ED2

PASS Lyon Est – 2025-2026

Dr. Nicolas ROMAIN-SCELLE

EXAMEN TERMINAL 2024-2025

Dossier 1 - Q1

Vous avez mesuré dans un échantillon de 503 sujets recrutés dans la population générale en France deux réalisations des variables aléatoires suivantes : X l'âge (en années) et Y la pression artérielle systolique (PAS, en mmHg). Vous avez construit une régression linéaire pour analyser l'effet de l'âge sur la PAS. Les paramètres suivants ont été estimés :

- X : moyenne 40,71, écart-type 11,33
- Y : moyenne 111,22, écart-type 5,22
- Covariance X, Y : 7,76
- Ecart-type du coefficient de pente estimé : 0,02
- Ecart-type du coefficient de corrélation estimé : 0,04

Q1

Indiquez la ou les réponse(s) juste(s). Vous arrondirez vos calculs à la seconde décimale.	
A.	le coefficient de corrélation estimé vaut 0,06
B.	le coefficient de corrélation estimé vaut 0,13
C.	le coefficient de pente estimé vaut 0,06
D.	le coefficient de pente estimé vaut 0,13
E.	ces résultats suggèrent une augmentation de la PAS moyenne en fonction de l'âge

Q1

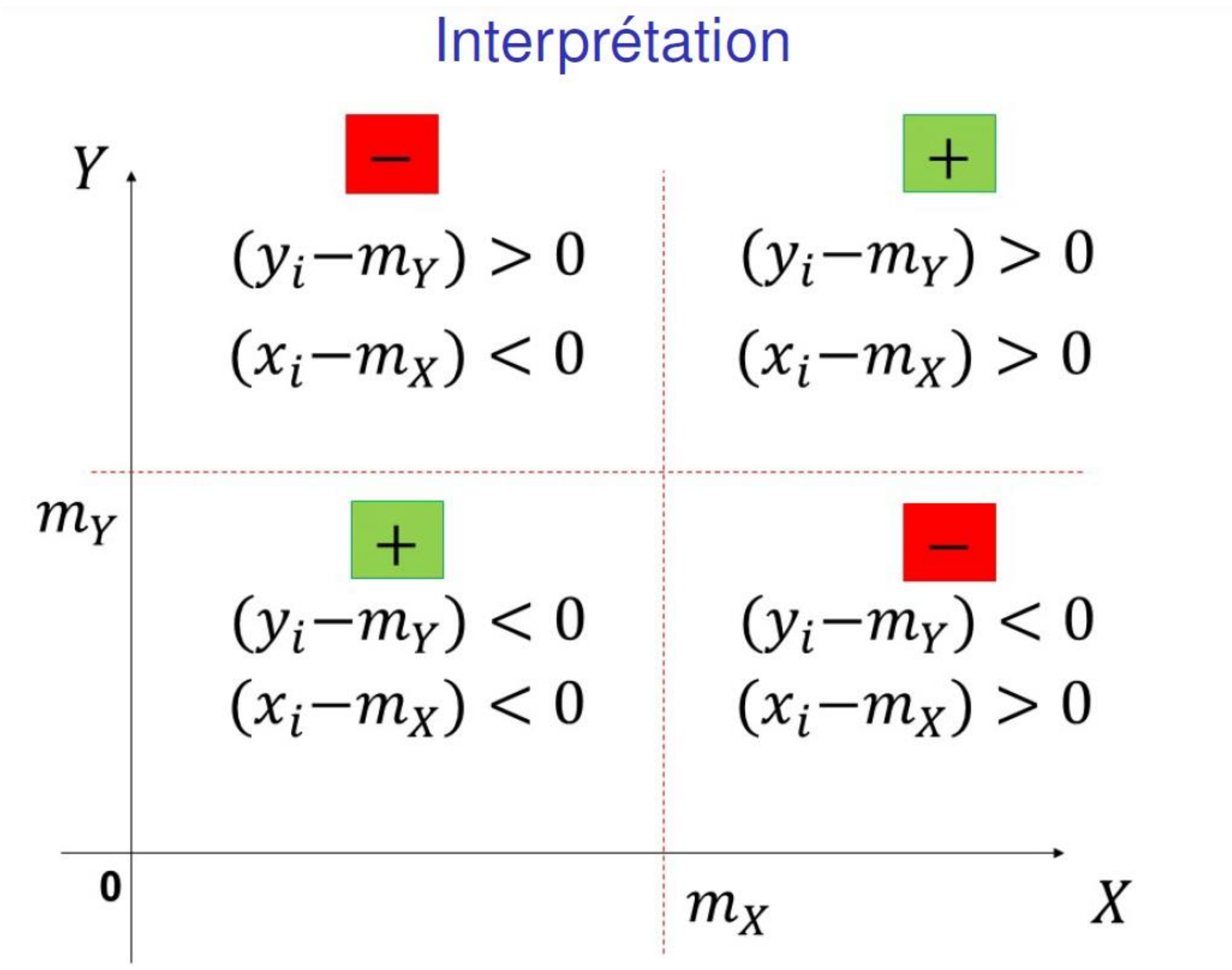
- **Coefficient de corrélation :** $\mathrm{r}_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{S(X)S(Y)} = \frac{7,76}{11,33*5,22} \cong 0,13$
- **Pente :** $b_1 = \frac{Cov(X,Y)}{S(X)^2} = \frac{7,76}{11,33^2} \cong 0,06$
- **Alternativement :** $b_1 = r_{X,Y} * \frac{S(Y)}{S(X)}$ ou $r_{X,Y} = b_1 * \frac{S(X)}{S(Y)}$

