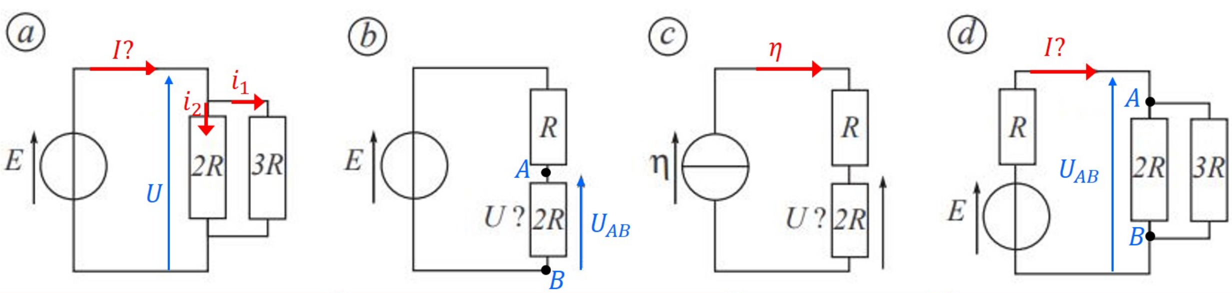
-Contrôle Partiel d'Électricité- 21 octobre 2022

Les 3 exercices sont indépendants. Les énoncés des théorèmes utiles sont donnés à la fin.

Exercice 1 : loi des noeuds et théorème de Millmann

Dans les circuits ci-dessous, l'objectif est de déterminer la grandeur demandée. Dans les circuits E est la tension délivrée par le générateur de tension et η est le courant délivré par le générateur de courant.



Circuit a)
Méthode 1:
Loi des nœuds $I = i_1 + i_2$

$avec\ U = E = 2Ri_2 \rightarrow i_2 = \dfrac{E}{2R}$

et $\mathrm{U = E = 3Ri_1} \rightarrow i_1 = \dfrac{E}{3R}$

$soit\ I = \dfrac{E}{2R} + \dfrac{E}{3R} = E\left(\dfrac{3}{6R} + \dfrac{2}{6R}\right) = \dfrac{5E}{6R}$

Méthode 2 : résistance équivalente
$\frac{1}{Req} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{3}{6R} + \frac{2}{6R} = \frac{5}{6R} \rightarrow Req = \frac{6R}{5}$
loi des mailles :
$E - ReqI = 0 \rightarrow I = \frac{E}{Req} = \frac{E}{\frac{6R}{5}} = \frac{5E}{6R}$

Circuit b)
Méthode 1:
circuit diviseur de tension
$U_{AB} = E\dfrac{2R}{2R+R} = \dfrac{2E}{3}$
Méthode 2 :
Théorème de Millmann
Pour aller de A à B il y a 2 branches
$U_{AB} = \dfrac{\dfrac{E}{R} + \dfrac{0}{2R} - 0}{\dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{2R}} = \dfrac{E}{1 + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{E}{\dfrac{2}{2} + \dfrac{1}{2}} = \dfrac{2E}{3}$

Circuit c)
Le générateur de courant délivre un courant η qui circule dans $R\ et\ 2R$ **la loi d'Ohm** $\rightarrow U = 2R\eta$

Circuit d)
Méthode 1:Théorème de Millmann
Pour aller de A à B il y a 3 branches
$U_{AB} = \frac{\frac{E}{R} + \frac{0}{2R} + \frac{0}{3R} - O}{\frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R}} = \frac{\frac{6E}{6R}}{\frac{6}{6R} + \frac{3}{6R} + \frac{2}{6R}} = \frac{6E}{11}$
Et $U_{AB} = E - RI \rightarrow I = \frac{E - U_{AB}}{R}$
$I = \dfrac{\dfrac{11E}{11} - \dfrac{6E}{11}}{R} = \dfrac{5E}{11}$
Méthode 2: on utilise la résistance équivalente déterminée dans le circuit a) $\boldsymbol{Req = \frac{6R}{5}}$ pour appliquer **la loi des mailles** :
$E - RI - ReqI = 0$ soit $E - (R + Req)I = 0$
$E - \left(\dfrac{5R}{5} + \dfrac{6R}{5}\right)I = E - \dfrac{11R}{5}I = 0$
$\rightarrow \frac{11R}{5}I = E$ soit $I = \frac{5E}{11R}$

Circuit a. En appliquant la loi des noeuds montrer que $I = \frac{5E}{6R}$

Circuit b. Montrer que $U = \frac{2E}{3}$ par application du théorème de Millmann ou de la relation du diviseur de tension.

Circuit c. Montrer que $U = 2R\eta$.

Circuit d. Par application du théorème de Millmann montrer que $I = \frac{5E}{11R}$.

Exercice 2 : Théorème de Thévenin et théorème de Millmann

L'objectif est de déterminer le courant i qui circule dans la branche B_2M à travers la résistance $2R$ dans le circuit électrique de la figure 1 ci-dessous.

