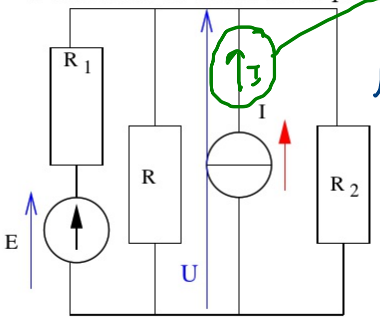
Exercice 1 : Réseau linéaire en Régime Permanent

Déterminer la valeur de R pour laquelle la tension $U = 2$ V.

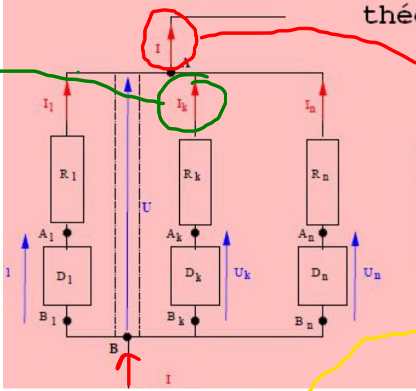


Données numériques : $E = 10\text{V}$; $I = 1\text{A}$; $R_1 = 4\Omega$; $R_2 = 2\Omega$

$$U = \frac{E/R_1 + I}{1/R_1 + 1/R + 1/R_2}$$

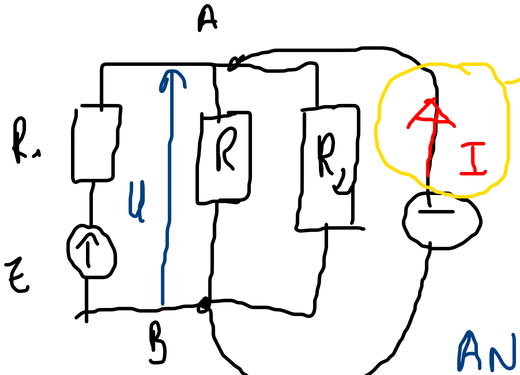
méthode directe

théorème de Millmann



$$U = \frac{\left(\sum_k G_k U_k\right) - I}{\sum_k G_k}$$

avec Gk=1/Rk



$$U = \frac{E/R_1 + 0 + 0 - (-I)}{1/R_1 + 1/R + 1/R_2} = \frac{E/R_1 + I}{1/R_1 + 1/R + 1/R_2}$$

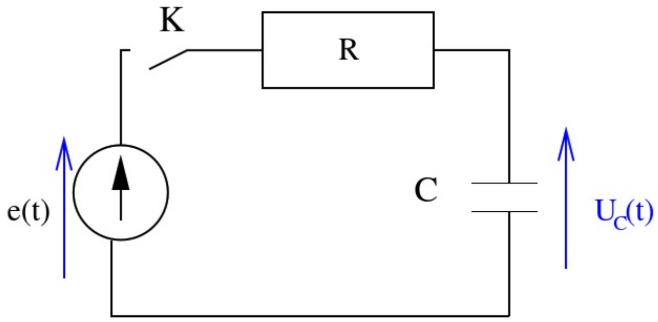
schéma équivalent: méthode 2

AN $U = 2 = \frac{10/4 + 1}{1/4 + 1/2 + 1/R} = \frac{10 + 4}{1 + 2 + \frac{4}{R}} = 2$

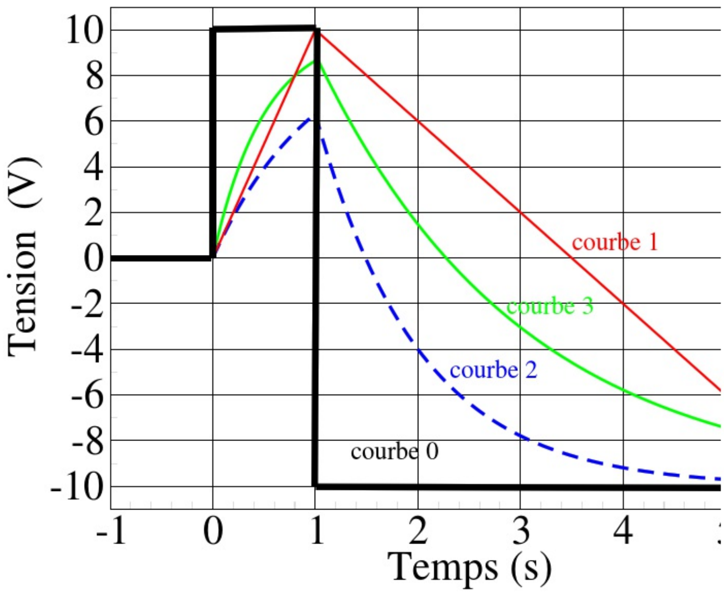
$7 = 3 + \frac{4}{R} \Rightarrow R = 1\ \Omega$

Exercice 2 : Régime Transitoire

On considère le circuit RC aliment par une tension $e(t) = E$ avec une résistance $R = 1M\Omega$ et $C = 1\mu F$. à $t = 0$ ce condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K.