- Donc B,C

Cours Corrélation-Régression

Coefficient (pente/corrélation) positif => Relation positive, les deux variables varient dans le même sens (l'une augmente quand l'autre augmente).

Donc E vraie



Q1

Indiquez la ou les réponse(s) juste(s). Vous arrondirez vos calculs à la seconde décimale.	
A.	le coefficient de corrélation estimé vaut 0,06
B.	**le coefficient de corrélation estimé vaut 0,13**
C.	**le coefficient de pente estimé vaut 0,06**
D.	le coefficient de pente estimé vaut 0,13
E.	**ces résultats suggèrent une augmentation de la PAS moyenne en fonction de l'âge**

Q2

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité à 0 des deux coefficients (pente, corrélation) estimés dans la question précédente. Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	il est valable de faire l'hypothèse que la statistique de test utilisée suit une distribution normale
B.	ces deux tests conduiront à deux conclusions indépendantes
C.	si l'un de ces tests est statistiquement significatif, l'autre ne peut pas l'être
D.	la statistique de test du coefficient de pente aura, au risque alpha bilatéral 0,05, un seuil de rejet approximativement égal à 1,96
E.	il suffit d'admettre l'hypothèse de normalité de la distribution de Y pour que les conditions d'application de ces deux tests soient respectées

Q2

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité à 0 des deux coefficients (pente, corrélation) estimés dans la question précédente. Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	il est valable de faire l'hypothèse que la statistique de test utilisée suit une distribution normale **VRAIE**
D.	la statistique de test du coefficient de pente aura, au risque alpha bilatéral 0,05, un seuil de rejet approximativement égal à 1,96 **VRAIE**

Statistique de test de la corrélation ou pente

=>Distribution de Student à $n - 2$ degrés de libertés

Ici : $n = 503$ donc test à 501 ddl

Or quand $n \to \infty, T_{n-2ddl} \sim \mathcal{N}(0,1)$

En pratique pour vous : $t_{1-\alpha,\, ddl>99} = z_{1-\alpha} = 1{,}96$ pour $\alpha = 0{,}05$

Q2

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité à 0 des deux coefficients (pente, corrélation) estimés dans la question précédente. Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
B.	ces deux tests conduiront à deux conclusions indépendantes **FAUX**
C.	si l'un de ces tests est statistiquement significatif, l'autre ne peut pas l'être **FAUX**

Le test du coefficient de pente et le test de la corrélation sont **strictement identique**

Autrement dit : $H_0 \colon \beta_1 = 0 \equiv H_0 \colon \rho = 0$: les deux hypothèses nulles sont équivalentes.

Rejeter l'une revient à rejeter l'autre sans exception

Q2

On souhaite tester l'hypothèse nulle d'égalité à 0 des deux coefficients (pente, corrélation) estimés dans la question précédente. Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
E.	il suffit d'admettre l'hypothèse de normalité de la distribution de Y pour que les conditions d'application de ces deux tests soient respectées **FAUX**

Conditions du test de la corrélation/pente :

- X,Y normalement distribuées
- X ou Y normalement distribuée, relation linéaire entre X et Y

Q3

Donnez, parmi les suivants, l'élément déterminant dans la prévention des biais de confusion dans un essai clinique	
A.	le double insu
B.	la randomisation **VRAI**
C.	la standardisation du critère de jugement principal
D.	les critères d'inclusion
E.	les critères d'exclusion

Gestion des biais en essai clinique :

