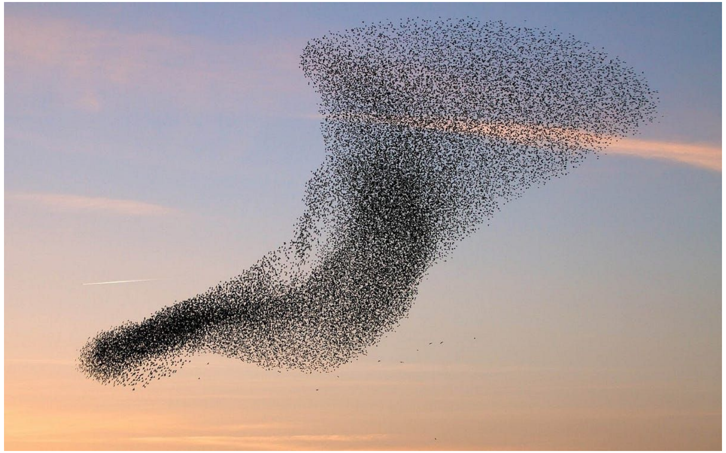
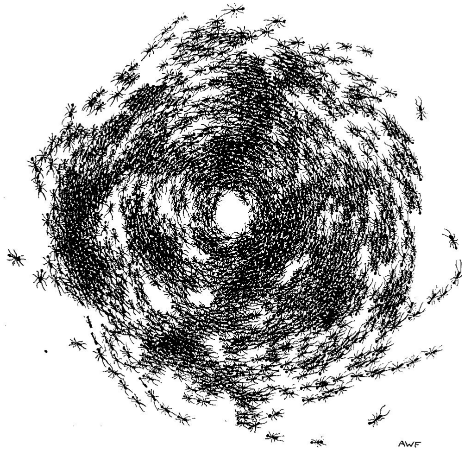
Modélisation de comportements collectifs

Alexis Raulin–Foissac
mail: alexis.raulin-foissac@univ-lyon1.fr





Objectifs du cours

- (première) Expérience d'**application concrète** de méthodes informatiques
- Comprendre la **démarche** de modélisation
- Implémenter efficacement un modèle
- **Observer**, **analyser**, et **communiquer** des résultats
- Proposer des améliorations à la modélisation

Outils et méthodes utilisés:

- python: matplotlib, numpy, …
- dynamique à N corps: listes de voisin/grille

Organisation du cours

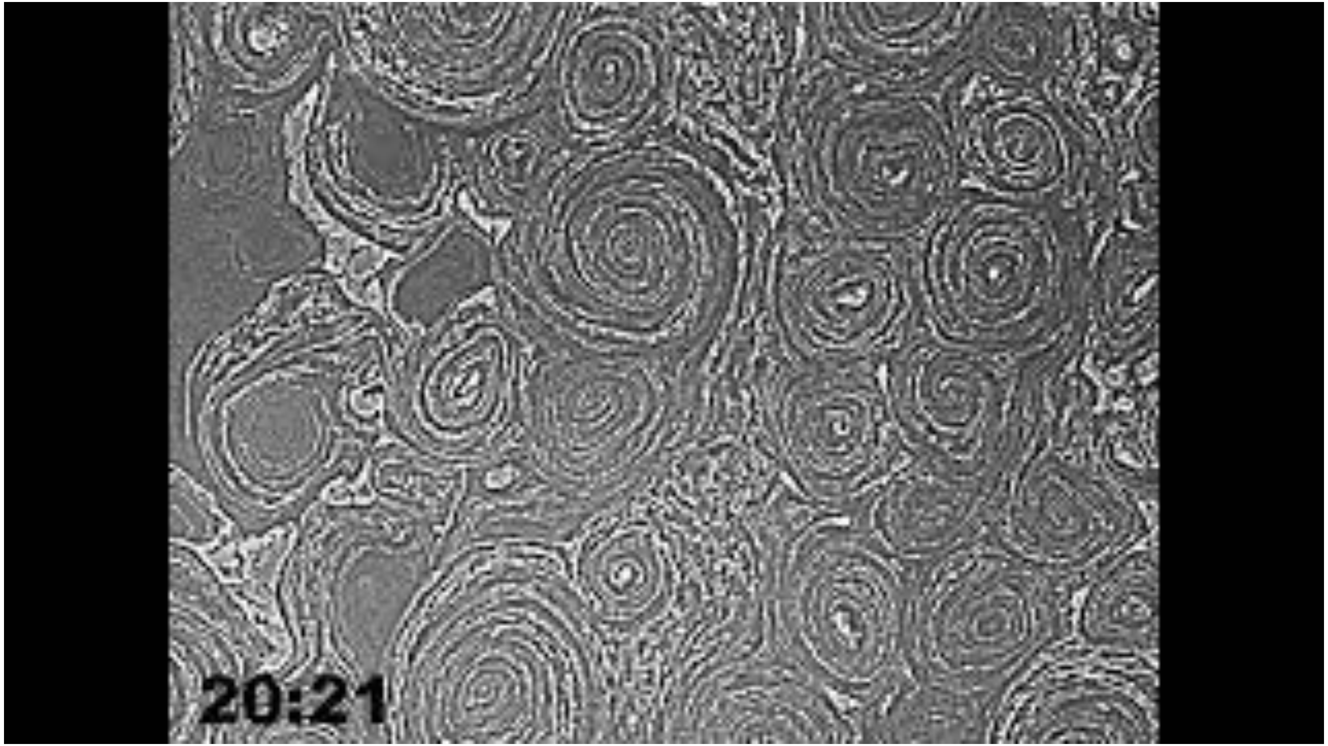
Alternance entre cours et applications sur ordinateur

