

Chapitre IV : Etude des régimes transitoires

Plan

- 1 approximation des régimes quasi-stationnaires
- 2 Dipôles électrocinétiques R, L, C
 - Relation courants-tensions
 - Énergie en jeu
 - Énergie sur un intervalle de temps fini
- 3 Circuit R, C en série
 - Charge du condensateur $q(t)$
 - Décharge du condensateur
- 4 Circuit R, L en série
 - Établissement du courant
 - Arrêt du courant
- 5 Circuit R, L, C en série
 - Régime apériodique $\Delta > 0$
 - Régime critique $\Delta = 0$
 - Régime oscillatoire amorti $\Delta < 0$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

I. approximation des régimes quasi-stationnaires

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Entre deux régimes permanents (stationnaires) il existe un régime transitoire, qui varie en fonction du temps, mais pour lequel pour chaque instant t on peut appliquer les lois des régimes permanents.

à t fixé :

- Validité des lois de Kirchhoff
- l'intensité $I(t \text{ fixé}) = \text{constante}$
- il faut prendre en considération les *fem* d'auto-induction en plus des *fem* des générateurs (E).

C'est l'approximation des **régimes quasi-stationnaires** ou lentement variable. Cette approximation est valide pour les courants industriels, mais inopérante pour l'étude des antennes ou circuits-radio.

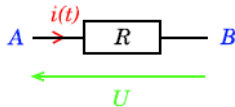
II. Dipôles électrocinétiques R, L, C

II.1) Relation courant-tension

★ Résistance:

C'est un dipôle dont la tension U_{AB} est donnée par:

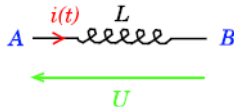
$$V_A - V_B = U_{AB} = R i(t)$$



★ Bobine d'inductance L :

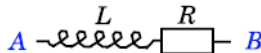
C'est une source de tension de f.e.m.: $e(t) = -L \frac{di(t)}{dt}$ dont la tension U_{AB} est donnée par:

$$V_A - V_B = U_{AB} = L \frac{di(t)}{dt}$$



remarque: cette entité est une représentation théorique utile pour modéliser $u(t)$ et $i(t)$.

Une bobine présente un inductance L associée en série à une résistance R



M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

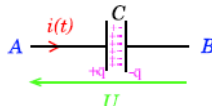
Établissement du
courant

Arrêt du courant

★ Condensateur de capacité C :

C'est un dipôle dont la tension U_{AB} est donnée par:

$$V_A - V_B = U_{AB} = \frac{q(t)}{C} = \frac{\int i(t) dt}{C}$$

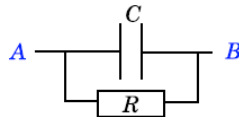


$i > 0$ charge $i < 0$ décharge

Où $q(t)$ est la charge de l'armature A "borne d'entrée" et telle que $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$.

remarque: cette entité est une représentation théorique utile pour modéliser $u(t)$ et $i(t)$.

Un condensateur présente une capacité C associée en parallèle à une résistance R



approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

II.2) Énergie en jeu W

Énergie élémentaires aux bornes d'une branche AB :

$$dW = U_{AB} i_{AB}(t) dt$$

● Résistance R : $dW = R i^2 dt$

● Inductance L : $dW = L \frac{di}{dt} i dt = L i di = d \left(\frac{1}{2} L i^2 \right)$

$$W = \frac{1}{2} L i^2$$

donne l'énergie emmagasinée dans une self L parcourue par un courant i .

● Capacité C : $dW = \frac{q}{c} i dt = \frac{q}{c} dq = d \left(\frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \right)$

$$W = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

donne l'énergie emmagasinée dans un condensateur C chargé avec q .

● Générateur E : $dW = E i dt$

● Récepteur (moteur,...) e : $dW = e i dt$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

II.3) énergie sur un intervalle de temps.

