

Dans ce TD, nous agrégeons des préférences individuelles pour aboutir à une décision collective.

Théorie de la décision

Un choix est un processus mental de jugement des mérites de multiple options et de sélection de l'une d'elles pour l'action.

Exercice 1 : Dessert

Emma est invitée pour le dîner. Pour le dessert, elle a le choix entre une pomme (x), qui est le dernier fruit dans le panier de fruits, et rien (y). Comme Emma est polie, elle choisit y . Quand elle a le choix entre une pomme, rien et une orange (z), elle prend la pomme.

Q1. Quel est son choix $C(\{x, y, z\})$?

.....

Q2. Quel est son choix $C(\{x, y\})$?

.....

Q3. Est-ce que son choix est α -rationnel ?

.....

Exercice 2 : Tennis de table

Quelle rationalité reflète les assertions suivantes ?

Q1. Si le champion du monde de tennis de table est chinois, alors il doit aussi être le champion en Chine.

.....

Q2. Si un chinois est champion du monde, alors le champion de Chine doit être le champion du monde.

.....

Exercice 3 : Coiffeuse

Supposons que la meilleure coiffeuse pour dames de la ville soit aussi la meilleure coiffeuse pour hommes de la ville.

Q1. Que peut-on déduire si la fonction de choix est γ -rationnelle ?

.....

Exercice 4 : Thé

Considérons un agent qui choisit de rester chez un ami pour une tasse de thé (t) plutôt que de rentrer chez lui (h), mais qui part précipitamment lorsque l'ami lui propose de choisir entre du thé ou de la cocaïne (c).

Q1. Quelle est son choix $C(\{t, h\})$?

.....

Q2. Quelle est son choix $C(\{t, h, c\})$?

.....

Q3. Est-ce que la fonction de choix est γ -rationnelle ?

.....

Théorie du vote

La théorie du vote, ou théorie du choix social, étudie les méthodes et les principes utilisés pour agréger les préférences individuelles en une décision collective.

Exercice 5 : Préférences

Vous devez choisir entre trois boîtes de décorations de Noël. Chaque boîte contient trois boules, respectivement colorées en rouge, bleu et vert. Elles sont représentées par les vecteurs $\langle r_1, g_1, b_1 \rangle$, $\langle r_2, g_2, b_2 \rangle$ et $\langle r_3, g_3, b_3 \rangle$.

Vos préférences sur les boules sont les suivantes : $b_1 \simeq b_2$, $g_1 \simeq g_2$, $r_1 \succ r_2$, $b_2 \simeq b_3$, $r_2 \simeq r_3$, $g_2 \succ g_3$, $r_3 \simeq r_1$, $g_3 \simeq g_1$ et $b_3 \succ b_1$.

Déduisez de ces préférences vos préférences entre les boîtes.

Q1. Comment pouvez-vous comparer la boîte #1 et la boîte #2 ?

.....
.....

Q2. Comment pouvez-vous comparer la boîte #2 et la boîte #3 ?

.....
.....

Q3. Comment pouvez-vous comparer la boîte #3 et la boîte #1 ?

.....
.....

Q4. Quelle propriété de la relation de préférence stricte n'est pas vérifiée ?

.....

Exercice 6 : Méthode de Condorcet

La méthode Condorcet est un système de vote selon lequel si un candidat est préféré à tout autre par une majorité ou une autre, alors ce candidat doit être choisi. Elle consiste à comparer tous les candidats en duels. Le vainqueur, s'il existe, est donc le candidat qui, comparé tour à tour à chacun des autres candidats, s'avère à chaque fois être le candidat préféré. Rien ne garantit la présence d'un tel candidat.

Considérons une assemblée de 60 votants pouvant choisir entre A, B et C. Les préférences exprimées se répartissent ainsi :

- pour 23 votants, $A \succ C \succ B$;
- pour 19 votants, $B \succ C \succ A$;
- pour 16 votants, $C \succ B \succ A$;
- pour 2 votants, $C \succ A \succ B$.