Notation: investissement/sérieux au fil des séances

Plan:

I. Introduction et exemples de comportements collectifs
II. Modélisation d'agents
III. Implémentation
IV. Optimisation du code
V. Exploitation du modèle
VI. Extensions potentielles

Mouvements collectifs à travers les échelles



Cellules qui s’organisent pour remplir l’espace efficacement

Mouvements collectifs à travers les échelles

“Spirale de la mort” de fourmis suivant chacune leur voisin de devant

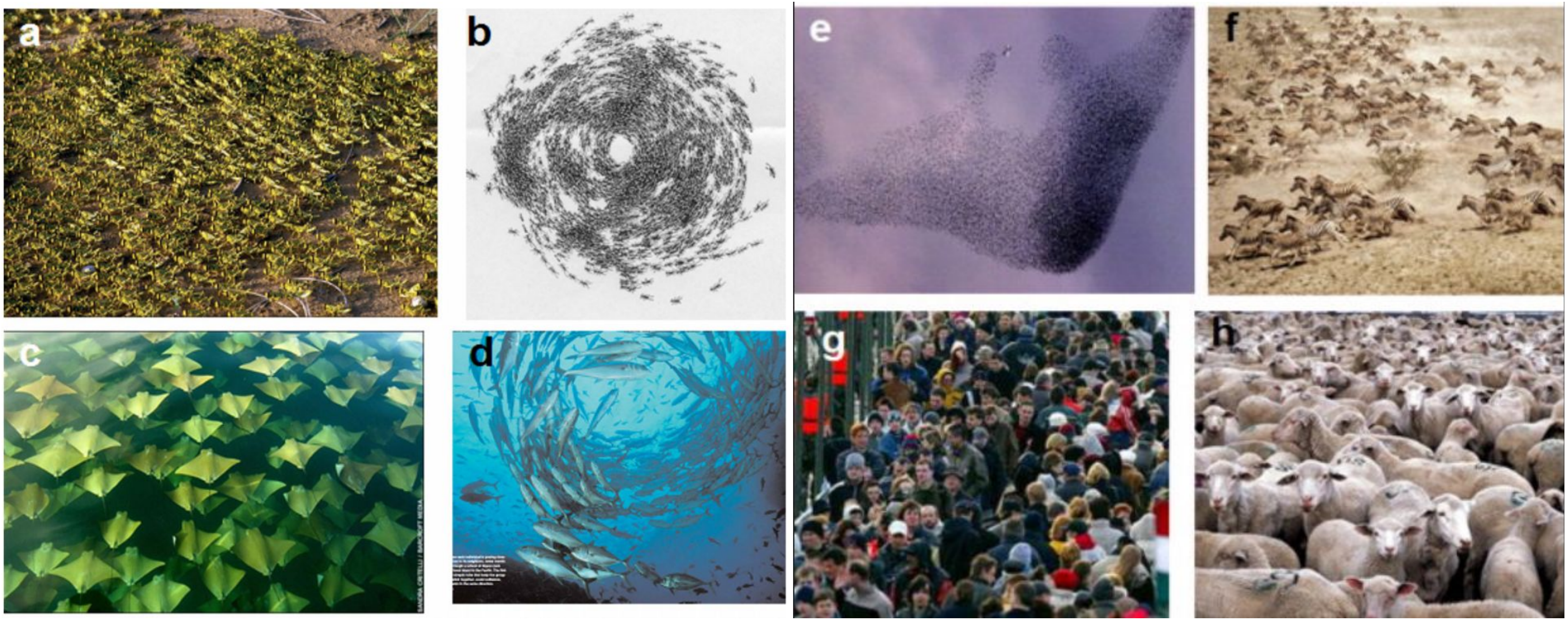
Mouvements collectifs à travers les échelles

