Chapitre V: Le courant alternatif sinusoïdal Plan

M.A. Lebeault

Définitions
Les fonctions
périodiques
La notation

Notion d'impédance complexe

Diagramme de Fresnel Association

d'impédances complexes

Lois générales Équations

électrocinétiques
Loi d'Ohm
généralisée
Loi de Kirchhoff
Théorèmes
Millmann,
Thevenin,
Kenelly ...

Millmann, Thevenin, Kenelly ... ① Définitions

- Les fonctions périodiques
- La notation complexe
- 2 Notion d'impédance complexe
 - Définition
 - Diagramme de Fresnel
 - Association d'impédances complexes
- 3 Lois générales
 - Équations électrocinétiques
 - Loi d'Ohm généralisée
 - Loi de Kirchhoff
 - Théorèmes Millmann, Thevenin, Kenelly ...
- 4 Puissance
 - Puissance instantanée
 - Puissance active

Ldéfinitions

I.1 fonctions périodiques

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques

La notation complexe

Notion d'impédance complexe

Diagramme de Fresnel

Association d'impédances complexes

Lois générales

electrocinétique
Loi d'Ohm
généralisée
Loi de Kirchhof
Théorèmes
Millmann,
Thevenin,

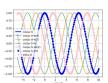
Kenelly ...
Puissance

a. Fonction périodique: f(t) = f(t + kT) où k entier et T est la période, $N = \frac{1}{T}$ la fréquence. [T] = s et [N] = Hz

b. Fonction alternative: $f(t) = -f(t + \frac{T}{2}) \quad \forall t$

c. Fonction sinusoïdale: périodique et alternative

- $f(t) = a\cos(\omega t + \phi)$
- $\omega = 2\pi N = \frac{2\pi}{T}$ est la la pulsation
- a est l'amplitude maximale
- ullet ϕ est le déphasage ou phase à l'origine
- rqm: $f(t) = a \cos(\omega t + \phi) =$ $a(\cos(\omega t) \cos \phi - \sin(\omega t) \sin \phi) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$
- période de $\cos(\omega t + \phi) = \cos(\omega t + 2k\pi + \phi)$ avec $k = 1 \rightarrow \omega T = 2\pi$ d'où $T = \frac{2\pi}{\omega} \cdots$



fonction périodique: valeur moyenne et valeur efficace

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques La notation complexe

Notion d'impédance

Définition Diagramme de

Association d'impédance complexes

Lois générales

Équations électrocinétiques Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhoff

Loi de Kirchhol Théorèmes Millmann, Thevenin, Kenelly ...

Puissance

i. Définitions

Valeur moyenne temporelle
$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt$$

Valeur efficace $(f_{\text{eff}})^2 = \langle f^2(t) \rangle |_T = \frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt$

ii. Application à $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$ valeur moyenne sur une période T:

$$\langle i(t) \rangle = \frac{I_m}{T} \int_0^T \cos(\omega t + \phi) dt = \frac{I_m}{T} \left[\frac{\sin(\omega t + \phi)}{\omega} \right]_0^T \langle i(t) \rangle = \frac{I_m}{T\omega} [\sin(2\pi + \phi) - \sin(\phi)] = 0$$

 $\langle i(t) \rangle = 0$

Application : valeur efficace de i(t)

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions

périodiques

La notation

complexe

d'impédance complexe Définition Diagramme de Fresnel Association d'impédances

Lois générales Équations électrocinétique

complexes

électrocinétiques
Loi d'Ohm
généralisée
Loi de Kirchhofl
Théorèmes
Millmann,
Thevenin,
Kenelly