III. Circuit R, C en série

II.3) énergie sur un intervalle de temps fini

$$W = \int_{t_1}^{t_2} U(t)i(t)dt$$

III. Circuit R, C en série

III.1) Charge du condensateur $q(t)$

Évolution de la charge et du courant : loi des mailles

$$E - Ri - U_C = 0 \text{ avec } i = \frac{dq(t)}{dt} \text{ et } U_C = \frac{q(t)}{C}$$

équation différentielle en $q(t)$:

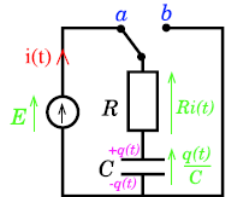
$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

Solution générale de la forme :

$$q(t) = CE + q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Condition initiale : à $t = 0$ le condensateur est déchargée $q(t = 0) = 0 \rightarrow q_0 = -CE$

$$\text{Solution : } q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$



$$\text{et } i(t) = \frac{dq}{dt}$$
$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

III.1) Charge du condensateur $q(t)$

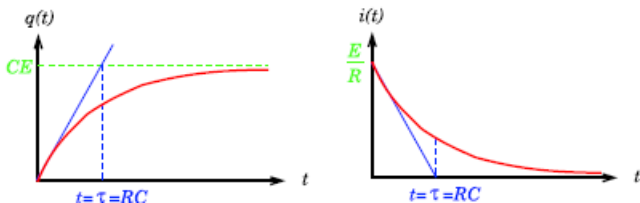
M.A.
Lebeault

On a donc : $q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

soit la tension aux bornes du condensateur

$$U_C(t) = \frac{q(t)}{C} = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

et l'intensité dans le circuit $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$



En régime permanent, le courant est continu et un condensateur se comporte comme un "coupe-circuit" (c-a-d comme un interrupteur ouvert).

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

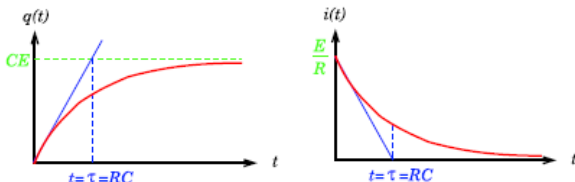
III.1) Charge du condensateur

Constante de temps du circuit R, C :

On introduit la **constante** $\tau = RC$, homogène à un temps :

$$q(t) = CE \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), U_C(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ et } i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La constante de temps $\tau = RC$ caractérise la rapidité avec laquelle le condensateur atteint sa charge maximale.



- la pente de la courbe $q(t)$ est $\frac{dq}{dt}$ et correspond à $i(t)$.
- A $t = 0$ l'intensité $i = \frac{E}{R}$
- la tangente à l'origine de la courbe $q(t)$ coupe la droite (limite asymptotique) $q = CE$ pour $t = \tau = RC$.

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions
Énergie en jeu
Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

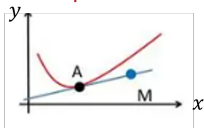
Établissement du
courant
Arrêt du courant

rappel: équation de la tangente

M.A.
Lebeault

Rappel : Tangente en un point A

courbe représentative de $y = f(x)$



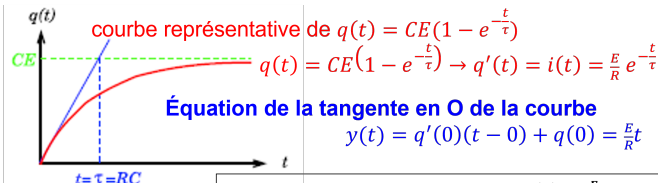
Coefficient directeur de la tangente en A:

$$\text{coeff} = \frac{y_M - y_A}{x_M - x_A} \Leftrightarrow f'(x_A) = \frac{y - f(x_A)}{x - x_A}$$

Équation de la tangente en A de la courbe

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$

Application à la fonction $q(t)$: tangente à l'origine



Asymptote de $q(t)$:
 $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = CE$

La tangente en $t = \tau = RC \rightarrow y(\tau) = \frac{E}{R} \times RC = EC$
La tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocircuitiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Étude énergétique lors de la charge de C

M.A.
Lebeault

Étude énergétique lors de la charge de C

l'équation différentielle obtenue par la loi des mailles est une relation en "tension" :

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = E$$

l'énergie pendant dt est de la forme $U \times idt$ où $idt = dq(t)$.

On a donc :

$\underbrace{Ri^2(t)dt}_{\text{NRJ Joule dissipée par R}}$	+	$\underbrace{\frac{q(t)}{C}dq(t)}_{\text{NRJ stockée dans C}}$	=	$\underbrace{Eidt}_{\text{NRJ fournie par E}}$
--	---	--	---	--

remarque : l'énergie stockée dans le condensateur est de l'énergie électrostatique (charges statiques sur les armatures).

