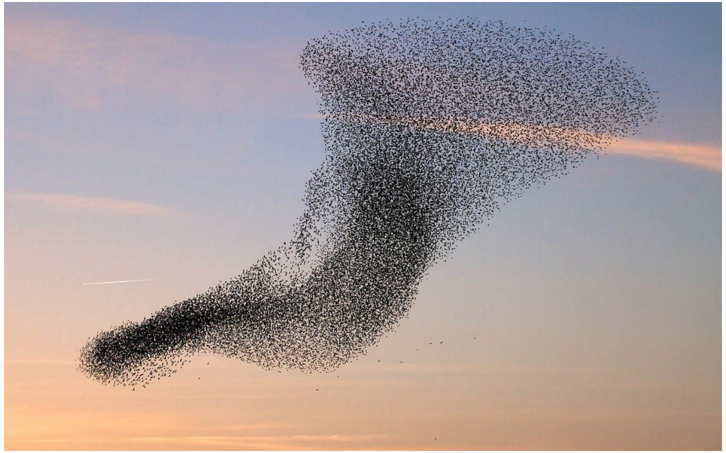
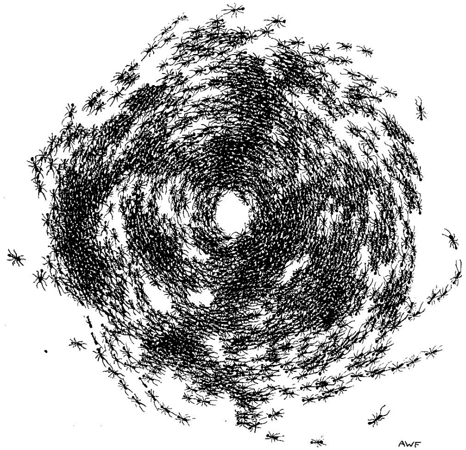
# Modélisation de comportements collectifs

Alexis Raulin–Foissac
mail: alexis.raulin-foissac@univ-lyon1.fr

# Objectifs du cours

- (première) Expérience d'**application concrète** de méthodes informatiques
- Comprendre la **démarche** de modélisation
- Implémenter efficacement un modèle
- **Observer**, **analyser**, et **communiquer** des résultats
- Proposer des améliorations à la modélisation

