

Un système complexe est un ensemble d'entités en interaction locale dont le comportement global ne peut pas être modélisé par des équations prédictives et solvables. Dans ce TD, vous constaterez que la simulation est le seul moyen de prédire l'évolution d'un tel système.

## Automate cellulaire

Les automates cellulaires constituent un modèle computationnel standard pour l'étude des systèmes complexes. Inventé par John von Neumann pour étudier les systèmes auto-réplicatifs, un automate cellulaire consiste en une grille régulière de « cellules » contenant chacune un « état » choisi parmi un ensemble fini et qui peut évoluer au cours du temps. L'état d'une cellule au temps  $t + 1$  est fonction de l'état au temps  $t$  d'un nombre fini de cellules appelé « voisinage ». À chaque nouvelle unité de temps, les mêmes règles sont appliquées simultanément à toutes les cellules de la grille, produisant une nouvelle « génération » de cellules dépendant entièrement de la génération précédente.

### Exercice 1 : Automate cellulaire élémentaire

Considérons une grille unidimensionnelle de cellules ne pouvant prendre à chaque génération  $t$  que deux états ( $state(cell, t) \in \{0, 1\}$ ) où le voisinage de chacune des cellules est constitué d'elle-même et des deux cellules qui lui sont adjacentes ( $|neighbors(cell)| = 3$ ).

**Q1.** Combien y a-t-il de configurations possibles pour un tel voisinage ?

.....

Un automate cellulaire définit quel doit être l'état à la génération suivante d'une cellule pour chacune de ces configurations :

$$\bigwedge_{cell' \in neighbors(cell)} state(cell', t) \rightarrow state(cell, t + 1) \quad (1)$$

**Q2.** Combien y a-t-il d'automates cellulaires différents ?

.....

À titre d'exemple, le tableau ci-dessous représente un automate cellulaire correspondant à la règle d'évolution 30. Selon cette règle, par exemple, si à un instant  $t$ , une cellule est à l'état 1, sa voisine de gauche à l'état 1 et sa voisine de droite à l'état 0, alors cette cellule sera à l'état 0 à  $t + 1$ .

Motif initial ( $t$ )	111	110	101	100	011	010	001	000
Génération suivante ( $t + 1$ )	0	0	0	1	1	1	1	0

**Q3.** Pourquoi cette règle est intitulée règle d'évolution 30 ?

.....

**Q4.** Vous démarrez d'une grille initiale où toutes les cellules sont à l'état 0 sauf une. Complétez le tableau suivant ligne à ligne pour que chacune soit le résultat de la règle d'évolution appliquée à la ligne précédente.

								●								
							●	●	●							
						●	●			●						

La dynamique de ces règles d'évolution simples qui font apparaître des comportements complexes qui ne peuvent pas être capturés par les mathématiques. On distingue 4 classes de comportements :

1. ceux conduisant à un état homogène ;
2. ceux qui mènent à des structures stables ou périodiques ;
3. des comportements chaotiques avec des motifs apériodiques ;
4. ceux qui évoluent vers des structures complexes capables d'osciller, de se mouvoir, de persévérer.

La règle 30 présente un comportement de classe 3.

## Exercice 2 : Jeu de la vie

Le jeu de la vie est un automate cellulaire bidimensionnel où chaque cellule n'a que 2 états possibles : vivante si sa case est occupée (1) ou morte si la case vide (0). Son état futur est déterminé par son état actuel et par le nombre de cellules vivantes parmi les 8 cellules qui l'entourent :

- si la cellule est vivante et elle est entourée par 2 ou 3 cellules vivantes, elle reste en vie à la génération suivante, sinon elle meurt ;
- si la cellule est morte et elle est entourée par exactement 3 cellules vivantes, elle naît à la génération suivante.

**Q1.** Le tableau ci-dessous à gauche représente une configuration à l'instant  $t$  pour le jeu de la vie. Complétez le tableau à droite pour la génération suivante ( $t + 1$ ).

		●	●				
				●			
		●	●	●			
			●				


**Q2.** Le tableau ci-dessous à gauche représente un planeur (*glider*). Cette petite structure de cinq cellules comprises dans un carré de trois cellules de côté est un emblème de la culture *hacker*. Complétez les tableaux à droite pour les générations suivantes. Qu'observez vous après la quatrième itération ?

			●	
●			●	
	●		●	





## Auto-organisation

Le comportement global d'un système complexe peut être qualifié d'émergent, car il découle des règles d'interaction et il est irréductible du tout vers ses parties. Des phénomènes d'auto-organisation émergent des interactions locales. L'agrégation d'insectes, la formation et le déplacement de banc de poissons ou de nuées d'oiseaux créent un comportement d'auto-organisation.

### Exercice 3 : Tri du couvain

Considérons une modélisation simplifiée du monde des termites. L'environnement est représenté par une grille de cellules dans lesquelles se situent des termites et des copeaux de bois. À chaque pas de simulation, chacune à leur tour, les actions réalisables par un termite sont :

1. le chargement d'un copeau si le termite, qui n'est pas chargé, est sur la cellule où se trouve le copeau;
2. le dépôt d'un copeau si le termite chargé est sur une cellule vide;
3. le déplacement vers l'une des cellules adjacentes.

**Q1.** Afin de rassembler l'ensemble des copeaux de bois en une seule pile, proposez un comportement individuel de termite.

.....

.....

.....

.....

.....

## Système multi-agents

Un Système Multi-Agents (SMA) est composé de multiples entités autonomes, appelées **agents**, en **interaction**, situés dans un **environnement** qui prennent part à une **organisation**.

### Exercice 4 : Environnement

Un environnement est :

- **accessible** à un agent si ses capteurs lui donnent ( $\neq$  **partiellement**) complètement accès à l'état complet de l'environnement. Dans ce cas, l'agent n'a pas à maintenir d'état interne pour garder une trace du monde;
- **déterministe** si l'état du monde à l'instant suivant est complètement déterminé par l'état courant et par les actions effectuées par les agents ( $\neq$  **stochastique**);
- **épisodique** si à chaque étape, la prise de décision de l'agent dépend uniquement de l'étape elle-même et non pas des décisions prises au cours des étapes précédentes ( $\neq$  **séquentiel**);
- **dynamique** si l'environnement évolue pendant que l'agent décide quelle action accomplir. Dans le cas contraire, l'environnement est **statique**.

**Q1.** Remplissez le tableau suivant.

Environnement	partiellement accessible	déterministe ou stochastique	épisodique ou séquentiel	statique semi ou dynamique	discret ou continu
Mots croisés					
Échec sans horloge					
Échec avec horloge					
Poker					
Véhicule autonome					