$\frac{q(t)}{C} dq(t) = d \left(\frac{1}{2} \frac{q^2(t)}{C} \right)$ traduit une variation positive.

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

III.2) Décharge du condensateur

M.A.
Lebeault

III.2) Décharge du condensateur $q(t)$

Évolution de la charge et du courant : loi des mailles

$$Ri + U_C = 0 \text{ avec } i = \frac{dq(t)}{dt} \text{ et } U_C = \frac{q(t)}{C}$$

équation différentielle en $q(t)$:

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q(t)}{C} = 0$$

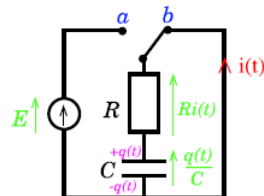
Solution générale de la forme :

$$q(t) = q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

Condition initiale : à $t = 0$ le condensateur est chargé

$$q(t = 0) = Q = CE \rightarrow q_0 = CE$$

$$\text{Solution : } q(t) = CE \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$



$$\text{et } i(t) = \frac{dq}{dt}$$

$$i(t) = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Évolution de la charge et du courante

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

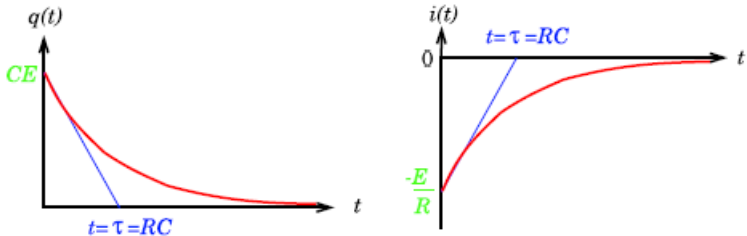
Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Représentation graphique de $q(t)$ et $i(t)$ dans le circuit :

$$q(t) = ECe^{-\frac{t}{\tau}} \text{ et } i(t) = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$



- l'asymptote est l'axe des abscisses t .
- constante de temps $\tau = RC$, caractérise la vitesse de décharge du condensateur.
- les tangentes à l'origine coupe cet axe en $t = \tau$

Étude énergétique lors de la décharge de C

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Étude énergétique lors de la décharge de C

l'équation différentielle obtenue par la loi des mailles est une relation en "tension" :

$$R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = 0$$

l'énergie pendant dt est de la forme $U \times idt$ où $idt = dq(t)$.

On a donc :

$\underbrace{Ri^2(t)dt}_{\text{NRJ Joule dissipée par R}} + \underbrace{\frac{q(t)}{C}dq(t)}_{\text{NRJ stockée dans C}} = 0$

remarque : l'énergie stockée $\frac{q(t)}{C}dq(t) = d\left(\frac{1}{2}\frac{q^2(t)}{C}\right)$ traduit une variation négative. L'énergie stockée dans le condensateur est totalement dissipée par effet Joule !

IV. Circuit R, L en série

IV.1) Établissement du courant

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Évolution de l'intensité du courant $i(t)$

loi des mailles : $E - U_R - U_L = 0$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = E$$

solution générale :

$$i(t) = \frac{E}{R} + i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

condition initiale :

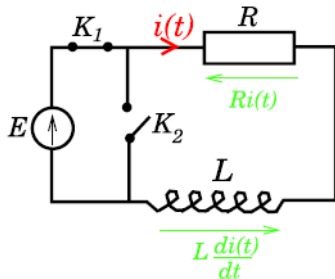
à $t = 0$ la bobine s'oppose à l'éta-
blissement du courant. $i(0) = 0$

Solution :

$$i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

Constante de temps du circuit

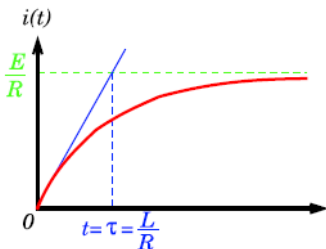
Le terme $\frac{L}{R}$ est homogène à un temps. $\tau = \frac{L}{R}$ est la constante
de temps du circuit R, L .