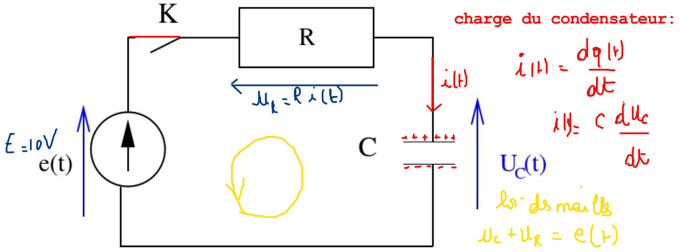
1. établir l'équation différentielle régissant la différence de potentiel U_C aux bornes du condensateur si la tension délivrer par le intégrateur est $e(t) = E = 10$V.
   (a) Déterminer la loi $U_C = f(t)$ pour $0 \geq t \geq 1$.
   (b) Quelle est la valeur de la tension aux bornes du condensateur $U_C = f(1)$ au bout de 1s ?
2. à $t = 1s$ on inverse la polarité dugénérateur telle que $e(t \geq 1) = E\prime = -10$V.
   (a) Déterminer la loi $U_C = f(t)$ pour $t \geq 1$.
   (b) Une représentation graphique des tensions est donne dans le graphe suivant.



Préciser quelles courbes représentent le mieux l'évolution de la tension aux bornes :
— du générateur
— du condensateur

Exercice 2 : Régime Transitoire

On considère le circuit RC aliment par une tension $e(t) = E$ avec une résistance $R = 1M\Omega$ et $C = 1\mu F$. à $t = 0$ ce condensateur est déchargé et on ferme l'interrupteur K.



1. établir l'équation différentielle régissant la différence de potentiel U_C aux bornes du condensateur si la tension délivrer par le intégrateur est $e(t) = E = 10$V.
   (a) Déterminer la loi $U_C = f(t)$ pour $0 < t < 1$.
   (b) Quelle est la valeur de la tension aux bornes du condensateur $U_C = f(1)$ au bout de 1s ?

1.) Pour établir l'équation différentielle il faut écrire la loi des mailles

$$u_c(t) + R\,i(t) = e(t)$$

$$u_c(t) + RC\frac{d}{dt}u_c(t) = e(t)$$

$$\boxed{\frac{d}{dt}u_c + \frac{1}{RC}u_c(t) = \frac{e}{RC}(t)} \quad (1)$$

1.a) -> Résoudre l'équation différentielle du 1er ordre (1) : elle ne sera valable que pour 0<t<1 s

- $u_c'(t) + \frac{1}{RC}u_c(t) = 0 \Rightarrow u_c(t) = u_{c0}\,e^{-t/RC}$ on pose $\tau = RC = 10^6\,10^{-6} = 1$ s
- $u_c = K$ injecte dans (1) $\Rightarrow 0 + \frac{K}{RC} = \frac{e(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$ $E = +10V \Rightarrow K = E$

$u_c(t) = u_{c0}\,e^{-t} + E$ **on applique les Conditions Initiales Uc(0)=0** $\Rightarrow u_{c0} = -E$

$\boxed{u_c(t) = E(1 - e^{-t})} \Rightarrow$ AN $u_c(t) = f(t) = 10(1 - e^{-t})$ à $t = 0$ $f(0) = 0$

1.b) f(1)= $10\left(1 - \frac{1}{e}\right) = \boxed{6,33\ V}$

2. à $t = 1s$ on inverse la polarité dugénérateur telle que $e(t \geq 1) = E\prime = -10V$.
   (a) Déterminer la loi $U_C = f(t)$ pour $t \geq 1$.
   (b) Une représentation graphique des tensions est donne dans le graphe suivant.