Puissance

Valeur efficace:

$$(I_{\rm eff})^2 = \langle i^2(t) \rangle|_T = \frac{1}{T} \int_0^T (I_m \cos(\omega t + \phi))^2 dt$$
 trigo: $\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a$ et $1 = \cos^2 a + \sin^2 a$ donc $\cos^2 a = \frac{1 + \cos(2a)}{2}$ période: T_1 période de $\cos \omega t \to T_1 \omega = 2\pi$ alors $T_2 2\omega = 2\pi \to T_1 = \frac{2\pi}{\omega}$ et $T_2 = \frac{2\pi}{2\omega} \to T_2 = 2T_1$ $(I_{\rm eff})^2 = \frac{I_m}{T_1} \int_0^{T_1 = T_2/2} \frac{1 + \cos(2\omega t + 2\phi)}{2} dt$ $(I_{\rm eff})^2 = \frac{2I_m}{T_2} \left\{ \left[\frac{t}{2} \right]_0^{T_2/2} + \left[\frac{\sin(2\omega t + 2\phi)}{2 \times 2\omega} \right]_0^{T_2/2} \right\}$ $(I_{\rm eff})^2 = \frac{2I_m}{T_2} \frac{T_2}{T_2} + 0$

$$(I_{\rm eff})^2 = rac{I_m}{2}
ightarrow I_{
m eff} = rac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Courant et tension (alternatifs sinusoïdaux)

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques

complexe

d'impédanc complexe

Définition Diagramme de

Association d'impédance complexes

Lois générale

Équations électrocinétiqu Loi d'Ohm

généralisée Loi de Kirchhof

Millmann, Thevenin, Kenelly ...

Puissance

iii. Courant alternatif sinusoïdal

Définition:
$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi) = I_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \phi)$$

iv. Tension alternative sinusoïdale

Définition:
$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = U_{\text{eff}} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

I.2 notation complexeRéprésentation et Opérations

M.A. Lebeault

Dáfinition.

Les fonctions périodiques La notation complexe

d'impédance complexe

Définition Diagramme d

Association d'impédances complexes

Lois générales

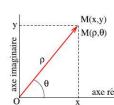
Équations électrocinétiqu Loi d'Ohm

généralisée Loi de Kirchhof Théorèmes

Thevenin, Kenelly ..

Puissance

b. Représentation d'un nombre complexe



La forme algébrique est adaptée au système de coordonnées cartésien (x,y) la forme polaire est adaptée au système de coordonnées polaires (ρ,θ) .

Le point M dans la figure représente le nombre $\overline{Z} = x + jy = \rho e^{j\theta}$

c. Opérations avec les nombres complexes

Soient 2 nombres complexes $\overline{Z_1} = x_1 + jy_1 = \rho_1 e^{j\theta_1}$ et $\overline{Z_2} = x_2 + jy_2 = \rho_2 e^{j\theta_2}$.

- égalité: $\overline{Z_1} = \overline{Z_2} \rightarrow x_1 = x_2, y_1 = y_2, \rho_1 = \rho_2, \theta_1 = \theta_2(2\pi)$
- addition, soustraction:

$$\frac{\overline{Z_1} + \overline{Z_2}}{\overline{Z_1} - \overline{Z_2}} = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$\overline{Z_1} - \overline{Z_2} = (x_1 + x_2) - j(y_1 + y_2)$$

• Multiplication: $\overline{Z_1} \times \overline{Z_2} = (x_1x_2 - y_1y_2) + j(x_1y_2 + y_1x_2)$ ou plus direct en polaire: $\overline{Z_1} \times \overline{Z_2} = \rho_1\rho_2 e^{j(\theta_1+\theta_2)}$

I.2 notation complexe

a.) Définition

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques La notation

Notion d'impédance complexe

Diagramme de Fresnel Association d'impédances complexes

Lois générales

> Équations électrocinétiques Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhoff Théorèmes Millmann, Thevenin,

Kenelly ...
Puissance

a. Définition et propriétés

• **Définition**: un nombre complexe \overline{Z} est défini par 2 réels et le complexe i ou j (tel que $i^2 = -1, j^2 = -1$):

$$\overline{Z} = x + iy = x + jy$$

dans ce cours on choisit $\overline{Z} = x + jy$ pour ne pas confondre avec la notation des courants.

