Université Claude Bernard Lyon-I
DIPLÔME D'ÉTAT D'AUDIOPROTHÉSISTE 1A

****

Épreuve d'Électricité janvier 2021

durée : 1h

calculette autorisée, document non autorisé.

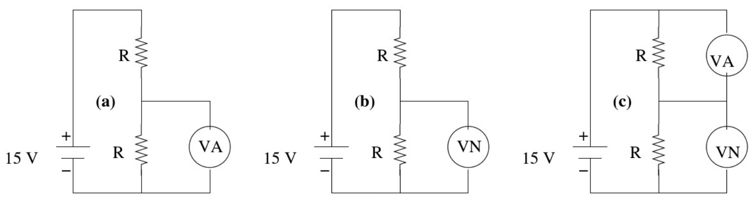
****

L'examen est composé de trois exercices indépendants.

Exercice 1 : Circuit de base utile à la mesure des tensions

1. En appliquant $15\,V$ à deux résistances R identiques en série montrer qu'une tension de $7,5\,V$ s'applique aux bornes de chacune d'elles.
2. Les tensions sont mesurées à l'aide de deux voltmètres :
   — l'un analogique de résistance interne $0,2\,M\Omega$ utilisé sur le calibre $10\,V$ donne la tension V_A
   — l'autre numérique de 1000 points, de résistance interne $10\,M\Omega$, utilisé sur le calibre $10\,V$ donne la tension V_N.

   Indiquer la tension lue dans chacun des cas figurés ci-après sachant que $R = 50k\Omega$.



cas a cas b cas c

Exercice 2 : Régime Transitoire d'un condensateur en charge

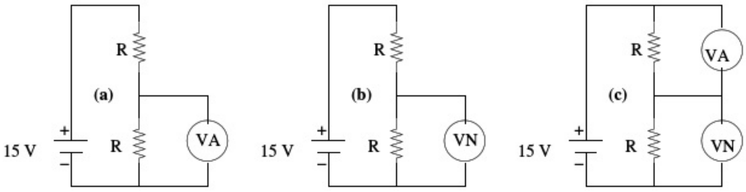
Un condensateur de capacité $C = 100\,\mu F$, préalablement déchargé, se charge à travers une résistance $R = 10\,k\Omega$ par une tension $E(t) = \alpha t$, où $\alpha = 5\,V s^{-1}$ est une constante et t le temps.

1. Faire un schéma du circuit.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur.
3. Exprimer $U_C(t)$ en fonction de α, $RC = \tau$, constante de temps du circuit, et t.
4. Calculer le courant de charge $i(t)$.

Exercice 1 : Circuit de base utile à la mesure des tensions

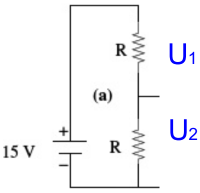
1. En appliquant $15\,V$ à deux résistances R identiques en série montrer qu'une tension de $7,5\,V$ s'applique aux bornes de chacune d'elles.
2. Les tensions sont mesurées à l'aide de deux voltmètres :
   — l'un analogique de résistance interne $0,2\,M\Omega$ utilisé sur le calibre $10\,V$ donne la tension V_A
   — l'autre numérique de 1000 points, de résistance interne $10\,M\Omega$, utilisé sur le calibre $10\,V$ donne la tension V_N.

   Indiquer la tension lue dans chacun des cas figurés ci-après sachant que $R = 50k\Omega$.



cas a cas b cas c

1) tension aux bornes de chaque résistance



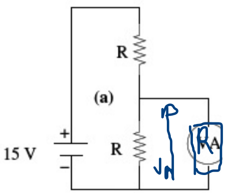
théorème de Millman

$$U_1 = \frac{15/R}{1/R + 1/R} = \frac{15}{2} = 7,5\,V$$

$$U_2 = \frac{15/R}{1/R + 1/R} = 7,5V$$

2.a) cas a

le volmètre A a une résistance RA= $2\,10^5\,\Omega$
et une précision de 0,1V



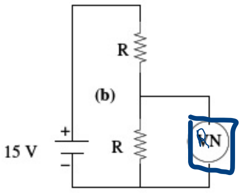
cas a

$$V_A = \frac{15/R}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_A}} = \frac{15}{2 + \frac{R}{R_A}}$$