Banc de poissons et d’oiseau

Mouvements collectifs à travers les échelles

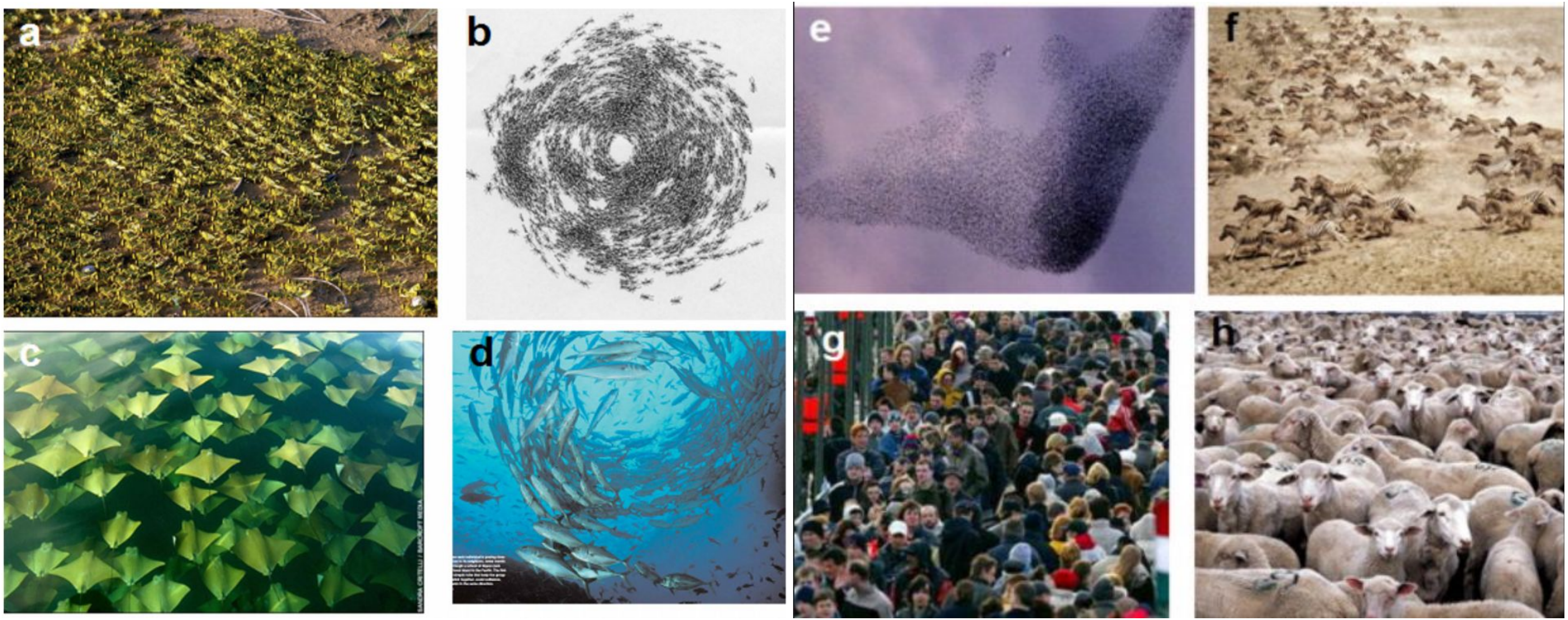
Ondes se propageant dans la foule (Concert d'Oasis, Manchester 2005)

Mouvements collectifs à travers les échelles



Existe-il des **règles générales** qui régissent ces comportements ?
Peut-on les **modéliser** efficacement ?