- Le complexe conjugué de $\overline{Z} \to \overline{Z}^* = x jy$
- Le module ρ :

$$|\overline{Z}| = \rho = \sqrt{\overline{Z}\overline{Z}^*} = \sqrt{\overline{Z}^*}\overline{Z} = |\overline{Z}^*| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- L'argument θ en rad de \overline{Z} tel que $\tan \theta = \frac{y}{x}$
- Forme polaire: $\overline{Z} = \rho e^{j\theta} \rightarrow \overline{Z}^* = \rho e^{-j\theta}$ relation entre formes polaire et algébrique:

$$\overline{Z} = \rho e^{j\theta} = \rho \left(\cos \theta + j \sin \theta\right) = x + jy$$

$$\frac{-}{Z} \times = \rho \cos \theta \quad y = \rho \sin \theta$$
$$\frac{-}{Z} \times = \rho e^{-j\theta} = \rho (\cos \theta - j \sin \theta) = x - jy$$

$$\rightarrow x = \rho \cos \theta \quad y = \rho \sin \theta$$

I.2 notation complexe

Opérations (suite) et forme complexe d'une fonction sinusoïdale

M.A. Lebeault

Définitions
Les fonctions
périodiques
La notation
complexe

Notion d'impédance complexe Définition

Diagramme de Fresnel Association d'impédances complexes

LOIS
générales
Équations
électrocinétiques
Loi d'Ohm
généralisée
Loi de Kirchhoff
Théorèmes
Millmann,
Thevenin,

Kenelly

Puissance

Division

$$\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} \times \frac{x_2 - jy_2}{x_2 - jy_2} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2} + j \frac{y_1 x_2 - x_1 y_2}{x_2^2 + y_2^2}$$
ou en polaire:
$$\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}} = \frac{\rho_1 e^{j\theta_1}}{\rho_2 e^{j\theta_2}} = \frac{\rho_1}{\rho_2} e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$

• Exponentiation, formule de Moivre :

$$\overline{Z}^{n} = (\rho e^{j\theta})^{n} = \rho^{n} e^{jn\theta} = \rho^{n} (\cos(n\theta) + \sin(n\theta))$$

$$\overline{Z}^{n} = X_{n} + jY_{n} \to X_{n} = \rho^{n} \cos(n\theta), Y_{n} = \rho^{n} \sin(n\theta)$$

d. Représentation complexe d'une fonction sinusoïdale

Soit le courant $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$ on associe à cette fonction réelle la fonction complexe :

$$\bar{i}(t) = Ie^{j(\omega t + \phi)} = Ie^{j\phi}e^{j\omega t} = \dot{\bar{I}}e^{j\omega t}$$

remarque:
$$\Re_{\mathbf{e}}(\overline{i}(t)) = I\cos(\omega t + \phi) \rightarrow I = I_m$$
 et $|\overline{I}| = Im$

I.2. notation complexe

Dérivation et Intégration

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions périodiques

La notation complexe

Notion d'impédanc complexe Définition

Diagramme de Fresnel Association d'impédances

Lois générales

électrocinétique Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhol

Théorèmes Millmann, Thevenin, Kenelly ...

M.A.

Lebeault

Définitions

Les fonctions

complexe

complexe

d'impédance

complexes

générales

Loi d'Ohm généralisée

Théorèmes

Millmann, Thevenin, Kenelly ...

Puissance

Loi de Kirchhofl

Puissance

e. Dérivation et Intégration d'une fonction complexe

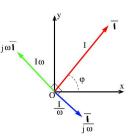
Soit le courant représenté par $\overline{\dot{i}}(t) = \overbrace{\overline{\dot{I}}}^{le^{j\varphi}} e^{j\omega t}$

• Dérivée: $\frac{d\bar{i}(t)}{dt} = j\omega \bar{I}e^{j\omega t} = j\omega \bar{i}(t)$

• l'intégrale: $\int \bar{l}(t)dt = \frac{1}{j\omega}\bar{l}e^{j\omega t} = \frac{\bar{l}(t)}{j\omega}$

f. Représentation dans le plan complexe

avec
$$j=e^{i\frac{\pi}{2}}$$
 et $\frac{1}{j}=-j=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ on peut représenter l'intégration et la dérivation par des rotations de 90° et -90° .