$$V_A = \frac{15}{2 + \frac{5\,10^4}{2\,10^5}} = 6,7\,V$$

2.b) cas b

le volmètre N a une résistance RN = $10^7\,\Omega$
et une précision de 0,01V

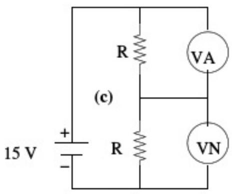


cas b

il suffit de remplacer RA par RN

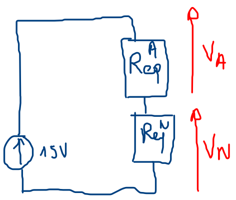
$$V_N = \frac{15}{2 + \frac{R}{R_N}} = \frac{15}{2 + \frac{5\,10^4}{10^7}} = 7,48\,V$$

2.c) cas c



cas c

schéma équivalent



$$\frac{1}{R_{eq}^A} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_A} \Rightarrow R_{eq}^A = \frac{R\,R_A}{R + R_A} = 40000\,\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}^N} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_N} \Rightarrow R_{eq}^N = \frac{R\,R_N}{R + R_N} = 49751\,\Omega$$

$$V_A = \frac{15/R_{eq}^N}{\frac{1}{R_{eq}^N} + \frac{1}{R_{eq}^A}} = \frac{15}{1 + \frac{R_{eq}^N}{R_{eq}^A}} = 6,7\,V$$

$$V_N = \frac{15/R_{eq}^A}{1/R_{eq}^A + 1/R_{eq}^N} = \frac{15}{1 + \frac{R_{eq}^A}{R_{eq}^N}} = 8,31\,V$$

$6,7 + 8,31 \simeq 15V$

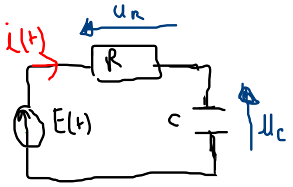
ce calcul permet de vérifier la loi des mailles : E-VN-VA=0

Exercice 2 : Régime Transitoire d'un condensateur en charge

Un condensateur de capacité $C = 100\,\mu F$, préalablement déchargé, se charge à travers une résistance $R = 10\,k\Omega$ par une tension $E(t) = \alpha t$, où $\alpha = 5\,V s^{-1}$ est une constante et t le temps.

1. Faire un schéma du circuit.
2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension $U_C(t)$ aux bornes du condensateur.
3. Exprimer $U_C(t)$ en fonction de α, $RC = \tau$, constante de temps du circuit, et t.
4. Calculer le courant de charge $i(t)$.

1. Schéma du circuit



2. établir l'équation différentielle de Uc(t)
-> loi des mailles

$$E(t) - U_R - U_c = 0$$

$$RC\frac{dU_c}{dt} + U_c = E$$

$U_R = R\,i(t)$ et $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_c}{dt}$ on pose $RC = \tau$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{dU_c(t)}{dt} + \frac{U_c(t)}{\tau} = \frac{E(t)}{\tau} \quad (I)}$$

3. résoudre l'équation différentielle de Uc(t)

* solution de $\frac{dU_c}{dt} + \frac{U_c}{\tau} = 0 \Rightarrow \frac{dU_c(t)}{dt} = -\frac{U_c(t)}{\tau} \Rightarrow \frac{\frac{dU_c(t)}{dt}}{U_c(t)} = -\frac{1}{\tau}$

--->Uc'/Uc=-1/τ ln(Uc(t))=-t/τ+ Cste=-t/τ+lnUc0

$$\ln U_c(t) - \ln U_{c0} = -\frac{t}{\tau}$$

$$\ln\left[\frac{U_c(t)}{U_0}\right] = -\frac{t}{\tau}$$

exponentiation-->

$$\boxed{U_c(t) = U_0 \exp -\frac{t}{\tau}}$$

* solution particulière de même nature que E(t)=α*t.
Elle doit vérifier l'équation (I)

on pose Uc1(t)= a*t+b et on l'injecte dans l'équation (I)

$$\boxed{\frac{dU_{c1}(t)}{dt} + \frac{U_{c1}(t)}{\tau} = \frac{E(t)}{\tau} \quad (I)}$$

$$a + \frac{at}{\tau} + \frac{b}{\tau} = \alpha\frac{t}{\tau}$$

par identification on trouve : $a = \alpha \quad b = -\alpha\tau$

* solution générale : $U_c(t) = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}} + \alpha(t - \tau)$

