

Biophysique de la Circulation

Mécanique des Fluides

Equation de continuité

Anthime Flaus

Marc Janier

Service de Médecine Nucléaire

Hôpital GHE - cardiologie

Faculté Lyon-Est



1

DEFINITIONS

Fluide parfait : quand un fluide se déforme les couches qui le constituent, glissent les unes sur les autres. Un fluide est dit parfait quand ce glissement s'effectue **sans aucune force de frottement** (= aucune dissipation d'énergie mécanique en chaleur)

2

DEFINITIONS

Régime permanent : nous considèrerons que ce qui se passe lorsque le régime est **établi** négligeant tous les phénomènes transitoires. Le robinet sera ouvert ou fermé. On ne décrira pas ce qu'il se passe lorsque son état change.

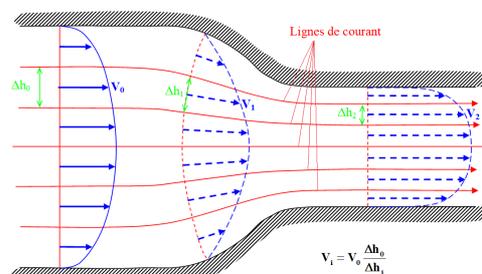
Fluide incompressible: c'est-à-dire dont le volume ne dépend pas (ou pratiquement pas) de la pression.
= Liquide
Diffèrent des gaz qui sont compressibles

Hydrodynamique. Définitions 3

3

DEFINITIONS

Ligne de courant : c'est la trajectoire suivie par un volume très petit (infinitésimal) de fluide au cours de son écoulement. Un tube de courant est constitué de l'ensemble des lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.



D'après Hunter Rouse, Elementary Mechanics of Fluids, 1978

Par Bernard de Go Mars — Travail personnel, CC BY-SA 4.0,
<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=98589966>

Hydrodynamique. Définitions 4

4

HYDRODYNAMIQUE

Caractérisation et quantification des écoulements

= Étude des mouvements des fluides, ou écoulements

Caractérisation et quantification de l'écoulement

1) Dynamique des fluides parfaits en régime permanent
(sans perte de charge)

= Equation de Bernoulli

2) Dynamique des fluides réels (écoulement avec perte de charge)

= notion de Viscosité (Régime d'écoulement, Reynolds)

= Loi de Poiseuille

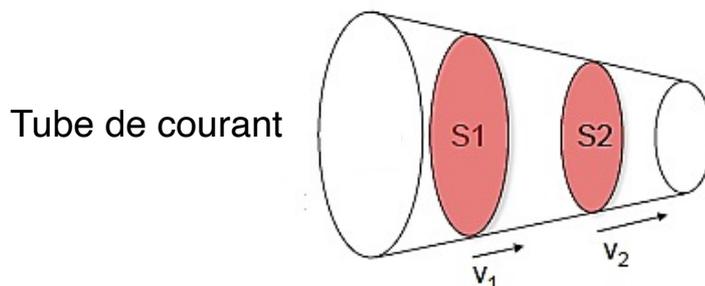
Hydrodynamique. Définition 5

5

HYDRODYNAMIQUE

Définition du Débit

Lorsque le régime permanent est établi dans un circuit hydraulique, le débit Q est le volume de fluide qui traverse une section S pendant une unité de temps



$$Q = \text{Volume} / \Delta t = \text{Section} * \text{vitesse}$$

Hydrodynamique. Débit 6

6

HYDRODYNAMIQUE

Débit

Le débit Q est le volume de fluide qui traverse une section S pendant une unité de temps

$$Q = \text{Volume} / \Delta t = \text{Section} * \text{vitesse}$$

Unités de débit

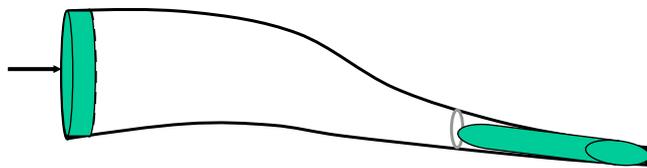
SI $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Usuelles $\text{l} \cdot \text{mn}^{-1}$ (débit cardiaque)