II. Notion d'impédance complexe II.1) Definition

Impédance complexe : Définition

Soit un générateur délivrant une tension sinusoïdale $e(t)=E\cos{(\omega t)}$ on lui associe $\overline{e}(t)=Ee^{j\omega t}$. Le courant passant par un dipôle peut être déphasé $i(t)=I\cos{(\omega t+\phi)}\to \overline{i}(t)=\overline{I}e^{j\omega t}$ où $\overline{I}=Ie^{j\phi}$ On définit l'impédance complexe \overline{Z} par la relation courant-tension associée à chaque dipôle :

$$\overline{u}(t) = \overline{Z}\,\overline{i}(t)$$

où $\overline{u}(t)=\overline{u}e^{j\omega t}$, $\overline{i}(t)=\overline{i}e^{j\omega t}$ et \overline{Z} indépendant du temps pour un dipôle passif. Alors on aura :

$$\overline{u} = \overline{Z}\,\overline{i}$$

relation qui permet une représentation dans le plan complexe pour une résolution graphique des problèmes de réseau!

II. Notion d'impédance complexe Introduction

M.A. Lebeault

Définitions
Les fonctions
périodiques
La notation
complexe

Notion d'impédance complexe

Définition Diagramme de Fresnel

Association d'impédances complexes

Lois générales

Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhoff

Millmann, Thevenin, Kenelly ... Dans un réseau on positionne des dipôles passifs (résistances, moteurs, condensateurs, bobine,...) alimentés par des générateurs. En utilisant des générateurs de tensions sinusoïdales (couramment produits (EDF)), on cherchera à déterminer pour chaque branche du réseau:

- les courants sinusoïdaux (amplitude, déphasage) dans les dipôles
- les tensions mesurées aux bornes (amplitude, déphasage). Comme vu au chapitre IV, il va donc falloir résoudre des équations différentielles. En utilisant les formes complexes $\overline{u}(t)$ et $\overline{i}(t)$, la dérivation et l'intégration deviennent des opérations "linéaires" de $\times j$ ou $\frac{1}{j}$. Pour caractériser les réseaux, il faut alors utiliser la notion d'impédance complexe pour caractériser les dipôles passifs.

II. Notion d'impédance complexe II.1) Definition

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions périodiques La notation

d'impédance complexe

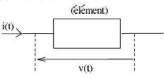
Définition Diagramme

Diagramme de Fresnel Association d'impédances complexes

LOIS
générales
équations
électrocinétiques
Loi d'Ohm
généralisée
Loi de Kirchhofl
Théorèmes
Millmann,
Thevenin,
Kenelly ...

Puissance

convention



Dipôle	Tension réelle
résistance R	v = Ri
bobine <i>L</i>	$v = L \frac{di}{dt}$
condensateur C	$v = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int idt$

$$\overline{v}(t) = \overline{Z}\,\overline{i}(t)$$

Impédances complexes

	Tension complexe
R	$\overline{v} = R\overline{i}$
L	$\overline{v} = L \frac{d\overline{i}}{dt} = jL\omega\overline{i}$
С	$\overline{v} \frac{1}{C} \int \overline{i} dt = \frac{1}{jC\omega} \overline{i}$

Resume		
Dipôle	Impédance complexe \overline{Z}	
R	$\overline{Z_R} = R$	
L	$\overline{Z_L} = jL\omega$	
	$\frac{7}{1} - \frac{1}{1}$	

De manière générale une impédance est de la forme $\overline{Z} = R + jX$ où R est la résistance, X la réactance.