- **Sélection** : critères d'inclusion et exclusion
- **Confusion** : randomisation (et rien d'autre)
- **Mesure** : CJP standardisé
- **Suivi** : double insu

Q4

- Vous analysez les résultats d’un essai clinique de supériorité contrôlé, randomisé, en double insu comparant un nouveau traitement B à un traitement A de référence chez des patients atteints de cancer de l’œsophage. Votre critère de jugement principal est la progression de la maladie dans les 2 ans suivant l’inclusion. Vous observez 140 progressions dans le bras A pour 246 sujets, et 109 progressions dans le bras B pour 231 sujets. On considère que le critère de jugement principal n’est pas à risque de biais de mesure.
- Vous testez l’hypothèse nulle d’égalité des proportions de progression dans les deux groupes par un test du Chi², et calculez la différence (en valeur absolue) entre la statistique de test et le seuil de rejet adéquat pour ce test. Vous arrondirez vos résultats à la deuxième décimale.
- Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)

Q4

- **Données de l’énoncé**

	Progression	Non-progression	
A	140	106	246
B	109	122	231
	249	228	477

Q4

- **Sous l’hypothèse nulle :**
  - Application de la formule : $\frac{somme_{ligne} * somme_{colonne}}{total}$

	Progression	Non-progression	
A	128,42	117,58	246
B	120,58	110,42	231
	249	228	477

- Statistique de test : $\sum_i \sum_j \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$ si $E_{ij} \geq 5$ dans tous les cas
- $\chi^2_{1ddl} \cong 4,52$

Q4

Vous testez l'hypothèse nulle d'égalité des proportions de progression dans les deux groupes par un test du Chi², et calculez la différence (en valeur absolue) entre la statistique de test et le seuil de rejet adéquat pour ce test. Vous retiendrez vos résultats à la deuxième décimale.	
A.	au risque alpha de 0,01, la différence vaut 1,81 **=> 2,12**
B.	au risque alpha de 0,1, la différence vaut 4,50 **=> 1,81**
C.	au risque alpha de 0,05, la différence vaut 0,67 **VRAIE**
D.	au risque alpha de 0,01, on ne rejette pas l'hypothèse nulle **VRAIE**
E.	au risque alpha de 0,05, on conclut à un risque de progression à 2 ans significativement plus faible pour le traitement B par rapport au traitement A **VRAIE**

Seuils de rejet :

- $q^{\chi}_{0,99} \cong 6{,}6349$; $q^{\chi}_{0,90} \cong 2{,}7055$; $q^{\chi}_{0,95} \cong 3{,}8415$