# Outils et méthodes utilisés:

- python: matplotlib, numpy, …
- dynamique à N corps: listes de voisin/grille

# Organisation du cours

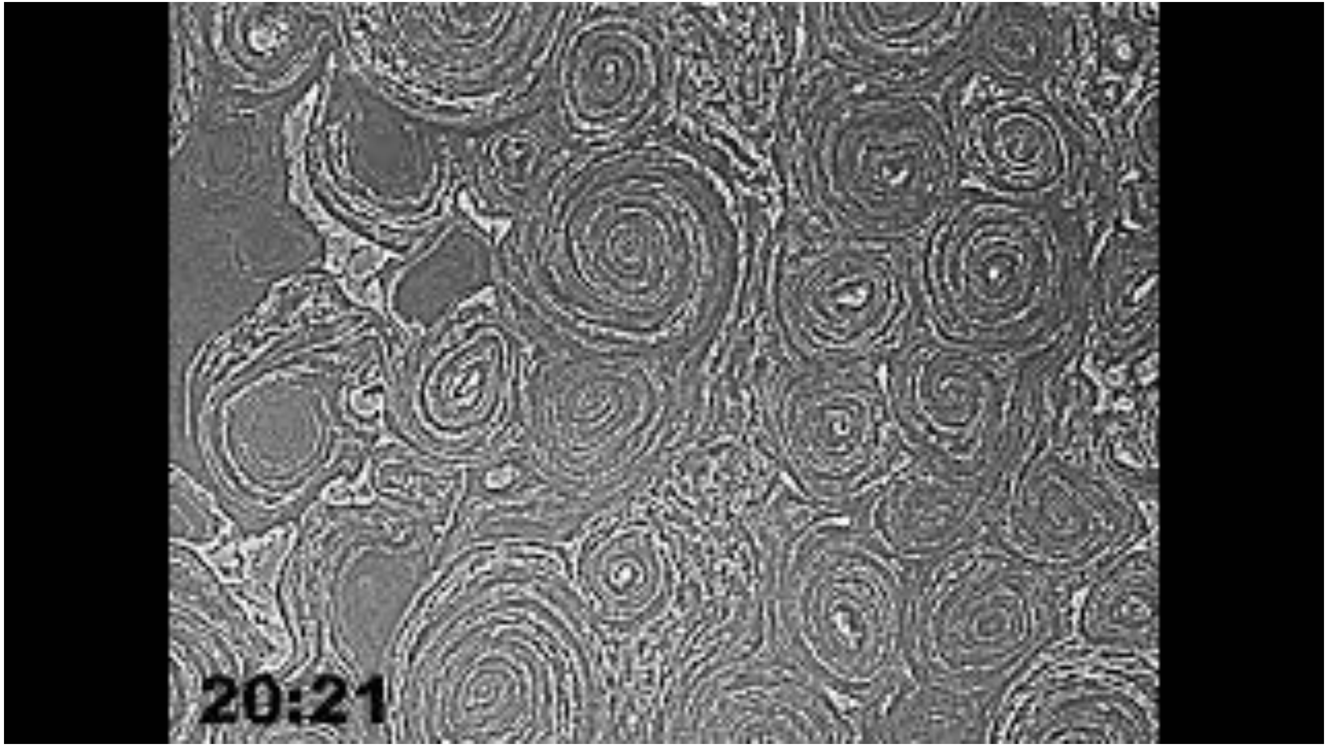
Alternance entre cours et applications sur ordinateur

Notation: investissement/sérieux au fil des séances

**Plan**:

I. Introduction et exemples de comportements collectifs
II. Modélisation d'agents
III. Implémentation
IV. Optimisation du code
V. Exploitation du modèle
VI. Extensions potentielles