Figure 1 : circuit électrique

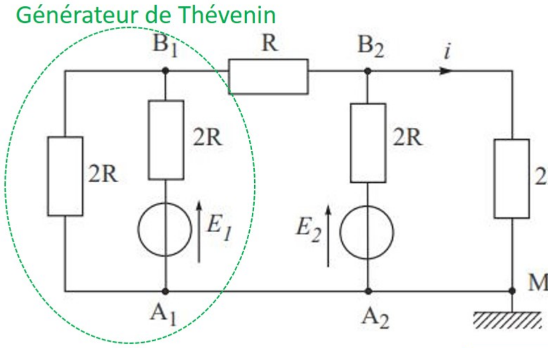
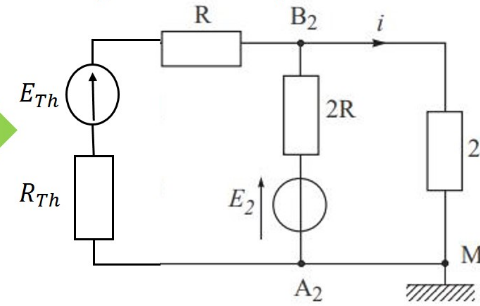


Figure 2 : circuit équivalent



1) Le générateur de Thévenin

On déconnecte A_1 et B_1 du reste du circuit:

Millmann→ $\boldsymbol{E_{TH}} = U_{A_1B_1} = \frac{\frac{E_1}{2R}}{\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}} = \frac{\frac{E_1}{2R}}{\frac{2}{2R}} = \mathbf{\frac{E_1}{2}}$

On éteint la source ($\mathrm{E}_1 = 0$)$R_{TH} = 2R \parallel 2R$

Soit $\frac{1}{R_{TH}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{2}{2R} = \frac{1}{R} \rightarrow \boldsymbol{R_{TH} = R}$

2) Tension $\boldsymbol{U_{A_2B_2}}$ dans le circuit équivalent de la figure 2 **par application de Millmann**:

Pour aller de A_2 à B_2 il y a 3 branches: $U_{A_2B_2} = \frac{\frac{E_{TH}}{R_{TH}+R}+\frac{E_2}{2R}+\frac{O}{2R}-O}{\frac{1}{R_{TH}+R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}}$ avec $\mathrm{E_{TH}} = \frac{\mathrm{E}_1}{2}$ et $R_{TH} = R$

$$U_{A_2B_2} = \frac{\frac{\frac{E_1}{2}}{R+R}+\frac{E_2}{2R}}{\frac{1}{R+R}+\frac{1}{2R}+\frac{1}{2R}} = \frac{\frac{\mathrm{E}_1}{4\mathrm{R}}+\frac{\mathrm{E2}}{2\mathrm{R}}}{\frac{1}{2\mathrm{R}}+\frac{1}{2\mathrm{R}}+\frac{1}{2\mathrm{R}}} = \frac{\frac{\mathrm{E}_1}{4\mathrm{R}}+\frac{2\mathrm{E2}}{4\mathrm{R}}}{\frac{2}{4\mathrm{R}}+\frac{2}{4\mathrm{R}}+\frac{2}{4\mathrm{R}}} = \frac{\mathrm{E}_1+2\mathrm{E}_2}{6}$$

$$\boldsymbol{U_{A_2B_2}} = \mathbf{\frac{E_1+2E_2}{6}}$$

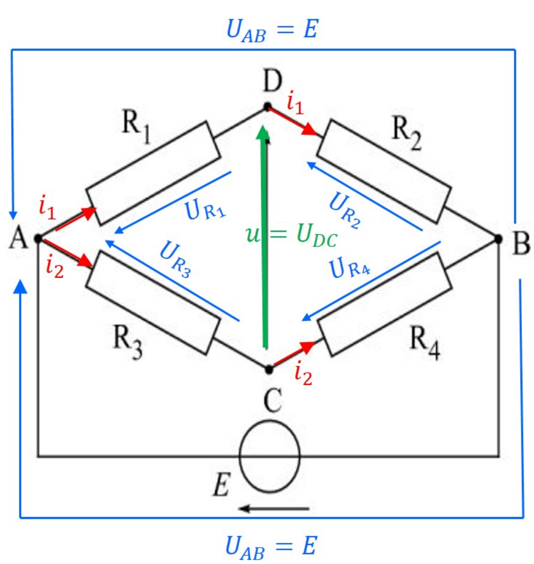
3) Courant $\boldsymbol{i}$: circule dans la branche constitué par une résistance 2$\boldsymbol{R}$

→ **loi d'Ohm :** $U_{A_2B_2} = 2Ri$ $soit$ $i = \frac{U_{A_2B_2}}{2R} = \frac{\frac{\mathrm{E}_1+2\mathrm{E}_2}{6}}{2\mathrm{R}} \rightarrow \boldsymbol{i} = \mathbf{\frac{E_1+2E_2}{12R}}$

1. Le dipôle A_1B_1 constitué par la branche contenant la résistance $2R$ et la branche constituée par le générateur E_1 en série sur la résistance $2R$ peut-être remplacé un générateur de Thévenin. Montrer que $E_{Th} = \frac{E_1}{2}$ et $R_{Th} = R$.
2. En remplaçant le dipôle B_1A_1 par son générateur de Thévenin (Figure 2 : circuit équivalent) calculer la tension $U_{B_2A_2}$ en appliquant le théorème de Millman.
3. En déduire que le courant qui circule dans la branche B_2MA_2 à travers la résistance $2R$ est $i = \frac{E_1+2E_2}{12R}$.