$\text{ml} \cdot \text{mn}^{-1}$ (débit cérébral)

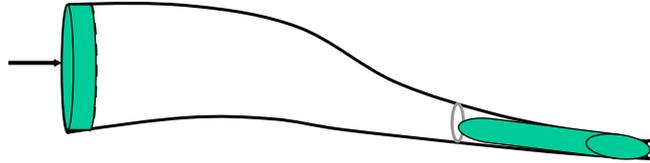
HYDRODYNAMIQUE

Conservation de la masse



HYDRODYNAMIQUE

Conservation de la masse



- **Conservation de la masse en régime permanent**

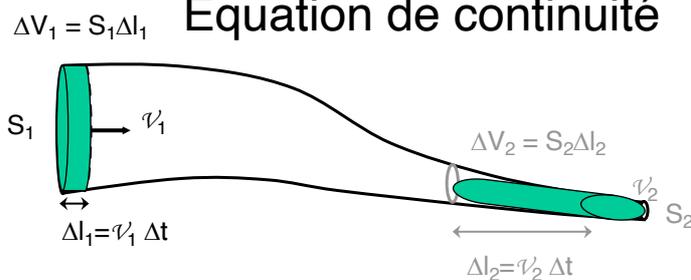
Si l'on considère un conduit indéformable, si en Δt , il entre une quantité ΔV de liquide, dans le même temps une quantité identique doit sortir à l'autre extrémité

Hydrodynamique. Conservation de la masse 9

9

HYDRODYNAMIQUE

Equation de continuité



La conservation de la masse permet d'écrire $\Delta V_1 = \Delta V_2$ avec

- $\Delta V_1 = S_1 \Delta l_1 = S_1 v_1 \Delta t$

- $\Delta V_2 = S_2 \Delta l_2 = S_2 v_2 \Delta t$

donc **$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q = \text{Débit} = \text{Cste}$** (équation de continuité)

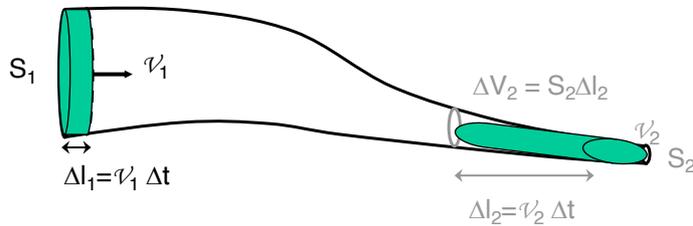
Hydrodynamique. Eq continuité 10

10

HYDRODYNAMIQUE

Equation de continuité

$$\Delta V_1 = S_1 \Delta l_1$$



Débit massique = variation de quantité de matière par unité de temps

Débit massique = débit volumique x ρ



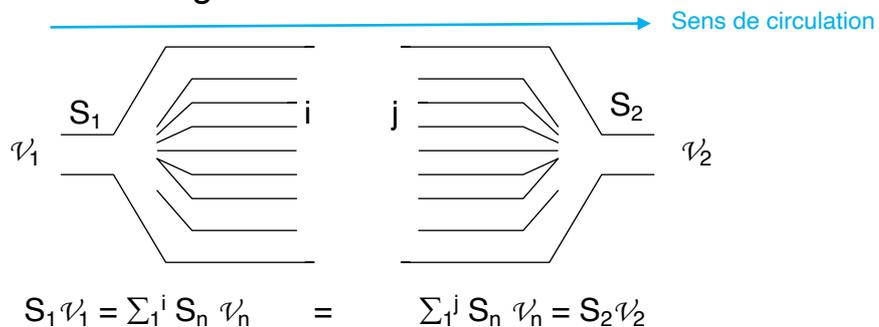
Hydrodynamique. Eq continuité 11

11

HYDRODYNAMIQUE

Equation de continuité

Ce principe est étendu aux conditions dans lesquelles les tubes de courant se subdivisent en une somme de petits tubes indéformables, ou à l'inverse, lorsque plusieurs petits tubes convergent en un seul