# Mouvements collectifs à travers les échelles




Cellules qui s’organisent pour remplir l’espace efficacement

# Mouvements collectifs à travers les échelles

“Spirale de la mort” de fourmis suivant chacune leur voisin de devant

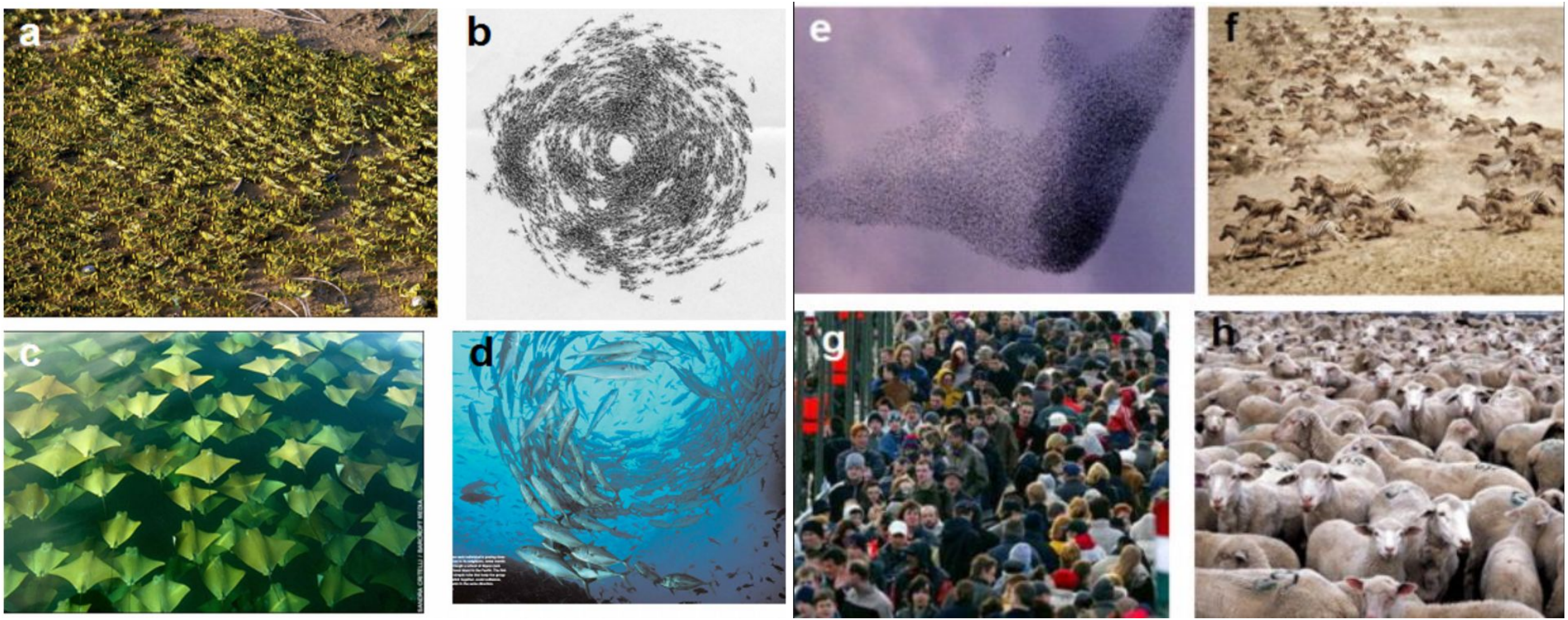
# Mouvements collectifs à travers les échelles