Exercice 3 : équilibre du pont de Weahtsone

Le circuit ci-dessous est un pont de Weahtsone qui permet de déterminer une résistance inconnue.



1) Courant i_1 : **loi d'Ohm**

$U_{AB} = U_{R_2} + U_{R_1} = R_2i_1 + R_1i_1 = (R_1+R_2)i_1$ or $U_{AB} = E \rightarrow \boldsymbol{i_1} = \boldsymbol{\frac{E}{R_1+R_2}}$

2) Courant i_2 : **loi d'Ohm**

$U_{AB} = U_{R_4} + U_{R_3} = R_4i_2 + R_3i_2 = (R_3+R_4)i_2$ or $U_{AB} = E \rightarrow \boldsymbol{i_2} = \boldsymbol{\frac{E}{R_3+R_4}}$

3) Tension $u = U_{DC}$: **loi d'Ohm**

$U_{DC} = U_{AC} + U_{DA} = U_{R_3} - U_{R_1} = R_3i_2 - R_1i_1 = \mathrm{R}_3\frac{E}{R_3+R_4} - \mathrm{R}_1\frac{E}{R_1+R_2}$

$$\rightarrow \boldsymbol{U_{DC}} = \boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{\frac{R_3}{R_3+R_4}} - \boldsymbol{\frac{R_1}{R_1+R_2}}\right)$$

4) Pont équilibré $u = U_{DC} = 0$

$U_{DC} = E\left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$=0 soit $\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2} = 0 \rightarrow \frac{R_3}{R_3+R_4} = \frac{R_1}{R_1+R_2}$

$R_3(R_1+R_2) = R_1(R_3+R_4)$ $soit$ $\overline{R_3R_1} + R_3R_2 = \overline{R_1R_3} + R_1R_4$

qui **donne la relation :** $\boldsymbol{R_1R_4 = R_3R_2}$

5) Application numérique $\boldsymbol{R_1}$:

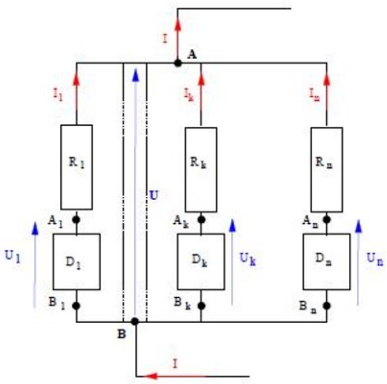
$\boldsymbol{R_1R_4 = R_3R_2 \rightarrow R_1} = \frac{\boldsymbol{R_3R_2}}{\mathrm{R}_4}$ AN: $R_1 = \frac{100*1827}{5000} = 36{,}54\Omega$

La résistance à déterminer est R_1. Les résistances R_3 et R_4 sont fixes. La résistance R_2 est une résistance variable qui permet d'équilibrer le pont. **Le pont est dit équilibré lorsque la tension $u = U_{DC} = 0$.**

1. En remarquant que la tension $U_{AB} = E$ montrer que le courant i_1 qui circule dans les résistances R_1 et R_2 est $i_1 = \frac{E}{R_1+R_2}$.
2. En remarquant que la tension $U_{AB} = E$ montrer que le courant i_2 qui circule dans les résistances R_3 et R_4 est $i_2 = \frac{E}{R_3+R_4}$.
3. En déduire que $u = U_{DC} = E\left(\frac{R_3}{R_3+R_4} - \frac{R_1}{R_1+R_2}\right)$.
4. On fait varier la résistance R_2 jusqu'à ce que le pont soit équilibré, c'est-à-dire lorsque la tension $u = U_{DC} = 0\text{V}$. Montrer que dans ce cas on a la relation $R_3R_2 = R_1R_4$.
5. Déterminer la valeur de la résistance R_1 sachant que le pont est équilibré pour une valeur $R_2 = 1827\Omega$.
   Données : $R_3 = 100\Omega \quad R_4 = 5000\Omega \quad E = 6V$.

Rappels

Théorème de Millmann



$$\boxed{U = \frac{\left(\sum_k G_k U_k\right) - I}{\sum_k G_k}}$$

Avec $G_k = \frac{1}{R_k}$

Théorème de Thévenin

Ennoncé : Toute partie de réseau comprise entre 2 noeuds A et B peut être remplacée par une source de tension de f.è.m E_{eq} et de résistance interne R_{eq}.
La Partie considérée étant déconnectée du reste du réseau :
$\cdot E_{eq} = V_A - V_B = U_{AB}$
$\cdot R_{eq}$ est la résistance équivalente du circuit lorsque toutes les sources sont éteintes.