*solution physique qui rend compte des conditions initiales :
à t=0 le condensateur est déchargé q(0)=0 soit C Uc(0)=0

$U_c(0) = U_0 - \alpha\tau = 0 \quad U_0 = \alpha\tau$

$$\boxed{U_c(t) = \alpha t - \alpha\tau\left[1 - \exp -\frac{t}{\tau}\right]}$$

4. Calcul de i(t)=dq(t)/dt=C(dUc(t)/dt)

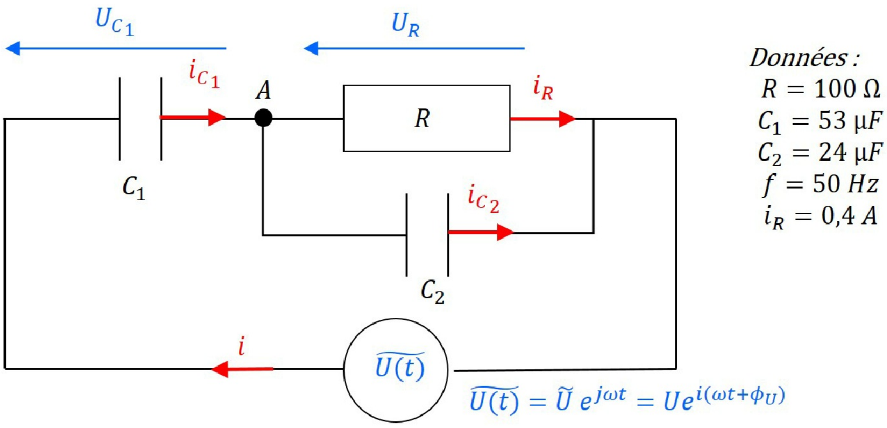
$$\boxed{U_c(t) = \alpha t - \alpha\tau\left[1 - \exp -\frac{t}{\tau}\right]}$$

$$i(t) = C\frac{dU_c(t)}{dt} = C\alpha\left[1 - \tau\left(0 + \frac{1}{\tau}\exp -\frac{t}{\tau}\right)\right]$$

$$\boxed{i(t) = \alpha C\left(1 - \exp -\frac{t}{\tau}\right)}$$

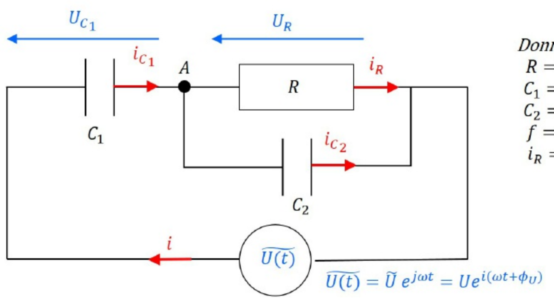
Exercice 3 : Impédance d'un circuit en "Régime sinusoïdal"

On vous propose de déterminer à l'aide de la représentation de Fresnel l'impédance du circuit ci-dessous. On considére une source de tension sinusoïdale, avec une valeur maximale U et une fréquence de $50\,Hz$ telle que $\tilde{U(t)} = Ue^{j(\omega t+\phi_U)} = \tilde{U}e^{j\omega t}$. Cette source alimente le circuit ci-dessous.