Banc de poissons et d'oiseau

# Mouvements collectifs à travers les échelles

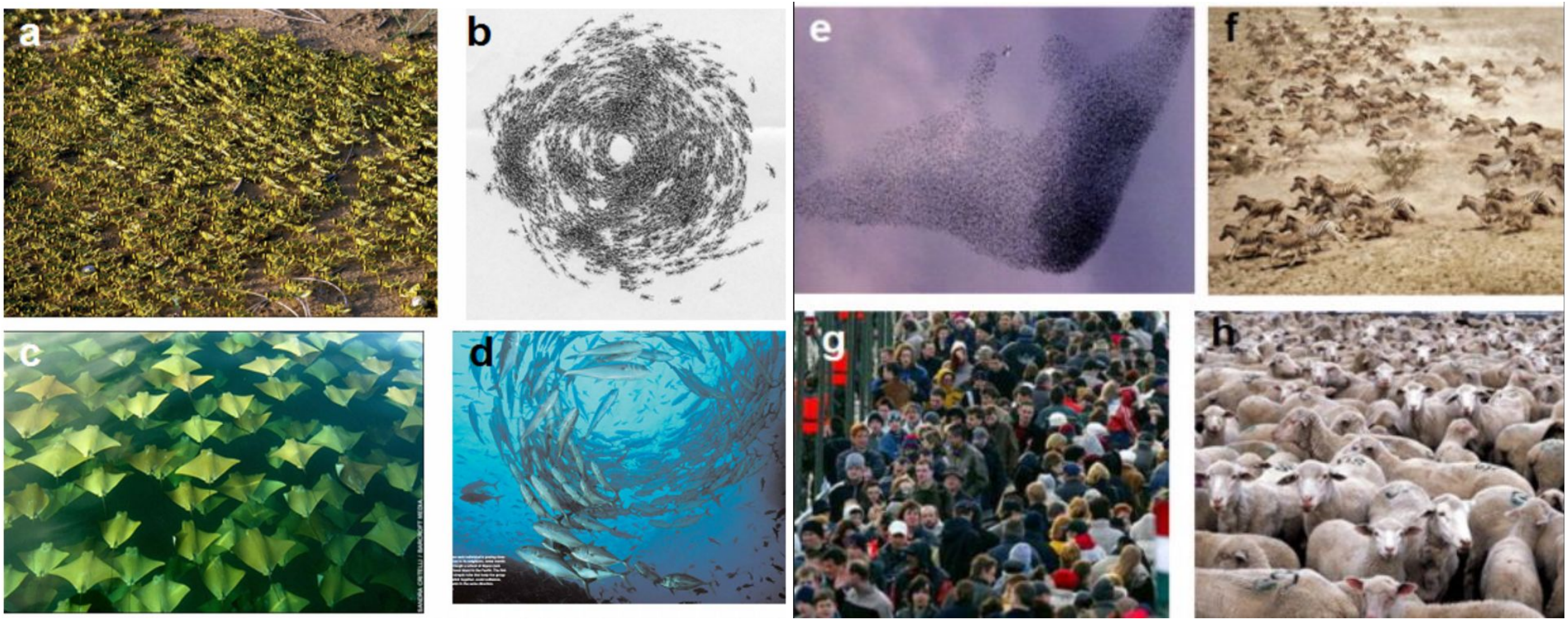

Ondes se propageant dans la foule (Concert d'Oasis, Manchester 2005)

# Mouvements collectifs à travers les échelles




Existe-il des **règles générales** qui régissent ces comportements ?
Peut-on les **modéliser** efficacement ?

# Mouvements collectifs à travers les échelles




Objectif du cours: **Modéliser** et **reproduire** numériquement ces mouvements collectifs

# Modélisation de ces assemblées

Ingrédients pour réaliser une bonne modélisation:

# Modélisation de ces assemblées

Ingrédients pour réaliser une bonne modélisation:

- **Variables** simples mais exhaustives
  décrivant les entités (tailles, positions…)

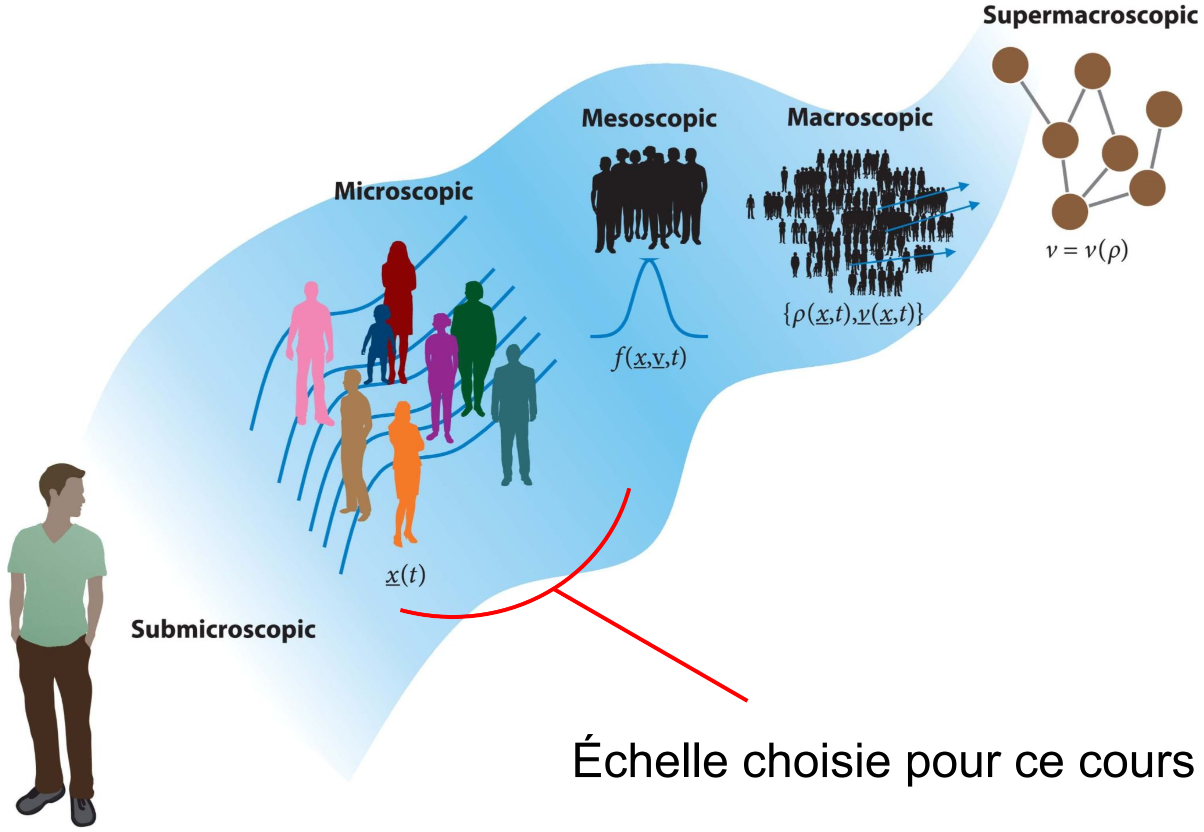
- **Description** de l'environnement (obstacles, conditions aux bords…)