ON choisit une nouvelle de base de temps t'=0 au moment où t=1s.
ON aura le même circuit que précedemment.MAIS la condition initiale t'=0 Uc(t'=0)=6.32V
et le générateur e(t)=-E

$$\boxed{\frac{d}{dt} u_C + \frac{1}{RC} u_C(t) = \frac{e}{RC}(t)} \quad (1)$$

$u_C^{(2)}(t') + R\,i(t') = e(t')$ meme équation différentielle à résoudre que dans 1)

- $u_C^{(2)}(t') = u_{C0}^{(2)} e^{-t'}$ $\quad \tau = RC = 1s$
- $u_C^{(2)} = K'$ injecté dans (1) $\quad 0 + \frac{K'}{RC} = \frac{e(t')}{RC} = -\frac{E}{RC} \quad K' = -E$

$$\Rightarrow u_C^{(2)}(t') = u_{C0}^{(2)} e^{-t'} - E$$

- condition initiale en $t' = 0$
  à $t' = 0$ $\quad u_C^{(2)}(0) = 6{,}32\,V = u_{C0}^{(2)} - \underset{10}{E} \Rightarrow u_{C0}^{(2)} = 16{,}32\ V$

finalement

$t \in [0, 1]$

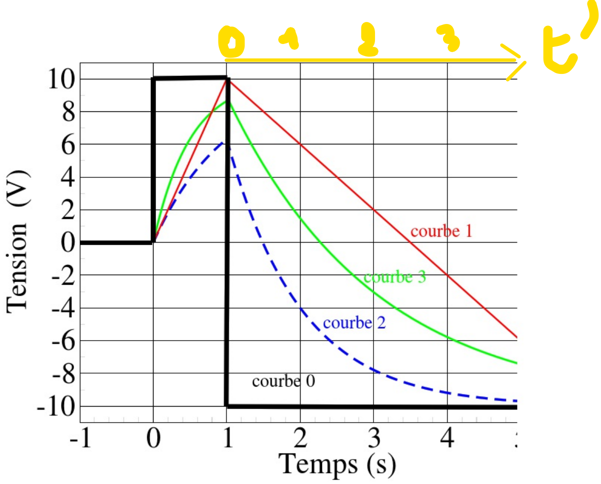
$0 < t < 1 \quad u_C^{(1)}(t) = 10(1 - e^{-t}) \quad f(t) = 10(1 - e^{-t})$

$t \geq 1 \quad u_C^{(2)}(t') = 16{,}32\,e^{-t'} - 10$

$t' \geq 0 \quad t' = t - 1 \quad f(t) = 16{,}32\,e^{-(t-1)} - 10$

Générateur: e(t)-->courbe 0 à t=0--> 10V t=1-->-10V
condensateur: f(t) à t=0 0V, à t=1s équivalent à t'=0
6,32V--> courbe 2

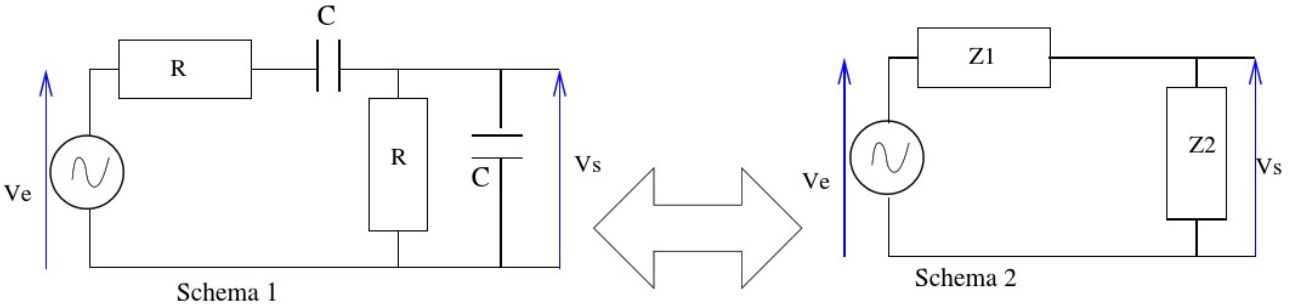
Ici finalement on a fait 2 expériences avec le même circuit : --> 2 bases de temps
exp1 0<t<1 et exp2 0<t'<infini



Préciser quelles courbes représentent le mieux l'évolution de la tension aux bornes :
— du générateur
— du condensateur

Exercice 3 : Circuit linéaire en Régime Sinusoïdale

Soit le circuit double-RC représenté dans le schéma 1 de la figure ci-dessous, il est alimenté par un générateur dont la tension $V_e(t) = V_0 \cos(\omega t)$.