1. Détermination des courants :
   (a) Quel loi peut-on écrire au point A ?
   (b) En prenant comme origine des phases le courant $\tilde{i_R(t)} = \tilde{i_R}e^{j\omega t}$ (c'est-à-dire que $\tilde{i_R}$ sera placé horizontalement en représentation de Fresnel) déterminer le courant qui passe dans le condensateur C_2 tel que : $\tilde{i_{C_2}(t)} = i_{C_2}e^{j(\omega t+\varphi_{C_2})} = \tilde{i_{C_2}}e^{j\omega t}$.
   (c) Placer $\tilde{i_R}$ et $\tilde{i_{C_2}}$ sur un diagramme de Fresnel des intensités.
   (d) Placer le courant $\tilde{i_{C_1}}$ sur le diagramme. En déduire sa valeur i_{C_1} et son déphasage φ_{C_1}. Donner la relation entre $\tilde{i_{C_1}}$ et $\tilde{i}$.
2. Détermination des tensions :
   (a) En prenant comme origine des phases le courant $\tilde{i_R}$ défini par $\tilde{i_R(t)} = \tilde{i_R}e^{j\omega t}$ exprimer la tension aux bornes de la résistant R telle que : $\tilde{U_R(t)} = \tilde{U_R}e^{j\omega t}$. Placer $\tilde{U_R}$ sur le digramme de Fresnel des tensions.
   (b) Placer $\tilde{U_{C_2}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.
   (c) Évaluer $\tilde{U_{C_1}}$ défini par $\tilde{U_{C_1}(t)} = U_{C_1}e^{j(\omega t+\phi_{C_1})} = \tilde{U_{C_1}}e^{j\omega t}$ à partir des éléments du circuit.
   (d) Placer $\tilde{U_{C_1}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.
   (e) À partir de la loi des mailles placer la tension $\tilde{U}$ sur le diagramme et donner les valeurs de U et son déphasage ϕ_U.
3. En déduire l'impédance réelle du circuit $Z = \frac{U}{i}$.

1. Détermination des courants :
   (a) Quel loi peut-on écrire au point A ?
   (b) En prenant comme origine des phases le courant $\tilde{i_R}(t) = \tilde{i_R} e^{j\omega t}$ (c'est-à-dire que $\tilde{i_R}$ sera placé horizontalement en représentation de Fresnel) déterminer le courant qui passe dans le condensateur C_2 tel que : $\tilde{i_{C_2}}(t) = i_{C_2} e^{j(\omega t + \varphi_{C_2})} = \tilde{i_{C_2}} e^{j\omega t}$.
   (c) Placer $\tilde{i_R}$ et $\tilde{i_{C_2}}$ sur un diagramme de Fresnel des intensités.
   (d) Placer le courant $\tilde{i_{C_1}}$ sur le diagramme. En déduire sa valeur i_{C_1} et son déphasage φ_{C_1}. Donner la relation entre $\tilde{i_{C_1}}$ et $\tilde{i}$.



Données :
$R = 100\ \Omega$
$C_1 = 53\ \mu F$
$C_2 = 24\ \mu F$
$f = 50\ Hz$
$i_R = 0,4\ A$

a) en A la loi des noeuds : $\tilde{i}_{C_1}(t) = \tilde{i}_R(t) + \tilde{i}_{C_2}(t)$

b) calcul du courant qui passe dans le condendateur C_2.

D'après le schéma : $\tilde{U}_R(t) = \tilde{U}_{C_2}(t)$

Le courant dans R est la référence des phase : $\tilde{i}_R(t) = i_R e^{j\omega t}$ avec $\omega = 2\pi f$ $\tilde{i}_R(t) = 0,4 e^{j100\pi t}$

$\left.\begin{array}{l}\tilde{U}_R(t) = \tilde{U}_{C_2}(t) \\ Z_R \tilde{i}_R(t) = Z_{C_2} \tilde{i}_{C_2}(t)\end{array}\right\} \Rightarrow 100 \times 0,4 e^{j100\pi t} = \frac{i_{C_2}}{jC_2\omega} e^{j(100\pi t + \phi_{ic_2})}$ or $1/j = -j = e^{-j\pi/2}$

$40 e^{j100\pi t} = \frac{i_{C_2}}{C_2\omega} e^{j(100\pi t + \phi_{ic_2} - \pi/2)}$