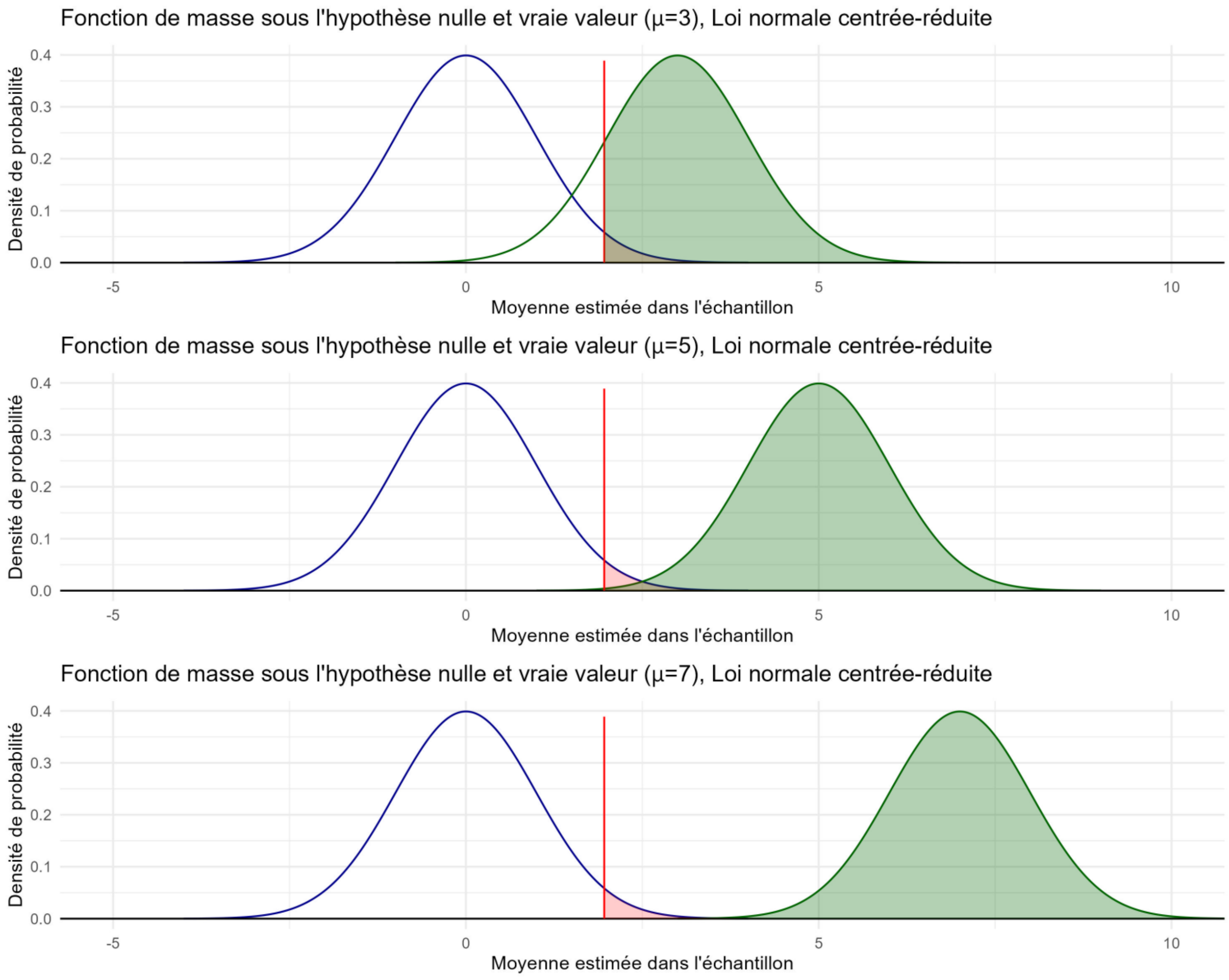
Statistique : 4,52

Q5

Vous cherchez à déterminer un nombre de sujets à inclure dans un essai clinique. Parmi les énoncés suivants, donnés pour « toute chose égale par ailleurs », indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	baisser le risque alpha augmente la puissance
B.	baisser le nombre de sujets diminue la puissance
C.	diminuer le nombre de sujets augmente le risque de seconde espèce
D.	le calcul de la puissance est effectué sous l'hypothèse nulle
E.	le calcul de la puissance est effectué pour une valeur spécifique de l'hypothèse alternative