Mouvements collectifs à travers les échelles



Objectif du cours: **Modéliser** et **reproduire** numériquement ces mouvements collectifs

Modélisation de ces assemblées

Ingrédients pour réaliser une bonne modélisation:

Modélisation de ces assemblées

Ingrédients pour réaliser une bonne modélisation:

- **Variables** simples mais exhaustives
  décrivant les entités (tailles, positions…)

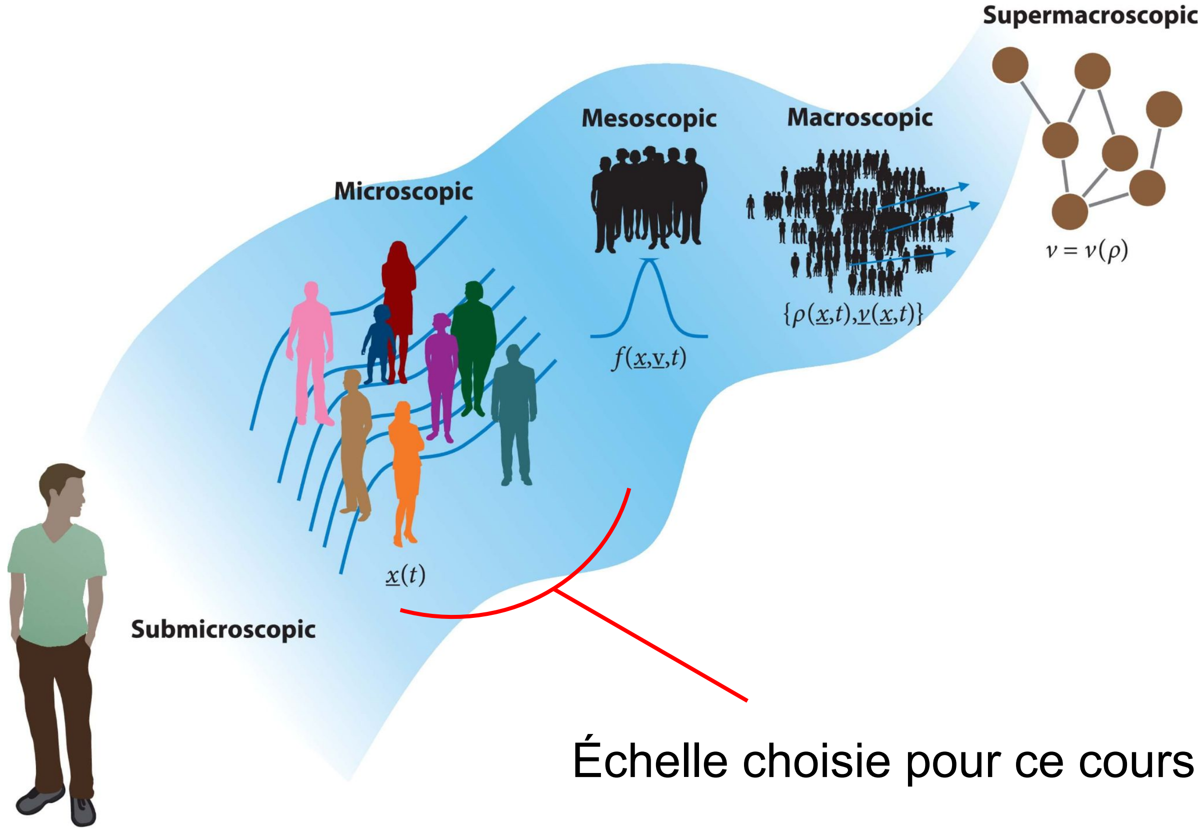
- **Description** de l’environnement (obstacles, conditions aux bords…)