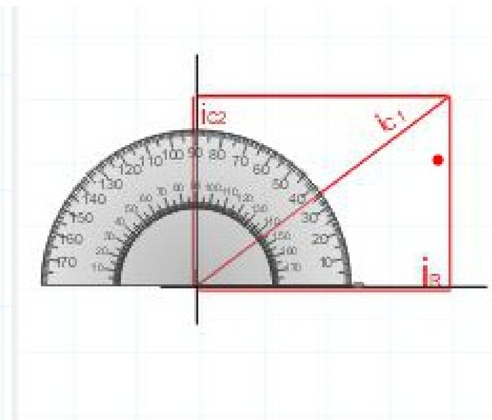
$40 \times C_2\omega\, e^{j100\pi t} = i_{c_2} e^{j(\phi_{ic_2} - \frac{\pi}{2})} \exp j100\pi t$

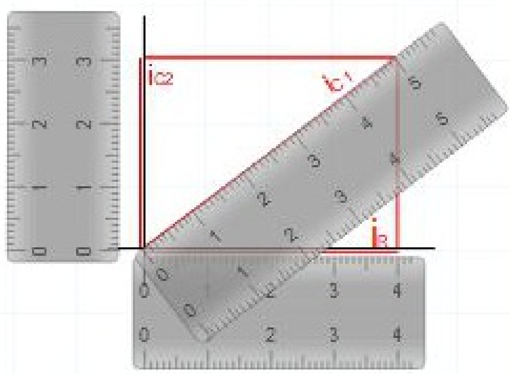
finalement $\underbrace{40 \times C_2 \times \omega}_{réel} = i_{c_2} \underbrace{e^{j(\phi_{ic_2} - \frac{\pi}{2})}}_{= 1}$ $\Rightarrow e^{j \times 0} = 1$ $\phi_{ic_2} = \pi/2$ et $i_{c_2} = 0,3\ A$

$i_R(t)=0,4 \exp j100\pi t$ et $i_{c_2}(t)=0,3 \exp j(100\pi t+\pi/2)$

c) Diagramme de Fresnel des courants

d) Placement de i_{c1} $\tilde{i}_{C_1}(t) = \tilde{i}_R(t) + \tilde{i}_{C_2}(t)$





$\tilde{i}_{C_1}(t) = \tilde{i}_R(t) + \tilde{i}_{C_2}(t)$

sur le diagramme on lit $|i_{c1}|=0,5$ et $\varphi=37°$ vérifions par le calcul de

$\tilde{i}_{C_1}(t) = \tilde{i}_{C_2}(t) + \tilde{i}_R(t) = 0,3 e^{j\pi/2} e^{j100\pi t} + 0,4 e^{j100\pi t} = e^{j100\pi t}\left[0,4 + 0,3 e^{j\pi/2}\right] = e^{j100\pi t} \underbrace{\left[0,4 + j0,3\right]}_{\rho e^{i\varphi_{c_1}}}$

$\rho = \sqrt{0,3^2 + 0,4^2} = 0,5$ $\varphi_{ic_2} = \text{atan}\left(\frac{0,3}{0,4}\right) = 0,64\ \text{rad} = 37°$

$\tilde{i}_{C_1}(t) = 0,5\, e^{j(100\pi t + 0,64)}$

I_{c1} et i sont sur la même branche : $i_{c1}=i$

$$\boxed{i_R(t)=0,4 \exp j100\pi t \text{ et } i_{c2}(t)=0,3 \exp j(100\pi t+\pi/2) \text{ et } i_{c1}(t)=0,5 \exp j(100\pi t+0,64)=i(t)}$$

2. Détermination des tensions :

(a) En prenant comme origine des phases le courant $\tilde{i_R}$ défini par $\tilde{i_R(t)} = \tilde{i_R} e^{j\omega t}$ exprimer la tension aux bornes de la résistant R telle que : $\tilde{U_R(t)} = \tilde{U_R} e^{j\omega t}$. Placer $\tilde{U_R}$ sur le digramme de Fresnel des tensions.

(b) Placer $\tilde{U_{C_2}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.