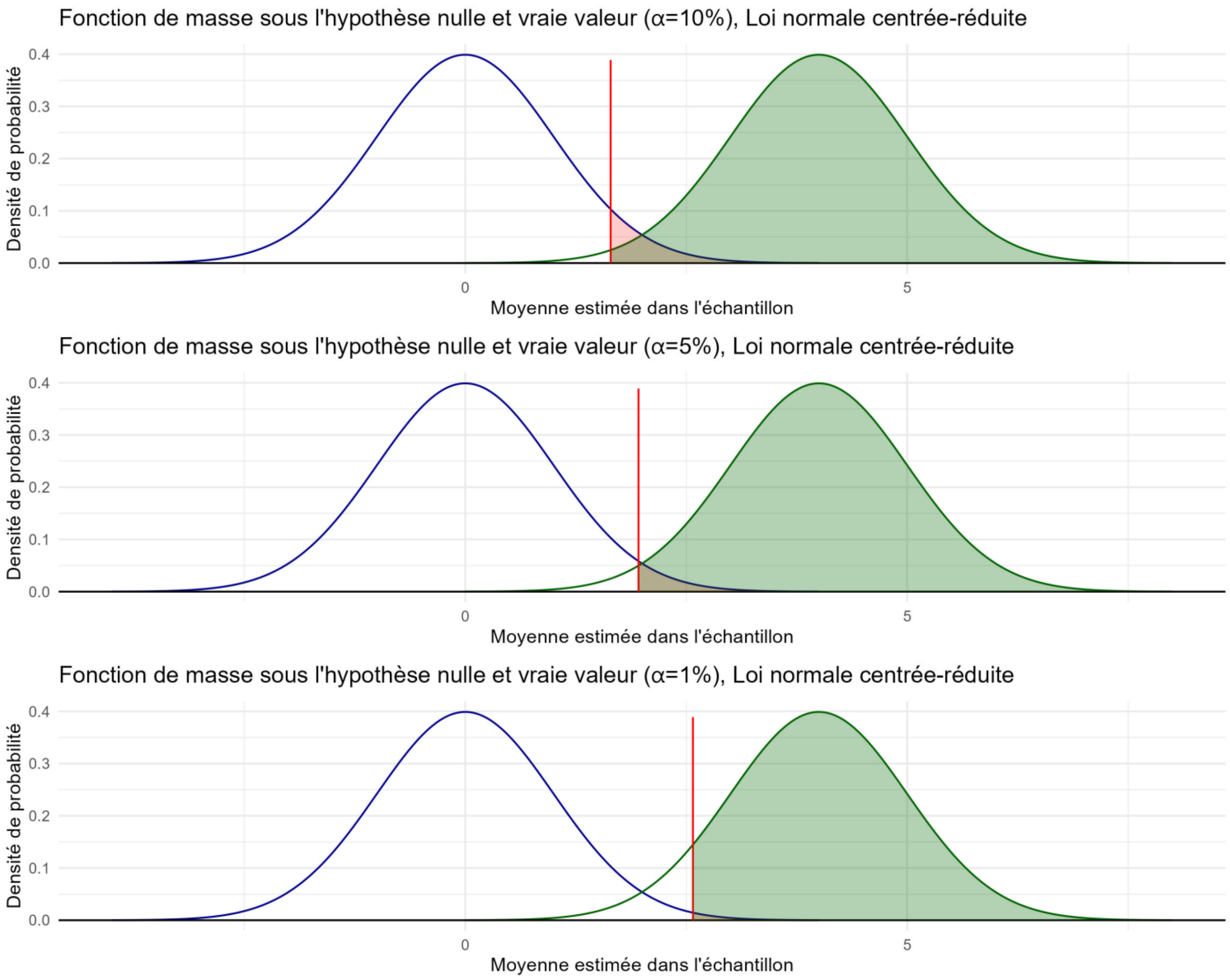
Puissance

Variation en fonction de **l’écart entre l’hypothèse nulle et la vraie valeur.**



Puissance

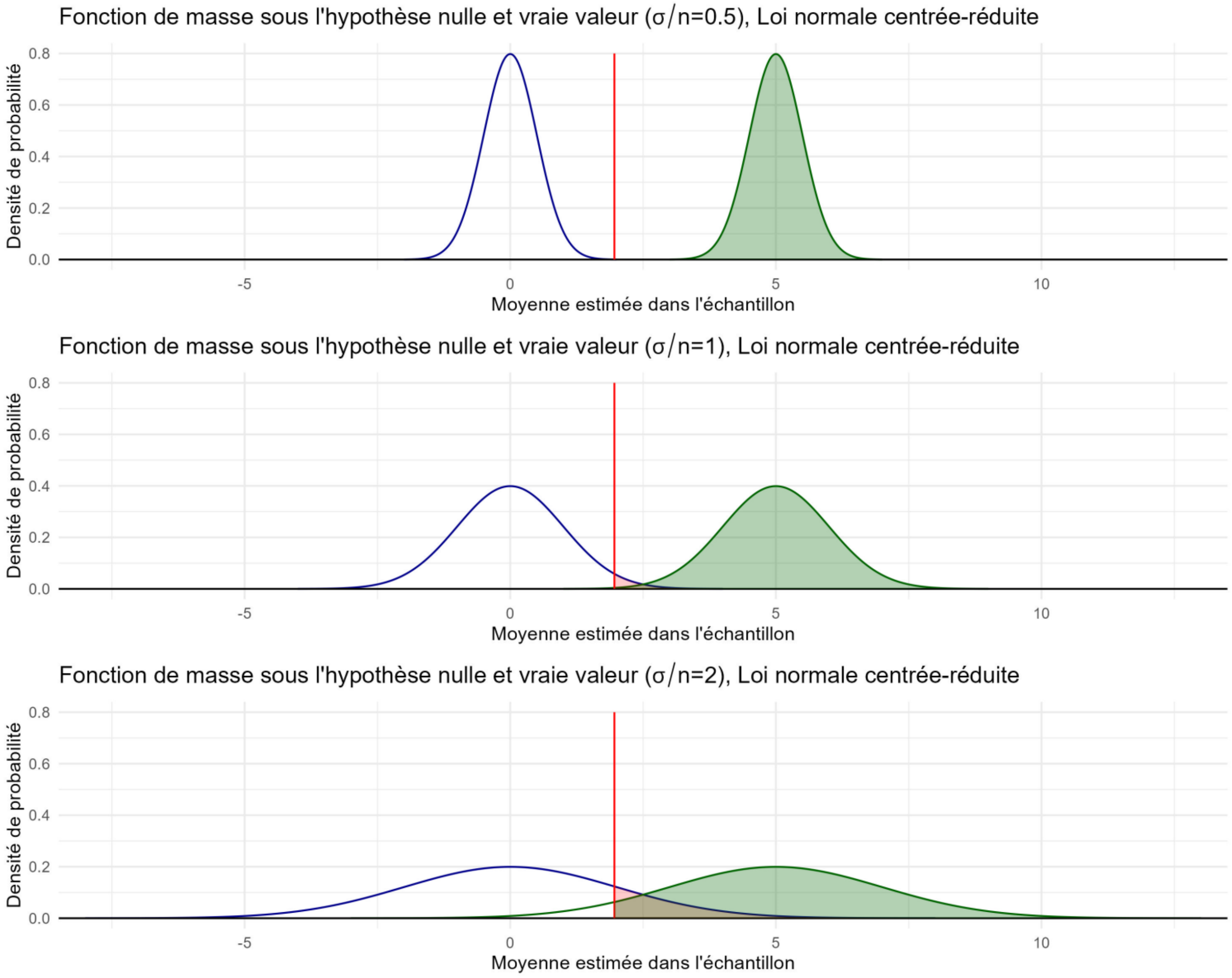
Variation en fonction de $\boldsymbol{\alpha}$.