Q1. Quel est le résultat d'un scrutin uninominal majoritaire à un tour ?

.....
.....

Q2. Quel est le résultat d'un scrutin uninominal majoritaire à deux tours ?

.....
.....

Q3. Comparez deux à deux tous les choix. Y a-t-il un vainqueur de Condorcet ? Comparez-le au vainqueur des 2 précédents systèmes de vote.

.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 7 : Méthode de Borda

La méthode Borda est un système de vote pondéré. On choisit un nombre n inférieur ou égal au nombre de candidats. Chaque électeur construit alors une liste de n candidats par ordre de préférence. Au premier de la liste, il attribue n points, au second $n - 1$ points, ..., le n -ième de sa liste se voyant attribuer 1 point. Le score d'un candidat est la somme de tous les points qui lui ont été attribués. Le ou les candidats dont les scores sont les plus élevés remportent les élections.

Considérons une assemblée de 100 votants pouvant attribuer $n = 4$ points aux candidats A, B, C et D. Les préférences exprimées se répartissent ainsi :

- pour 30 votants, $B \succ A \succ C \succ D$;
- pour 30 votants, $B \succ A \succ D \succ C$;
- pour 25 votants, $A \succ C \succ D \succ B$;
- pour 15 votants, $A \succ D \succ C \succ B$.

Q1. Quel est le résultat d'un scrutin uninominal majoritaire à un tour ?

.....
.....

Q2. Comparez deux à deux tous les choix. Y a-t-il un vainqueur de Condorcet ?

.....

Q3. Calculez les scores de Borda. Quel est le vainqueur ?

		Clyde	
		T	C
Bonnie	T	(0, 0)	(-1, +1)
	C	(+1, -1)	(-10, -10)

Table 1 – Chicken game

Théorie des jeux

La théorie des jeux étudient les interactions stratégiques entre agents.

Exercice 8 : Le jeu du poulet

Dans le jeu du poulet, 2 conducteurs face-à-face peuvent tourner (T) ou continuer (C). Si aucun ne tourne, la collision est fatale. Un joueur gagne si, contrairement à son adversaire, il ne tourne pas.

Les préférences individuelles sont représentées sous la forme de la matrice de gain dans le tableau 1.

Q1. Y a-t-il une stratégie dominante?

.....

Q2. Y a-t-il un équilibre en stratégie dominante?

.....

Q3. Y a-t-il un équilibre de Nash?

.....

Q4. Y a-t-il un optimum de Pareto?

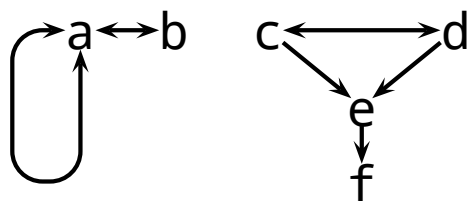
.....

Théorie de l'argumentation

La théorie de l'argumentation étudie les modèles formels pour représenter et évaluer les arguments.

Exercice 9 : Cadre d'argumentation abstrait 1

Considérons le cadre d'argumentation suivant :



Q1. Y a-t-il un ensemble fondé d'arguments dans cet AAF? Si c'est le cas, lequel?

.....

Q2. Quelles sont les extensions préférées?

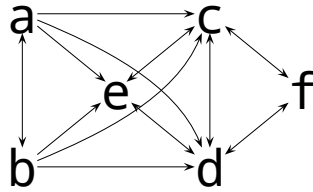
.....

Q3. Quel est l'ensemble idéal maximal d'arguments ?

.....

Exercice 10 : Cadre d'argumentation abstrait 2

Considérons le cadre d'argumentation suivant :



Q1. Y a-t-il un ensemble fondé d'arguments dans cet AAF ? Si c'est le cas, lequel ?

.....

Q2. Quelles sont les extensions préférées ?

.....

Q3. Quel est l'ensemble idéal maximal d'arguments ?

.....