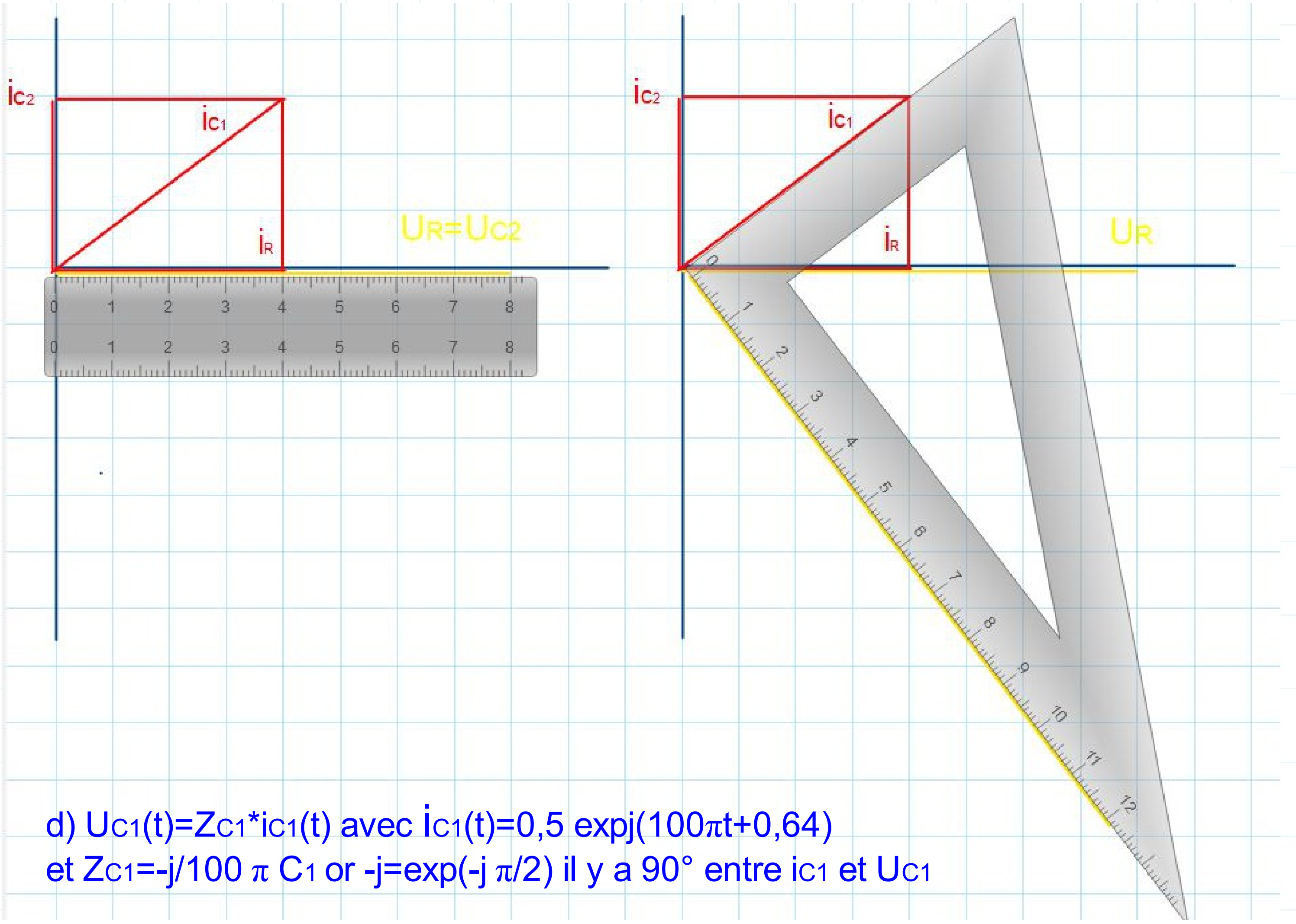
(c) Évaluer $\tilde{U_{C_1}}$ défini par $\tilde{U_{C_1}(t)} = U_{C_1} e^{j(\omega t + \phi_{C_1})} = \tilde{U_{C_1}} e^{j\omega t}$ à partir des éléments du circuit.

(d) Placer $\tilde{U_{C_1}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.