II. Impédance complexe

II.2) Diagramme de Fresnel et II.3) Association d'impédances complexes

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions périodiques La notation

Notion d'impédance complexe

Diagramme de Fresnel Association d'impédance

complexes Lois

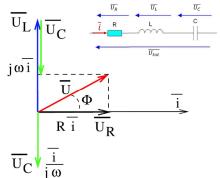
générales Loi d'Ohm généralisée

Loi de Kirchhof Millmann, Thevenin Kenelly

Puissance

2. Diagramme de Fresnel d'une série de dipôles

Basé sur la représentation dans le plan complexe, ce diagramme donne les tensions complexes de chaque dipôle dans un circuit en série. L'impédance complexe du circuit est obtenue à partir de la lecture graphique de $\overline{U} = \overline{Z} i$.



3. Association (série et parallèle)

en série :
$$\overline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \overline{Z_i}$$
 en parallèle : $\frac{1}{\overline{Z}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\overline{Z_i}}$

III. Lois générales

1. équations électrocinétiques 2. loi d'Ohm généralisée 3. Lois de Kirchhoff

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques La notation complexe

Notion d'impédance complexe Définitio

Diagramme de

d'impédance complexes

Lois générales

Équations électrociné Loi d'Ohm généralisée

Loi de Kirchhofl

Millmann, Thevenin, Kenelly

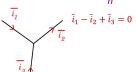
Puissance

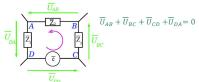
- Équations électrocinétiques Toutes les lois établies en régime continu dans les réseaux sont généralisées aux réseaux en régime alternatifs en remplaçant les courants (k branches) et les tensions des m (tous les) dipôles
 - soit les grandeurs instantanées $i_k(t)$ et $v_m(t)$
 - soit les grandeurs complexes $\overline{i_k}(t)$ et $\overline{v_m}(t)$
- 2 Loi d'Ohm généralisée

dipôle passif : $\overline{U} = \overline{Z}\overline{i}$ | dipôle actif : $\overline{U} = \overline{e} - \overline{Z}\overline{i}$

I oi de Kirschhoff

loi des noeuds: $\sum \overline{i_n} = 0$ loi des mailles: $\sum \overline{U_k} = 0$





III. Lois générales

4. Théorèmes Millmann, Thévenin, Kenelly...

M.A. Lebeault

Les fonctions La notation

d'impédance

d'impédances

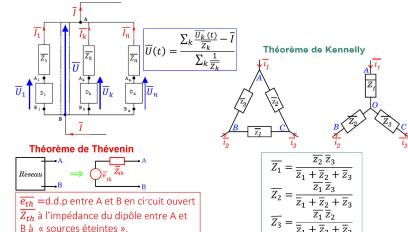
Lois générales

Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhof

Théorèmes Thevenin Kenelly

Puissance

Théorème de Millmann



IV. Puissance

définition:

1. Puissance instantanée 2. Puissance active

1. Puissance instantanée

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions

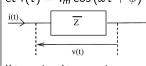
d'impédance

complexe Diagramme de Fresnel d'impédance

générales Loi d'Ohm Loi de Kirchhofl Théorèmes Kenelly

Puissance

par: p(t) = u(t) i(t)avec $u(t) = U_m \cos(\omega t)$ et $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi)$



l'énergie élémentaire : dW = p(t)dt = u(t)i(t)dt

 $= U_m I_m \cos(\omega t) \cos(\omega t + \phi) dt$

2. Puissance active P_a

la puissance instantanée $aux P_a$ aux bornes d'un dipôle est la bornes d'un dipôle est donnée moyenne de la puissance instantanée sur une période T.