- Ensemble de **règles** simples modélisant:
  - l’évolution des entités
  - interaction inter-particules
  - interactions avec l’environnement

Variables descriptives

Différentes **échelles**

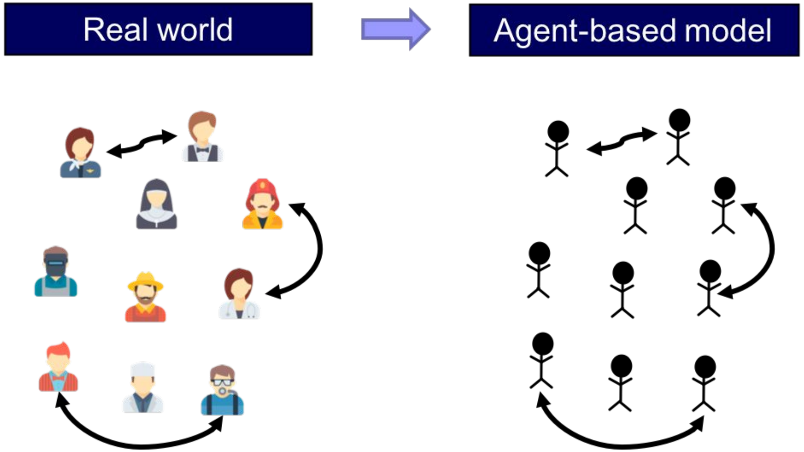
→ différentes **variables** pour décrire le système



Échelle choisie pour ce cours

Corbetta A, Toschi F. 2023
Annu. Rev. Condens. Matter Phys. 14:311–33

À l’échelle micro

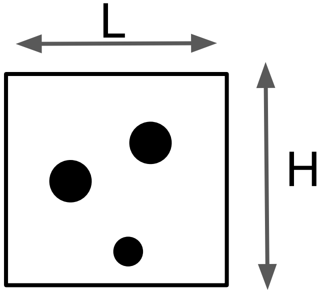


Représentation du système:

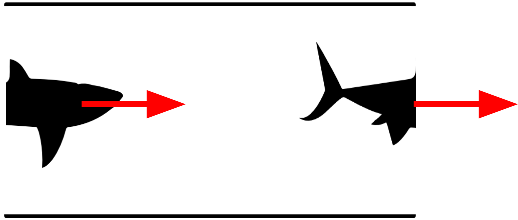
- **Coordonnées** : $(x_i(t), \theta_i(t))$
- **Vitesses** : $v_i(t)$
- **Taille** des entitées (ou forme) : R_i

Et de l’environnement:

- Taille et forme
- Obstacles
- Conditions aux bords



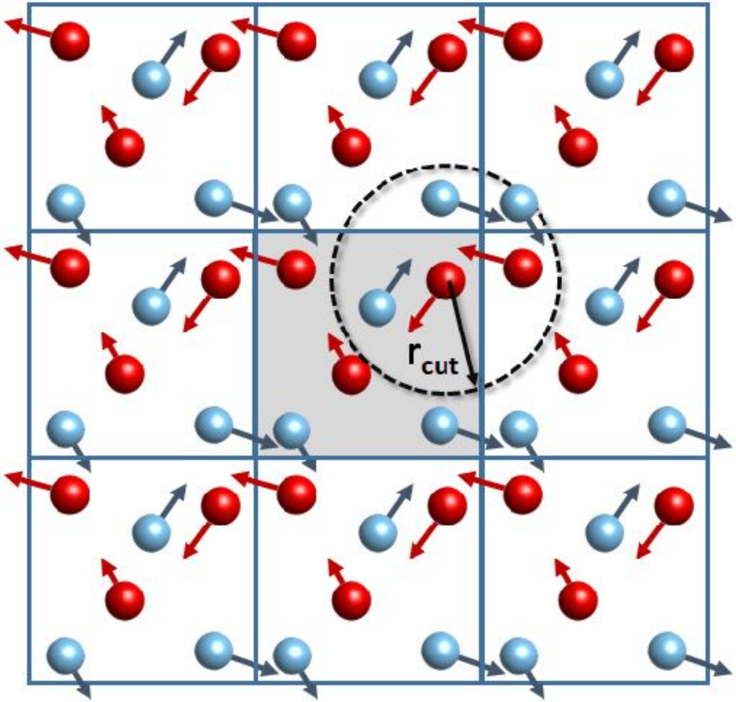
Boîte fermée avec obstacles



Couloir infini avec **conditions périodiques**

Conditions périodiques pour modéliser un espace infini

Duplique la boîte simulée
→comment calculer les distances inter particules ?