Hydrodynamique. Eq continuité 12

12

Physiologie de la circulation sanguine

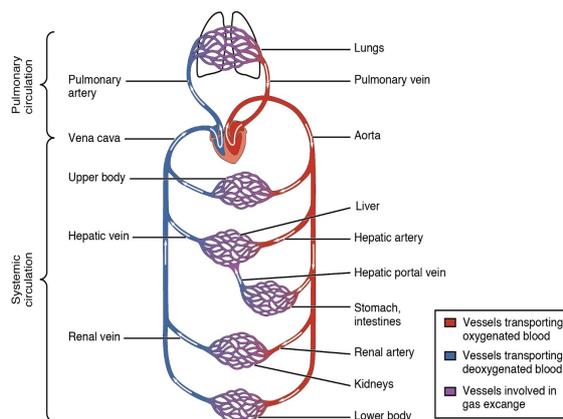


Débit cardiaque = volume de sang expulsé par le ventricule gauche

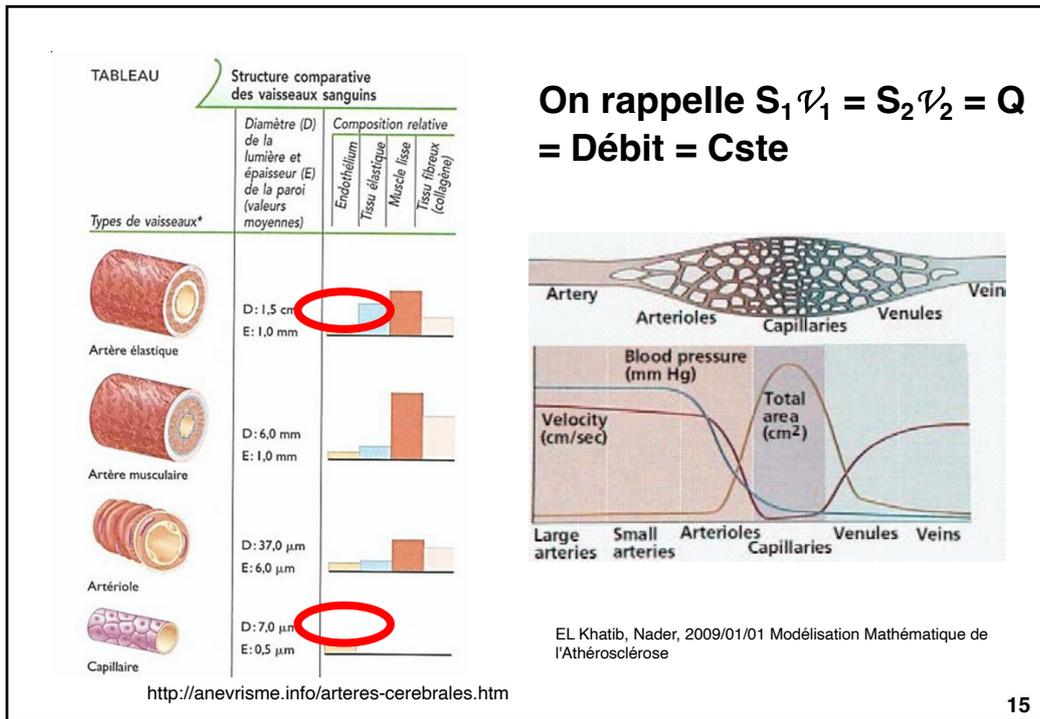
Homme au repos = 5-6 litre par minute

Environ 1 minute pour faire une boucle

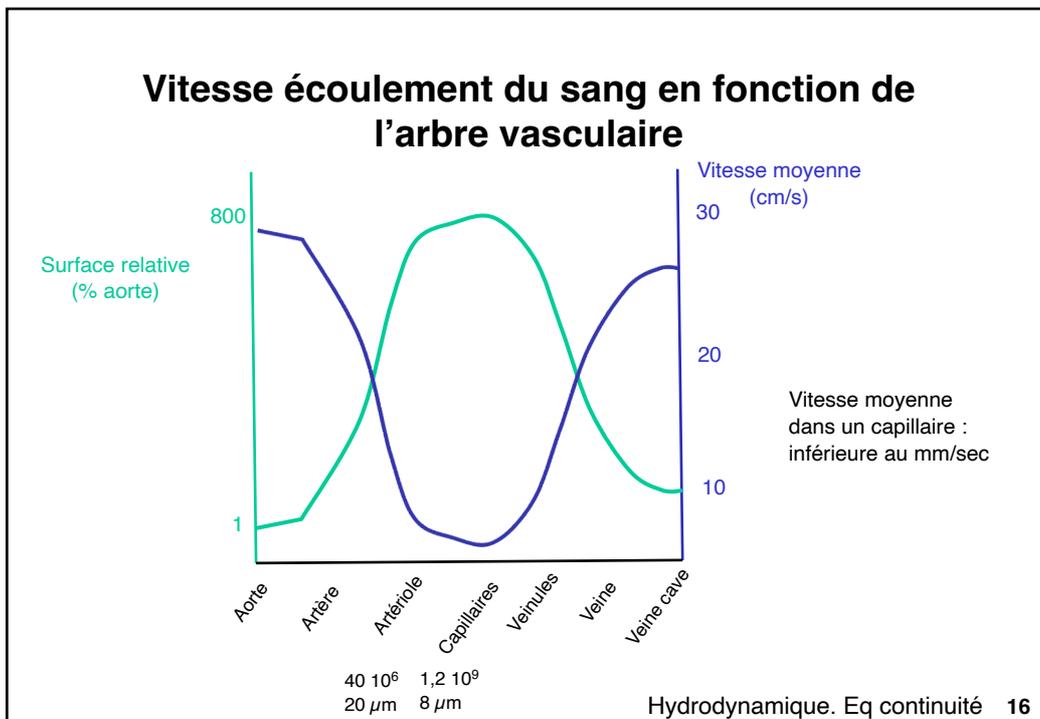
Schéma du système circulatoire



OpenStax College, https://commons.wikimedia.org/wiki/File:2101_Blood_Flow_Through_the_Heart.jpg



15



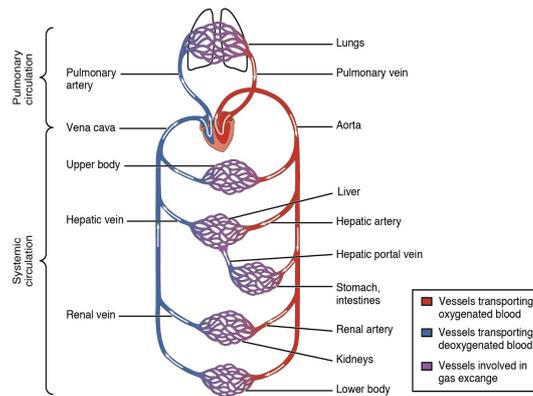
16

HYDRODYNAMIQUE

Equation de continuité

Applications

- Débit cardiaque : état normal $Q_{VD} = Q_{VG}$
- Si insuffisance ventriculaire gauche $Q_{VD} > Q_{VG}$ d'où accumulation dans les poumons (OAP)



Hydrodynamique. Eq continuité 17

17

Quizz # 1

- Qu'appelle-t-on un fluide parfait ?
- Quelle est la définition du débit Q ?
- Quelle est l'équation de continuité ?

19

19

Quizz # 1

- Qu'appelle-t-on un fluide parfait ?

Un fluide dans lequel ne s'exerce aucune force de frottement

- Quelle est la définition du débit Q ?