$$P_{a} = \langle p(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} p(t)dt$$

$$p = U_{m}I_{m}\cos(\omega t)\cos(\omega t + \phi)$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$U_{m}I_{m}\left[\cos \phi \cos^{2}(\omega t) - \sin \phi \cos(\omega t)\sin(\omega t)\right]$$

$$\int_{0}^{T} \cos^{2}(\omega t)dt = \frac{T}{2}$$

$$\int_{0}^{T} \cos(\omega t)\sin(\omega t) = \frac{\left[\sin(\omega t)\right]_{0}^{T}}{2} = 0$$

$$\int_{\mathbf{0}}^{T} \cos(\omega t) dt - \frac{1}{2}$$

$$\int_{\mathbf{0}}^{T} \cos(\omega t) \sin(\omega t) = \frac{\left[\sin(\omega t)\right]_{\mathbf{0}}^{T}}{2\omega} = 0$$

$$d'où$$

$$P_{a} = \frac{U_{m}I_{m}\cos\phi}{2} = U_{\text{eff}}I_{\text{eff}}\cos\phi$$

Dans
$$P_a = \frac{U_m I_m \cos \phi}{2} = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \underbrace{\cos \phi}_{\text{facteur de puissance}}$$

Exemple : circuit R, L, C en série en régime alternatif équations de base

M.A. Lebeault

Définitions Les fonctions périodiques La notatio

Notion complexe

Diagramme de Fresnel

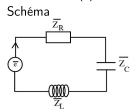
d'impédances

Lois générales

Loi d'Ohm généralisée

Loi de Kirchhof Théorèmes Millmann, Thevenin,

Kenelly Puissance Soit un circuit R,L,C alimenté par un générateur de tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t + \phi)$



avec la loi d'Ohm généralisée
$$\frac{\overline{U_R} + \overline{U_L} + \overline{U_C} = \overline{e}(t)}{\overline{Z_R} \, \overline{i}(t) + \overline{Z_L} \, \overline{i}(t) + \overline{Z_C} \, \overline{i}(t) = \overline{e}(t)}$$

On utilise les expressions des impédances de

$$R\overline{i}(t) + jL\omega\overline{i}(t) + \frac{\overline{i}(t)}{jC\omega} = \overline{e}(t)$$

$$\overline{e}(t) = (R + jX)\overline{i}(t) = \overline{Z}\overline{i}(t)$$

Équation de la maille où $X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$

$$U_R + U_L + U_C - e(t) = 0$$
 donc $\overline{E} = Ee^{j\phi} = I\left(R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)\right)$

 $\overline{e}(t) = E e^{j\phi} e^{j\omega t}$

$$e(t) = Ee^{i\omega t}$$
et $\bar{i}(t) = \bar{I}e^{i\omega t}$

$$\dot{i}(t) = E e^{j\omega t}$$

$$\dot{i}(t) = I e^{j\omega t}$$

$$\tan \phi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

$$I = \frac{|\overline{E}|}{|R+jX|} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$I = \frac{E}{R\sqrt{1 + (\frac{L\omega}{B} - \frac{1}{PC\omega})^2}}$$

Exemple : circuit R, L, C en série en régime alternatif Méthode de Fresnel

M.A. Lebeault

Les fonctions complexe

Notion d'impédance complexe

d'impédances complexes

Lois générales

électrocinétique Loi d'Ohm généralisée

Loi de Kirchhof Théorèmes

Kenelly Puissance

Exemple : circuit R, L, C en série en régime alternatif Résonnance

M.A. Lebeault

Définitions

Les fonctions périodiques

d'impédance complexe

Définition Diagramme de Fresnel

Association d'impédance complexes

générales

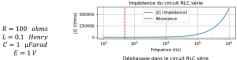
Loi d'Ohm généralisée Loi de Kirchhol

Millmann, Thevenin, Kenelly Puissance

•
$$I = \frac{E}{R\sqrt{1+\left(\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}\right)^2}}$$
 est max si $\frac{L\omega}{R}-\frac{1}{RC\omega}=0 \rightarrow \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$. ω_0 est appelée pulsation propre.

• Alors $\frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = Q$ définit le facteur de qualité. • On peut réécrire $I = \frac{E}{R\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$

• et le déphasage tan $\phi = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$



Fréquence de résonance fo : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 503.29 \, Hz$

Facteur de qualité Q = 3.16