Dans un carré de côté L:

$$\Delta x_{\text{periodique}} = \Delta x - L \times \text{round}\left(\frac{\Delta x}{L}\right)$$

→$\Delta x_{\text{periodique}} \in [-L/2, L/2]$ est la plus courte distance

Finalement $d = \sqrt{\Delta x^2_{\text{periodique}} + \Delta y^2_{\text{periodique}}}$

Application: Coder distance_periodique(L, point1, point2) en python avec numpy

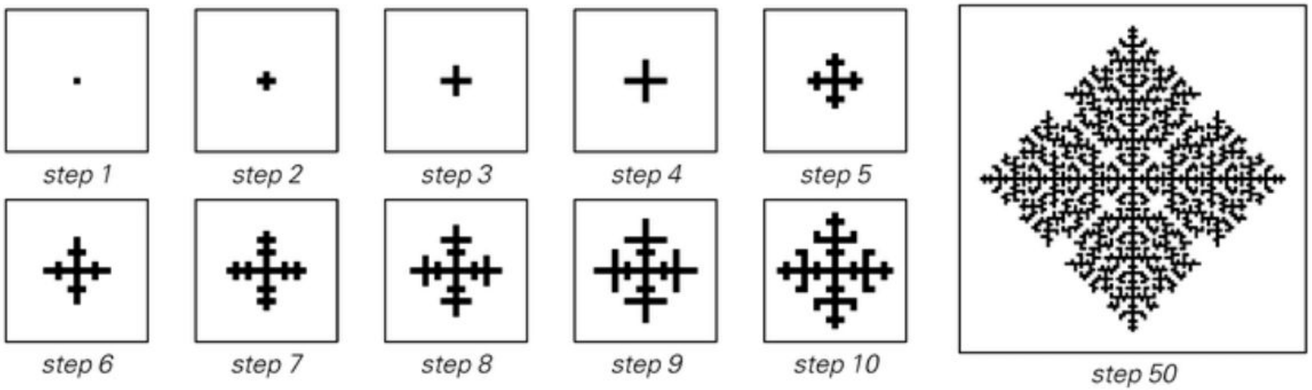
Évolution du système

Ensemble de règle pour passer de $(r_i(t), \theta_i(t), v_i(t))$ à $(r_i(t+dt), \theta_i(t+dt), v_i(t+dt))$

pas de temps

<u>Exemples:</u>

Règles discrètes



Automates cellulaires (exemple: jeu de la vie)

Évolution du système

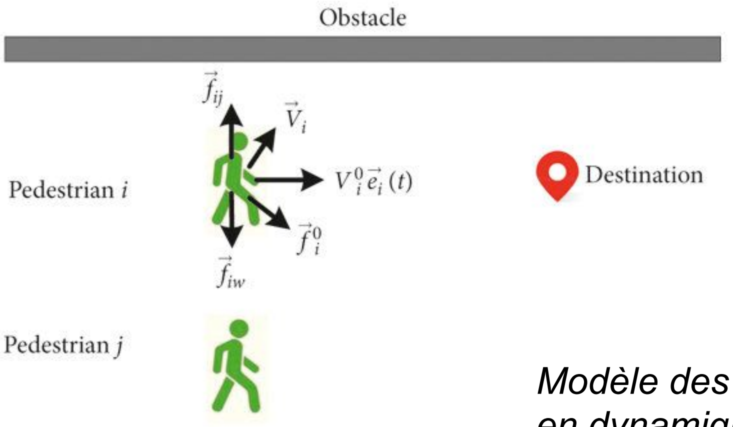
Ensemble de règle pour passer de $(r_i(t), \theta_i(t), v_i(t))$ à $(r_i(t+dt), \theta_i(t+dt), v_i(t+dt))$