(e) À partir de la loi des mailles placer la tension $\tilde{U}$ sur le diagramme et donner les valeurs de U et son déphasage ϕ_U.

a) tension U_R
$U_R(t)=Z_R * i_R(t)=100*0,4 \exp(j100\pi t)=40 \exp(j100\pi t)$

c) $U_{C1}(t)=Z_{C1}*i_{C1}(t)$ avec $i_{C1}(t)=0,5 \exp j(100\pi t+0,64)$
et $Z_{C1}=-j/100\ \pi\ C_1$ or $-j=\exp(-j\ \pi/2)$ il y a 90° entre i_{C1} et U_{C1}



d) $U_{C1}(t)=Z_{C1}*i_{C1}(t)$ avec $i_{C1}(t)=0,5 \exp j(100\pi t+0,64)$
et $Z_{C1}=-j/100\ \pi\ C_1$ or $-j=\exp(-j\ \pi/2)$ il y a 90° entre i_{C1} et U_{C1}

$U_{C1}(t)=(0,5/(53\ \mu F\ 100\pi))\exp j(100\pi t+\underbrace{0,64-\pi/2}_{-53°})$

$$U_{C_1}(t) = \frac{0,5}{53\ 10^{-6} \times 100\pi} \exp j\,(100\pi t - 0,93)$$

$$U_{C_1}(t) = 30 \exp j\,(100\pi t - 0,93)$$

échelle U_R et U_{C2} 40V-->8cm
U_{C1} 30V--> 6cm

2. Détermination des tensions :

(a) En prenant comme origine des phases le courant $\tilde{i_R}$ défini par $\tilde{i_R(t)} = \tilde{i_R} e^{j\omega t}$ exprimer la $\tilde{U_R} e^{j\omega t}$. Placer $\tilde{U_R}$ sur le digramme

3. En déduire l'impédance réelle du circuit $Z = \frac{U}{i}$.

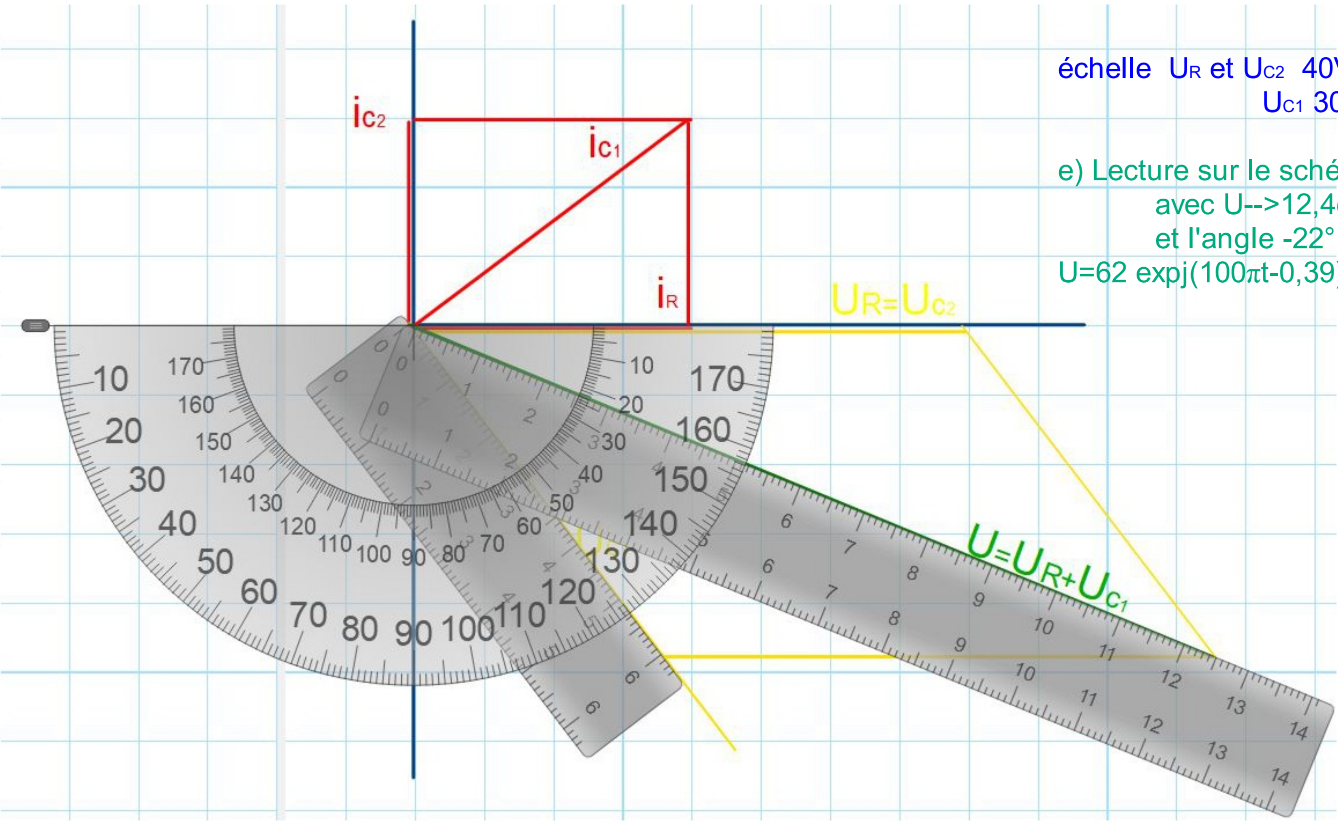
(b) Placer $\tilde{U_{C_2}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.