Puissance

Variation en fonction de l'**erreur-type** $(\sigma/\sqrt{n})$**.**

- *Si l'écart-type augmente ou n diminue, l'erreur type augmente*
- *Si l'écart-type estimé diminue ou n augmente, l'erreur type diminue*



Q5

Vous cherchez à déterminer un nombre de sujets à inclure dans un essai clinique. Parmi les énoncés suivants, donnés pour « toute chose égale par ailleurs », indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	baisser le risque alpha augmente la puissance **FAUX**
B.	baisser le nombre de sujets diminue la puissance **VRAI**
C.	diminuer le nombre de sujets augmente le risque de seconde espèce **VRAI**
D.	le calcul de la puissance est effectué sous l'hypothèse nulle **FAUX**
E.	le calcul de la puissance est effectué pour une valeur spécifique de l'hypothèse alternative **VRAI**

C : puissance : $1 - \beta$ avec β **le risque de seconde espèce**

D,E : le calcul de puissance (ou d'effectif) **nécessite** une hypothèse sur la différence attendue (parmi toutes les possibilités dans H_1)

CC 2024-2025

Q6

A propos des tests d'hypothèse, indiquez la ou les réponses juste(s)	
A.	le risque maximum de rejeter l'hypothèse nulle à tort est calculé après la réalisation du test **FAUX**
B.	le risque maximum de rejeter l'hypothèse nulle à tort est fixé avant la réalisation du test **VRAI**
C.	la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle à tort est le complément de la puissance du test **VRAI**
D.	la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle à tort est indépendante de la taille de l'échantillon **FAUX**
E.	la probabilité que l'hypothèse nulle soit vraie s'appelle communément la p-value **FAUX**

Eléments de cours

Q7

Vous avez à réaliser un test de Student de comparaison de deux moyennes de la variable aléatoire X estimées dans deux échantillons indépendants A et B d'effectif n_A et n_B. Les moyennes estimées sont notées respectivement m_A et m_B. Les écarts type estimés de la variable aléatoire X sont notés respectivement s_A et s_B.

Concernant les conditions devant être respectées pour réaliser le test, indiquez la ou les réponse(s) juste(s)

A.	$n_A \geq 30$ et $n_B \geq 30$ **FAUX**
B.	$n_A + n_B \geq 60$ **FAUX**
C.	X suit une distribution normale **VRAI**
D.	s_A et s_B sont proches
E.	Le risque alpha est égal à 0,05 **FAUX**

B,C : pas d'approximation normale dans le test de Student : on sait que les variables sont normalement distribuées

E : aucun sens

Q7

Vous avez à réaliser un test de Student de comparaison de deux moyennes de la variable aléatoire X estimées dans deux échantillons indépendants A et B d'effectif n_A et n_B. Les moyennes estimées sont notées respectivement m_A et m_B. Les écarts type estimés de la variable aléatoire X sont notés respectivement s_A et s_B. Concernant les conditions devant être respectées pour réaliser le test, indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	$n_A \geq\ 30$ et $n_B \geq 30$ **FAUX**
B.	$\mathrm{n}_A + n_B \geq 60$ **FAUX**
C.	X suit une distribution normale **VRAI**
D.	s_A et s_B sont proches **VRAI**
E.	Le risque alpha est égal à 0,05 **FAUX**