pas de temps

<u>Exemples:</u>

Règles continues avec équations différentielles

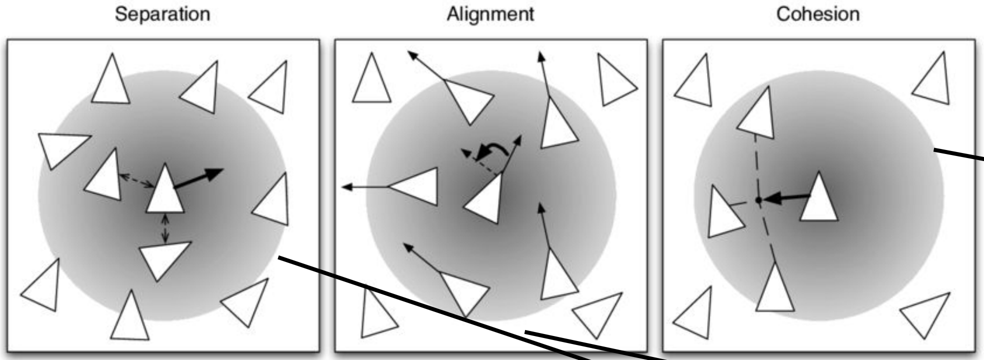
$$\begin{Bmatrix} m\dfrac{d\vec{v}}{dt} = \sum \vec{F} \\ \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \end{Bmatrix}$$



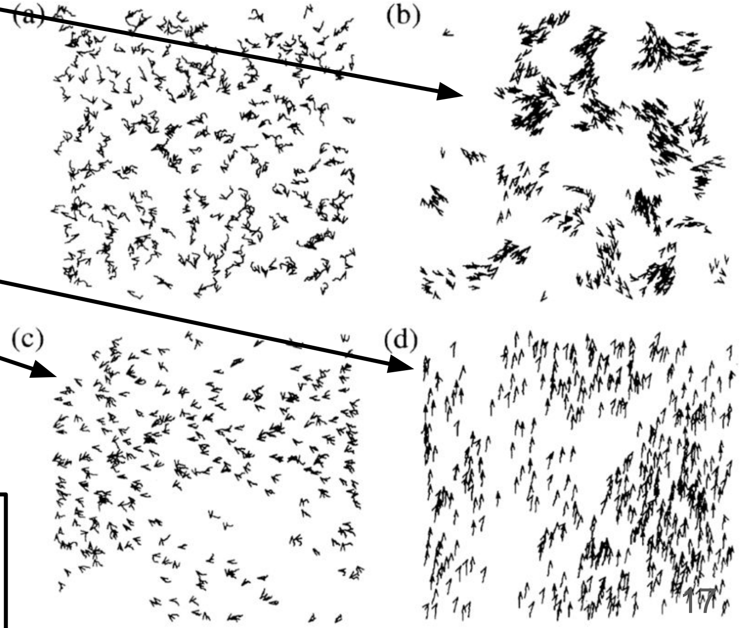
Modèle des forces sociales en dynamique piétonne

Évolution du système

Approche à la physicienne: quelques **interactions simples** avec **peu de paramètres**



Exemple de règles simples dans le modèle de Reynolds *(Bouraqadi, N., & Doniec, A. (2022, July 05). Flocking-Ba Multi-Robot Exploration.)*



L’intensité des différents termes dicte la dynamique:
Jhawar, J., Morris, R. G., & Guttal, V. (2018). Deriving mesoscopic models of collective behaviour for finite populations.

Des **interactions locales simples** suffisent souvent pour décrire les transitions vers des **comportements collectifs**

Modèle de Vicsek

"Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles", Viscek (1995):

Règles : Particules se déplaçant à vitesses constantes et qui **ajustent** leurs direction suivant la **direction moyenne** de leur voisin. Un **bruit aléatoire** est ajouté pour perturber l'alignement et simuler les incertitudes des agents.