1. Donner l'expression complexe de la tension $\overline{V_e}$.
2. Le schéma 2 est équivalent au schéma 1. Donner les expressions des impédances complexes $\overline{Z_1}$ et $\overline{Z_2}$ en fonction de R, C, ω et j.
3. En posant $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ montrer que la fonction de transfert T s'écrit :

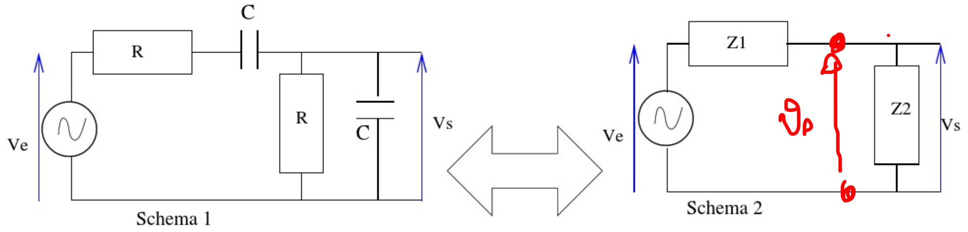
$$T = \frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}} = \frac{1}{3 + j(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

.

4. Montrer que pour les basses fréquences ce circuit est un circuit dérivateur.
5. Montrer que pour les hautes fréquences ce circuit est un circuit intégrateur.

Exercice 3 : Circuit linéaire en Régime Sinusoïdale

Soit le circuit double-RC représenté dans le schéma 1 de la figure ci-dessous, il est alimenté par un générateur dont la tension $V_e(t) = V_0 \cos(\omega t)$.



1. Donner l'expression complexe de la tension $\overline{V_e}$.
2. Le schéma 2 est équivalent au schéma 1. Donner les expressions des impédances complexes $\overline{Z_1}$ et $\overline{Z_2}$ en fonction de R, C, ω et j.
3. En posant $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ montrer que la fonction de transfert T s'écrit :

$$T = \frac{\overline{V_s}}{\overline{V_e}} = \frac{1}{3 + j(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})}$$

1. expression de Ve(t) en régime sinusoidal

$$\tilde{V}e(t) = \sqrt{2}\, V_{eff}\, e^{j\omega t} = V_0\, e^{j\omega t}$$

2. Z1 et Z2

$$Z_1 = Z_R + Z_C = R - \frac{j}{C\omega}$$

$$\frac{1}{Z_2} = \frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{R} + jC\omega$$

3. relation entre Vs et Ve--> fonction de transfert T
Millmann ou diviseur de tension:

$$V_0 = \frac{Ve/Z_1}{1/Z_1 + 1/Z_2} = \frac{Ve}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}} \Rightarrow T = \frac{V_0}{Ve} = \frac{1}{1 + Z_1/Z_2}$$

$$T = \frac{1}{1 + \left(R - \frac{j}{C\omega}\right)\left(\frac{1}{R} + jC\omega\right)} = \frac{1}{\underbrace{1 + \frac{R}{R} - \frac{j^2 C\omega}{C\omega}}_{3} + j\left(RC\omega - \frac{1}{RC\omega}\right)}$$

$$\omega_0 = 1/RC$$

$$T = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

4. Montrer que pour les basses fréquences ce circuit est un circuit dérivateur.
5. Montrer que pour les hautes fréquences ce circuit est un circuit intégrateur.

soit Ve(t)=vo exp(jwt)
dériver Ve(t)--> jw Ve(t)
intégrer Ve(t)--> -j/w Ve(t)

$$T = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} = \frac{v_s}{v_e} \Rightarrow \tilde{v}_s = T\,\tilde{v}_e$$

4. basse fréquence: w petit devant w0 cad w/w0 négligeable devant w0/w

$$T \simeq \frac{1}{3 - j\frac{\omega_0}{\omega}} = \frac{3 + j\frac{\omega_0}{\omega}}{9 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

entre en $+j$ => circuit dérivateur

limite $T \rightarrow \frac{j\,\omega_0/\omega}{(\omega_0/\omega)^2} \rightarrow j\frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow \tilde{v}_s = j\frac{\omega}{\omega_0}\tilde{v}_e$

5. haute fréquence : w grand devant w0 cad w0/w negligeable devant w/w0

$$T = \frac{1}{3 + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \approx \frac{1}{3 + j\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{3 - j\,\omega/\omega_0}{\left(3 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right)\left(3 - j\frac{\omega}{\omega_0}\right)} = \frac{3 - j\,\omega/\omega_0}{9 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$\omega \rightarrow$ grand

limite de $T \longrightarrow \frac{-j\,\omega/\omega_0}{(\omega/\omega_0)^2} \longrightarrow -j\frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow$ circuit intégrateur

$\Rightarrow \tilde{v}_s = T\,\tilde{v}_e = -j\frac{\omega_0}{\omega}\tilde{v}_e$