IV.1) Le courant $i(t)$ lors de la charge de la bobine

M.A.
Lebeault

Représentation graphique de $i(t) = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$



- augmentation exponentielle de $i(t)$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E}{R}$
- la tangente à l'origine coupe l'asymptote à $t = \tau = \frac{L}{R}$

Lorsque le régime permanent est atteint, pour $t > 7\tau$, le courant $I = \frac{E}{R}$: une bobine se comporte comme un court-circuit

Étude énergétique: $L \frac{di(t)}{dt} \times idt + Ri(t) \times idt = E \times idt$

$$\underbrace{Li(t)di(t)}_{\text{NRJ emmagasinée par L}} + \underbrace{Ri^2(t)}_{\text{NRJ joule dissipée dans R}} = \underbrace{Eidt}_{\text{NRJ fournie par E}}$$

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

IV.2) Arrêt du courant

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions
Énergie en jeu
Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Évolution de l'intensité du courant $i(t)$

loi des mailles: $U_R + U_L = 0$

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 0$$

solution générale:

$$i(t) = i_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

condition initiale:

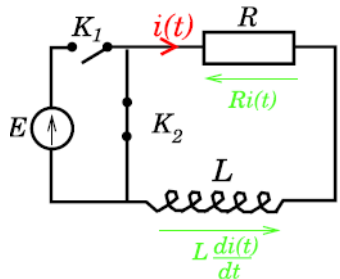
à $t = 0$ la bobine se comporte
comme un fil. $i(0) = i_0 = \frac{E}{R}$

Solution:

$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

Constante de temps du circuit

Le terme $\frac{L}{R}$ est homogène à un temps. $\tau = \frac{L}{R}$ est la constante
de temps du circuit R, L .



IV.2) Le courant $i(t)$ lors de la décharge de la bobine

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

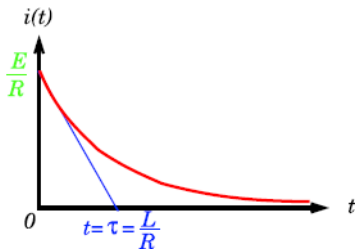
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

Représentation graphique de $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$



- décroissance exponentielle de $i(t)$
- $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = 0$
- la tangente à l'origine coupe l'asymptote à $t = \tau = \frac{L}{R}$

Étude énergétique: $L \frac{di(t)}{dt} \times idt + Ri(t) \times idt = 0$

$$\underbrace{Li(t)di(t)} + \underbrace{Ri^2(t)} = 0$$

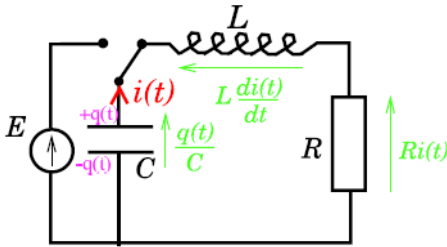
NRJ libérée par L NRJ joule dissipée dans R

Lorsque le régime permanent est atteint, pour $t > 7\tau$, le courant $I = 0$: l'énergie magnétostatique libérée par L est dissipée par effet Joule dans R .

V. Circuit R,L,C en série

M.A.
Lebeault

Soit le circuit ci-dessous où le condensateur a été préalablement chargé.



- le condensateur se décharge : $\frac{dq(t)}{dt} < 0$
- avec l'orientation choisie $i(t) = -\frac{dq(t)}{dt}$
- loi des mailles:
$$U_C - U_L - U_R = 0$$

Équation différentielle en $q(t)$ vérifiée par le circuit:

$$\text{maille} \rightarrow \frac{q(t)}{C} - L \frac{di(t)}{dt} - Ri(t) = 0$$

$$\boxed{L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{C} = 0} \quad \text{équation différentielle du 2}^{\text{nd}}$$

ordre. Cette équation admet pour **équation caractéristique** :
 $LR^2 + Rr + \frac{1}{C} = 0$ dont le discriminant $\Delta = R^2 - 4\frac{L}{C}$. Suivant le signe de Δ différents régimes sont possibles.

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

V.1) Régime apériodique $\Delta > 0$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant
Arrêt du courant

$\Delta = R^2 - 4\frac{L}{C} > 0$, l'équation caractéristique admet 2 racines

réelles négatives: $r_{1,2} = \frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme:

$q(t) = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$ où A et B sont des constantes.