(c) Évaluer $\tilde{U_{C_1}}$ défini par $\tilde{U_{C_1}(t)} = U_{C_1} e^{j(\omega t + \phi_{C_1})} = \tilde{U_{C_1}} e^{j\omega t}$ à partir des éléments du circuit.

(d) Placer $\tilde{U_{C_1}}$ sur le diagramme de Fresnel des tensions.

(e) À partir de la loi des mailles placer la tension $\tilde{U}$ sur le diagramme et donner les valeurs de U et son déphasage ϕ_U.

d) $U_{C1}(t)=Z_{C1}*i_{C1}(t)$ avec $i_{C1}(t)=0{,}5 \exp j(100\pi t+0{,}64)$
et $Z_{C1}=-j/100\pi C_1$ or $-j=\exp(-j\pi/2)$ il y a 90° entre i_{C1} et U_{C1}



échelle U_R et U_{C2} 40V-->8cm
U_{C1} 30V--> 6cm

e) Lecture sur le schéma de U
avec U-->12,4cm U=62V
et l'angle -22°
$U=62 \exp j(100\pi t-0{,}39)$

$U_{C_1}(t) = 30 \exp j(100\pi t - 0{,}93)$

e) tension U loi des mailles donne :

Vérifions par le calcul de $U=U_R+U_{C1}$

$U=40 \exp j(100\pi t)+ 30 \exp j(100\pi t-0{,}93)=\exp j(100\pi t)*[40+30 \exp(-j0{,}93)]$

$U=\exp j(100\pi t)*[40+30 (\cos(0{,}93rad)-j\sin(0{,}93rad))]$

$U=\exp j(100\pi t)*[40+30 (0{,}6-j*0{,}8)]=\exp j(100\pi t)*[40+18-j*24]=\exp j(100\pi t)*[58-j*24]$

$58 - 24j = \underbrace{\sqrt{58^2+24^2}}_{\simeq 63} \; e^{j \underbrace{\operatorname{atan}(-24/38)}_{-0{,}39\,rad = -22°}}$

$U=63 \exp j(100\pi t-0{,}39)$ ce qui est ce qu'on lit sur le diagramme!

3. En déduire l'impédance réelle du circuit $Z = \frac{U}{i}$.

$U(t)=63 \exp j(100\pi t-0{,}39)$ et $i(t)=i_{C1}(t)=0{,}5 \exp j(100\pi t+0{,}64)$ -> $Z = \frac{63 e^{-j0{,}39}}{0{,}5 e^{j0{,}64}} \frac{e^{j100\pi t}}{e^{j100\pi t}} = \frac{63}{0{,}5} e^{j(-0{,}39-0{,}64)}$

$Z=126 \exp(-j*1{,}03rad)$ le circuit est partiellement capacitif