rho r) = (5000 * 4 \cdot 10^{-3}) / (1060 * 10^{-2}) = 1,88 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

37

37

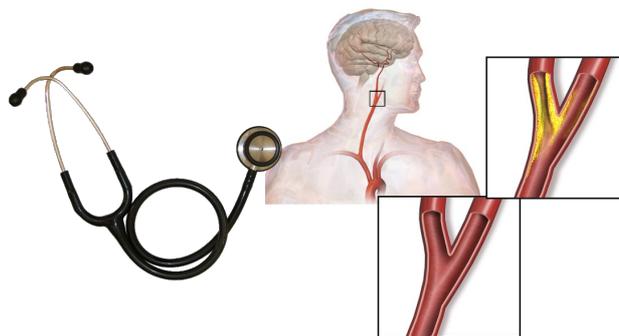
## Régime d'écoulement dans les vaisseaux

- R augmente  
A l'effort  $D \nearrow$  donc  $v_{\text{moy}} \nearrow$   
Anémie  $\eta \searrow$  et  $D \nearrow$  donc  $v_{\text{moy}} \nearrow$   
Sténose  $d \searrow$  donc  $v_{\text{moy}} \nearrow$   
Régime avec turbulences se traduisant par des vibrations donc des sons = souffles d'auscultation

38

38

## Auscultation carotidienne



Blausen.com staff (2014). "Medical gallery of Blausen Medical 2014". WikiJournal of Medicine 1 (2).

39

39

## Fluides non Newtoniens

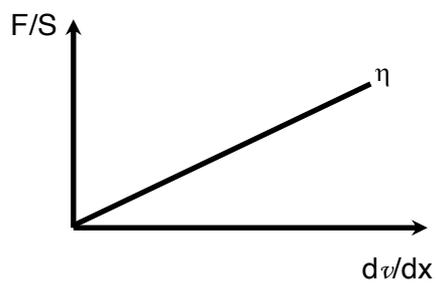
- Fluides Newtoniens

Fluide dont le coefficient de viscosité est indépendant du gradient de vitesse à une température constante

ex. : eau

40

40



Pour un fluide newtonien, la force de viscosité par unité de surface est proportionnelle au gradient de vitesse

41

41

# Fluides non Newtoniens

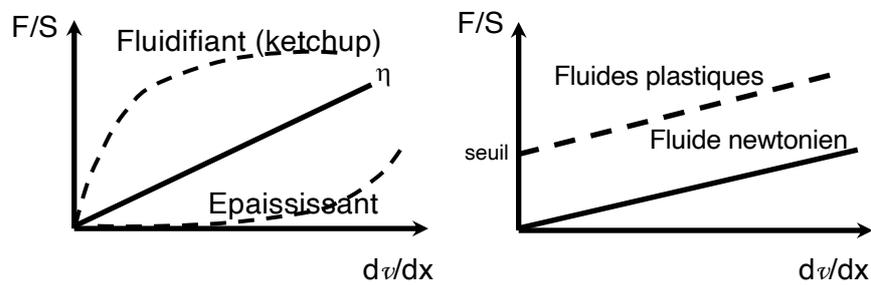
- Fluides non Newtoniens

Fluide dont le coefficient de viscosité est variable selon le gradient de vitesse

ex. : solutions macromoléculaires

42

42



Hydrodynamique. Caractérisation écoulements.. Viscosité

43

43

## Comportement particulier des fluides non newtoniens

