

* Démonstration Mathématique :

• Calcul du volume de la Calotte sphérique

Imaginons une sphère de rayon R centrée à l'origine $(0,0)$ d'un repère orthonormé. L'éq du cercle qui génère cette sphère est :

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Prenons une section horizontale à la hauteur z , $r(z) = \sqrt{R^2 - z^2}$
 $r(z)$ rayon du disque.

Le volume d'un disque élémentaire est défini par $dV = \pi \cdot r^2(z) dz$

Limites d'intégration : la calotte a une hauteur h .
 Le sommet de la sphère est $z = R$, le plan de coupe est donc à
 $z = R - h$

L'intégrale globale s'écrit donc : $V = \int_{R-h}^R \pi r^2(z) dz$

$$V = \pi \int_{R-h}^R (R^2 - z^2) dz$$

$$V = \frac{\pi h^2}{3} (3R - h)$$

• Rayon de courbure : R

$$a^2 + d^2 = R^2$$

$$h + d = R \Rightarrow d = R - h$$

$$R^2 = a^2 + (R - h)^2 \Rightarrow R = \frac{a^2 + h^2}{2h}$$