Conditions initiales à $t = 0$:

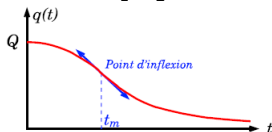
$q(0) = Q$ charge du condensateur au départ

$i(0) = 0$ courant pour un condensateur chargé.

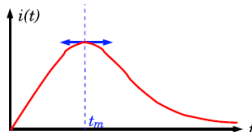
$q(0) = Q \rightarrow Q = A + B$

$i(0) = -\frac{dq(t)}{dt}\bigg|_{t=0} = 0 \rightarrow 0 = -r_1 A - r_2 B$

soit $A = \frac{Qr_2}{r_1 - r_2}$ et $B = \frac{Qr_1}{r_1 - r_2}$



$$q(t) = \frac{Q}{r_1 - r_2} (r_1 e^{r_2 t} - r_2 e^{r_1 t})$$



$$i(t) = \frac{-Qr_1 r_2}{r_1 - r_2} (e^{r_2 t} - e^{r_1 t})$$

V.1) Régime critique $\Delta = 0$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant
Arrêt du courant

$\Delta = R^2 - 4\frac{L}{C} = 0$, l'équation caractéristique admet 1 racine double réelle négative : $r = \frac{-R}{2L} = \frac{-2}{RC}$.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = (A + Bt) e^{rt} \text{ où } A \text{ et } B \text{ sont des constantes.}$$

Conditions initiales à $t = 0$:

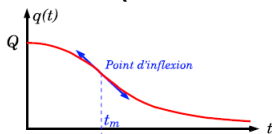
$q(0) = Q$ charge du condensateur au départ

$i(0) = 0$ courant pour un condensateur chargé.

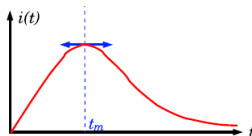
$$q(0) = Q \rightarrow Q = A$$

$$i(0) = -\left.\frac{dq(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0 \rightarrow 0 = -B - Ar$$

soit $A = Q$ et $B = -Qr$



$$q(t) = Q(1 - rt) e^{rt}$$



$$i(t) = Qr^2 t e^{rt}$$

V.3) Régime oscillatoire amorti $\Delta < 0$

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$

Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant

Arrêt du courant

$\Delta = R^2 - 4\frac{L}{C} < 0$, l'équation caractéristique admet 2 racines

complexes : $r_{1,2} = \frac{R}{2L} \pm i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$.

La solution générale de l'équation différentielle est de la forme :

$$q(t) = e^{-\frac{R}{2L}t} \left(Ae^{i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t} + Be^{-i\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}t} \right)$$

où A, B constantes. On pose pour alléger l'écriture :

$$\lambda = \frac{R}{2L} \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad \omega^2 = \omega_0^2 - \lambda^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}$$

Alors $q(t) = e^{-\lambda t} (Ae^{i\omega t} + Be^{-i\omega t})$

ou d'une autre façon

$$q(t) = e^{-\lambda t} (A' \cos \omega t + B' \sin \omega t)$$

et par dérivation $i(t) = \frac{-dq(t)}{dt}$:

$$i(t) =$$

$$-e^{-\lambda t} (-\omega A' \sin \omega t + B' \omega \cos \omega t) + \lambda e^{-\lambda t} (A' \cos \omega t + B' \sin \omega t)$$

$$i(t) = e^{-\lambda t} [(\lambda A' - \omega B') \cos \omega t + (\lambda B' + \omega A') \sin \omega t]$$

régime pseudo-périodique : représentation

M.A.
Lebeault

approximation
des régimes
quasi-
stationnaires

Dipôles élec-
trocinétiques
 R, L, C

Relation
courants-tensions

Énergie en jeu

Énergie sur un
intervalle de
temps fini

Circuit R, C
en série

Charge du
condensateur $q(t)$
Décharge du
condensateur

Circuit R, L
en série

Établissement du
courant
Arrêt du courant

Conditions initiales à $t = 0$:

$q(0) = Q$ charge du condensateur au départ

$i(0) = 0$ courant pour un condensateur chargé.

soit $A' = Q$ et $B' = \frac{\lambda}{\omega} Q$