Observation de divers comportements suivant les paramètres:

- alignements complets
- structures de groupes (~ bancs de poisson)
- mouvement désordonné

Modèle de Vicsek

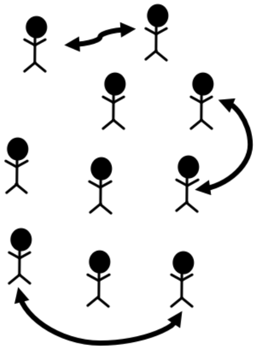
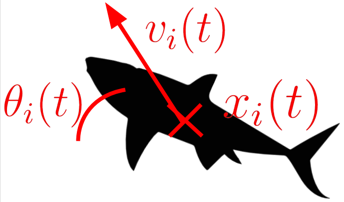
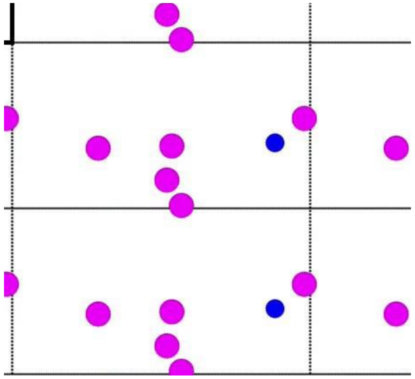
Particules ponctuelles se déplaçant à vitesse v_0 dont la direction θ est la moyenne de celle du voisinage plus un bruit: $$\theta_i(t+\Delta t) = \langle \theta_j(t) \rangle_{|r_i - r_j| < R} + \eta_i(t)$$

Mise à jour de la position de chaque particule: $$r_i(t+\Delta t) = r_i(t) + v_0 \Delta t \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t+\Delta t) \\ \sin\theta_i(t+\Delta t) \end{bmatrix}$$

Paramètres:

- R le rayon d'interaction
- v_0 la vitesse des particules
- Δt le pas de temps
- ρ la densité de particules
- η tel que la bruit $\eta_i(t)$ soit d'amplitude 2πη

Choix de modélisation effectués:

Échelle	Description	Environnement	Règles d'évolution
Microscopique/individuelle	$x_i(t), v_i(t), \theta_i(t), R_i$	Carré à bords périodiques	Modèle de Vicsek
			$\Theta_i(t+\Delta t) = \langle \Theta_j \rangle_{\lvert r_i - r_j \rvert < r} + \eta_i(t)$ $\mathbf{r}_i(t+\Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + v\Delta t \begin{pmatrix} \cos\Theta_i(t) \\ \sin\Theta_i(t) \end{pmatrix}$

Implémentation: à vous

Objectifs:

1. Définition des variables pour les positions et orientations
2. À chaque itération:
   a. trouver les voisins de chaque particule (attention aux conditions périodiques)
   b. moyenner leurs orientations et rajouter du bruit
   c. En déduire leurs nouvelles positions et orientations
   d. Mettre à jour la visualisation matplotlib

Rappel du modèle (avec R = Δt = v_0 = 1):

$$\theta_i(t+\Delta t) = \langle \theta_j(t) \rangle_{|r_i - r_j| < R} + \eta_i(t)$$

$$\begin{bmatrix} x_i(t+\Delta t) \\ y_i(t+\Delta t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_i(t) \\ y_i(t) \end{bmatrix} + v_0 \Delta t \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t+\Delta t) \\ \sin\theta_i(t+\Delta t) \end{bmatrix}$$

Exemples de valeurs pour la taille du carré et la densité: L = 20, N = 0.5 * L² = 200

Observations et analyses: paramètre d’ordre

Qualitativement:

- “clusters/bancs” lorsque le bruit est ~ nul
- alignement de grands ensemble à faible bruit
- comportement désordonnée à grand bruit

→ Introduction d’un paramètre φ qui caractérise quantitativement l’état du système:

$$\varphi = \frac{1}{N v_0} \left|\sum_i \vec{v_i}\right|$$

Suivant les états:

- alignement/cohésion : φ ≃ 1
- désordre : φ ≃ 0

→ φ est un **paramètre d’ordre**

Observations et analyses: Transitions de phases

Mesure du paramètre d'ordre
Calculer et afficher φ au cours de la simulation avec

```
text = plt.text(x, y, str(phi))
text.set_text(str(phi)) # mise à jour de la valeur
```

Problème observé: dès que l'on augmente trop le nombre d'agents le temps de calcul explose

À quelle complexité temporelle s'attend-on ?
→mesurer numériquement le temps de calcul en fonction du nombre de particules et vérifier la loi attendue