Il s'agit du volume de fluide qui traverse une section droite du circuit pendant l'unité de temps

- Quelle est l'équation de continuité ?

$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q = \text{Débit} = \text{Cste}$ (équation de continuité)

20

20

Exercice

- On donne

$$v_{ao} = 30 \text{ cm.s}^{-1}, S_{cap} = 800 S_{ao}, \varnothing_{cap} = 8 \mu\text{m},$$

$$L_{cap} = 1 \text{ mm}$$

- Calcul au niveau d'un capillaire

- de la vitesse d'écoulement,
- du temps de transit d'un GR,
- du débit capillaire

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 21

21

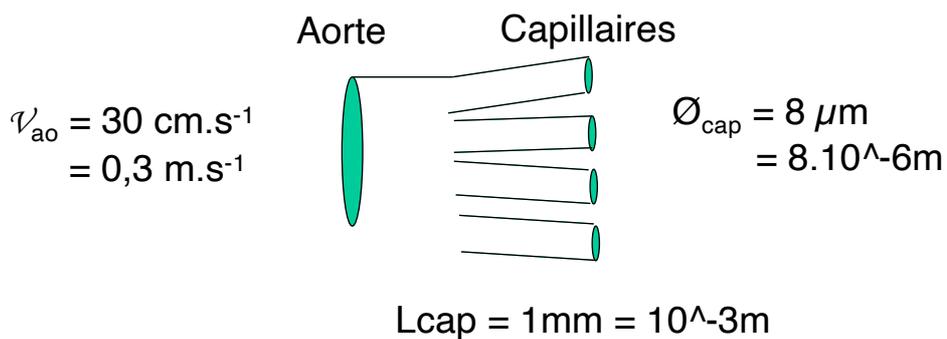
Méthode

- Reprendre l'énoncé
- Schéma avec variable
- Adaptation unité
- Choix formule
- Cohérence de la valeur
- Rendre générique

22

22

Exercice



- On donne
 $v_{ao} = 30 \text{ cm.s}^{-1}$, $S_{cap} = 800 S_{ao}$, $\varnothing_{cap} = 8 \mu\text{m}$,
 $L_{cap} = 1 \text{ mm}$

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 23

23

Exercice

- On donne
 $v_{ao} = 30 \text{ cm.s}^{-1}$, $S_{cap} = 800 S_{ao}$, $\varnothing_{cap} = 8 \mu\text{m}$,
 $L_{cap} = 1 \text{ mm}$
- Calcul au niveau d'un capillaire
 - de la vitesse d'écoulement,
- Conservation du débit donc $S_{ao} \cdot v_{ao} = S_{cap} \cdot v_{cap}$
- Donc $v_{cap} = S_{ao} \cdot v_{ao} / S_{cap}$

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 24

24

Exercice

- On donne
 $v_{ao} = 30 \text{ cm.s}^{-1}$, $S_{cap} = 800 S_{ao}$, $\varnothing_{cap} = 8 \mu\text{m}$,
 $L_{cap} = 1 \text{ mm}$
 - Calcul au niveau d'un capillaire
 - de la vitesse d'écoulement ($0,375 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}$),
 - du temps de transit d'un GR,
- Temps de transit = L_{cap} / v_{cap}
- du débit capillaire
- $$Q_{cap} = S_{cap} \cdot v_{cap} = \pi \cdot r^2 \cdot v_{cap}$$

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 25

25

Exercice

Application numérique

- $v_{\text{cap}} = 1/800 v_{\text{ao}} = 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1} = 0,375 \text{ mm.s}^{-1}$
- $t = 2,67 \text{ s}$
- $Q_{\text{cap}} = S_{\text{cap}} \cdot v_{\text{cap}} = \pi \cdot r^2 \cdot v_{\text{cap}}$
 $Q_{\text{cap}} = 188,5 \cdot 10^{-16} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ ml.s}^{-1}$
- Il faudra 1 an et 6 mois pour qu'1 ml de sang traverse un capillaire

Hydrodynamique. Eq continuité.. Exercice 26