Condition d'égalité des variances : $0{,}5 < \frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2} < 2$

Pour les écarts-type : $\sqrt{0{,}5} < \frac{\sigma_A}{\sigma_B} < \sqrt{2} \equiv 0{,}71 < \frac{\sigma_A}{\sigma_B} < \ 1{,}41$

Q8

Vous voulez réaliser un test de Student de comparaison de moyennes d'une variable aléatoire, estimées dans deux échantillons indépendants A et B. On admet que la variable aléatoire suit une distribution normale, et que les variances estimées dans les 2 échantillons sont proches. Les moyennes et les variances estimées dans les 2 échantillons sont les suivants : $m_A=12$, $m_B=10$, $s^2_A=3,6$, $s^2_B=5,9$. Les effectifs des échantillons sont les suivants : $n_A=21$, $n_B=13$.

Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)

Vous arrondirez vos résultats à la deuxième décimale.

A.	la variance commune estimée est de 4,46
B.	la variance commune estimée est de 4,33
C.	la statistique de test calculée vaut 2,72 en valeur absolue
D.	la statistique de test calculée vaut 2,68 en valeur absolue
E.	la statistique de test calculée vaut 2,53 en valeur absolue

Q8

Vous voulez réaliser un test de Student de comparaison de moyennes d'une **variable aléatoire**, estimées dans deux échantillons indépendants A et B. **On admet que la variable aléatoire suit une distribution normale**, et que les **variances estimées dans les 2 échantillons sont proches**. Les moyennes et les variances estimées dans les 2 échantillons sont les suivants : $m_A=12$, $m_B=10$, $s^2_A=3,6$, $s^2_B=5,9$. Les effectifs des échantillons sont les suivants : $n_A=21$, $n_B=13$.

Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)

Vous arrondirez vos résultats à la deuxième décimale.

A.	la variance commune estimée est de 4,46
B.	la variance commune estimée est de 4,33
C.	la statistique de test calculée vaut 2,72 en valeur absolue
D.	la statistique de test calculée vaut 2,68 en valeur absolue
E.	la statistique de test calculée vaut 2,53 en valeur absolue

Normalité des variables : OK

Proximité des variances : OK

Q8

Calcul de la variance commune :

$$s_c^2 = \frac{s_A^2(n_A - 1) + s_B^2(n_B - 1)}{n_A + n_B - 2} = \frac{3,6 * (21 - 1) + 5,9 * (13 - 1)}{21 + 13 - 2}$$
$$\cong 4,46$$

Statistique de test

$$t = \frac{|m_A - m_B|}{\sqrt{s_c^2\left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B}\right)}} \cong 2,68$$

Q8

Vous voulez réaliser un test de Student de comparaison de moyennes d'une variable aléatoire, estimées dans deux échantillons indépendants A et B. On admet que la variable aléatoire suit une distribution normale, et que les variances estimées dans les 2 échantillons sont proches. Les moyennes et les variances estimées dans les 2 échantillons sont les suivants : $m_A=12$, $m_B=10$, $s^2_A=3{,}6$, $s^2_B=5{,}9$. Les effectifs des échantillons sont les suivants : $n_A=21$, $n_B=13$.

Indiquez la ou les réponse(s) juste(s)

Vous arrondirez vos résultats à la deuxième décimale.

A.	la variance commune estimée est de 4,46 **VRAI**
B.	la variance commune estimée est de 4,33
C.	la statistique de test calculée vaut 2,72 en valeur absolue
D.	la statistique de test calculée vaut 2,68 en valeur absolue **VRAI**
E.	la statistique de test calculée vaut 2,53 en valeur absolue

Q8

A propos des tests d'hypothèse, indiquez la ou les réponse(s) juste(s)	
A.	le risque alpha est une probabilité faible choisie de façon arbitraire
B.	la puissance d'un test dépend de l'effectif des échantillons
C.	la statistique de test est calculée en tenant l'hypothèse nulle pour vraie
D.	la p-value est calculée en tenant l'hypothèse nulle pour vraie
E.	on ne peut pas utiliser les tests d'hypothèse pour prouver que H0 est vraie

Tous les énoncés sont corrects

Q9

Vous avez réalisé un test du χ^2 afin de comparer la distribution d'une variable catégorielle entre plusieurs échantillons indépendants. Vous avec obtenu la statistique de test correspondante qui est de 12,3 ainsi que le nombre de degrés de liberté du test, et toutes les conditions de validité du test sont vérifiées. Parmi les combinaisons de valeurs de risque alpha et de nombre de degrés de liberté suivantes, indiquez pour la ou lesquelles des combinaisons la conclusion « le test est statistiquement significatif » est juste.	
A.	risque alpha=0,1 et 12 degrés de liberté
B.	risque alpha=0,05 et 7 degrés de liberté
C.	risque alpha=0,01 et 3 degrés de liberté
D.	risque alpha=0,05 et 5 degrés de liberté
E.	risque alpha=0,02 et 3 degrés de liberté

Fractiles du Chi²

Statistique de test : 12,3

ddl	p	0,900	0,950	0,975	0,990	0,999
1		2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2		4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155
3		6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	16,2662
4		7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	18,4668
5		9,2364	11,0705	12,8325	15,0863	20,5150
6		10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	22,4577
7		12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	24,3219
8		13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	26,1245
9		14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	27,8772
10		15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	29,5883
11		17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	31,2641
12		18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	32,9095

Fractiles du Chi²

Statistique de test : 12,3

Item E : alpha = 0,02

Indisponible dans la table => comparer au risque alpha inférieur le plus proche (0,01 ici)

En pratique : décalez d'une colonne sur la droite

ddl	p	0,900	0,950	0,975	0,990	0,999
1		2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2		4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155
3		6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	16,2662
4		7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	18,4668
5		9,2364	11,0705	12,8325	15,0863	20,5150
6		10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	22,4577
7		12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	24,3219
8		13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	26,1245
9		14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	27,8772
10		15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	29,5883
11		17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	31,2641
12		18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	32,9095

Fractiles du Chi²

Statistique de test : 12,3

Item E : alpha = 0,02

Indisponible dans la table => comparer au risque alpha inférieur le plus proche (0,01 ici)

En pratique : décalez d'une colonne sur la droite

ddl	p	0,900	0,950	0,975	0,980	0,990	0,999
1		2,7055	3,8415	5,0239		6,6349	10,8276
2		4,6052	5,9915	7,3778		9,2103	13,8155
3		6,2514	7,8147	9,3484	→	11,3449	16,2662
4		7,7794	9,4877	11,1433		13,2767	18,4668
5		9,2364	11,0705	12,8325		15,0863	20,5150
6		10,6446	12,5916	14,4494		16,8119	22,4577
7		12,0170	14,0671	16,0128		18,4753	24,3219
8		13,3616	15,5073	17,5345		20,0902	26,1245
9		14,6837	16,9190	19,0228		21,6660	27,8772
10		15,9872	18,3070	20,4832		23,2093	29,5883
11		17,2750	19,6751	21,9200		24,7250	31,2641
12		18,5493	21,0261	23,3367		26,2170	32,9095

Fractiles du Chi²

Statistique de test : 12,3

ddl	p	0,900	0,950	0,975	0,990	0,999
1		2,7055	3,8415	5,0239	6,6349	10,8276
2		4,6052	5,9915	7,3778	9,2103	13,8155
3		6,2514	7,8147	9,3484	11,3449	16,2662
4		7,7794	9,4877	11,1433	13,2767	18,4668
5		9,2364	11,0705	12,8325	15,0863	20,5150
6		10,6446	12,5916	14,4494	16,8119	22,4577
7		12,0170	14,0671	16,0128	18,4753	24,3219
8		13,3616	15,5073	17,5345	20,0902	26,1245
9		14,6837	16,9190	19,0228	21,6660	27,8772
10		15,9872	18,3070	20,4832	23,2093	29,5883
11		17,2750	19,6751	21,9200	24,7250	31,2641
12		18,5493	21,0261	23,3367	26,2170	32,9095

Q9

Vous avez réalisé un test du χ^2 afin de comparer la distribution d'une variable catégorielle entre plusieurs échantillons indépendants. Vous avec obtenu la statistique de test correspondante qui est de 12,3 ainsi que le nombre de degrés de liberté du test, et toutes les conditions de validité du test sont vérifiées. Parmi les combinaisons de valeurs de risque alpha et de nombre de degrés de liberté suivantes, indiquez pour la ou lesquelles des combinaisons la conclusion « le test est statistiquement significatif » est juste.	
A.	risque alpha=0,1 et 12 degrés de liberté **FAUX**
B.	risque alpha=0,05 et 7 degrés de liberté **FAUX**
C.	risque alpha=0,01 et 3 degrés de liberté **VRAI**
D.	risque alpha=0,05 et 5 degrés de liberté **VRAI**
E.	risque alpha=0,02 et 3 degrés de liberté **VRAI**