- Ensemble de **règles** simples modélisant:
  - l'évolution des entités
  - interaction inter-particules
  - interactions avec l'environnement

# Variables descriptives

Différentes **échelles**

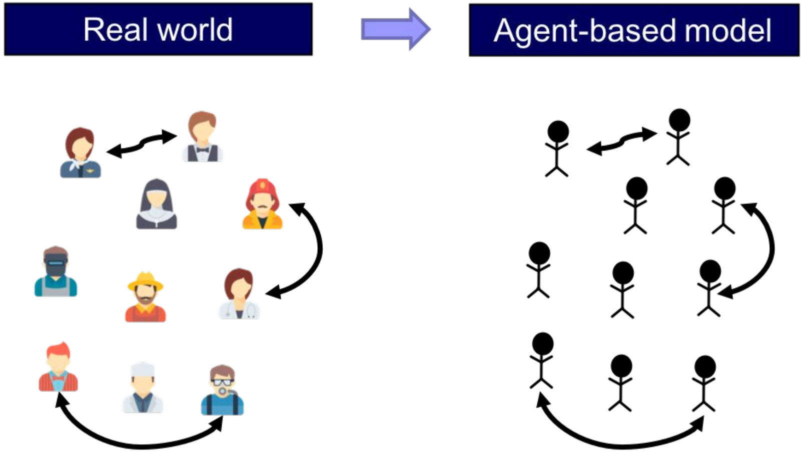
→ différentes **variables** pour décrire le système




Échelle choisie pour ce cours

Corbetta A, Toschi F. 2023
*Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 14:311–33

# À l'échelle micro

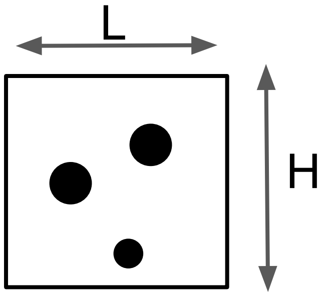



Représentation du système:

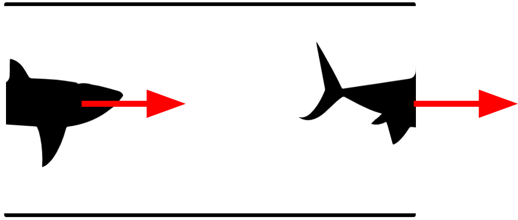
- **Coordonnées** : $(x_i(t), \theta_i(t))$
- **Vitesses** : $v_i(t)$
- **Taille** des entitées (ou forme) : $R_i$

Et de l'environnement:

- Taille et forme
- Obstacles
- Conditions aux bords



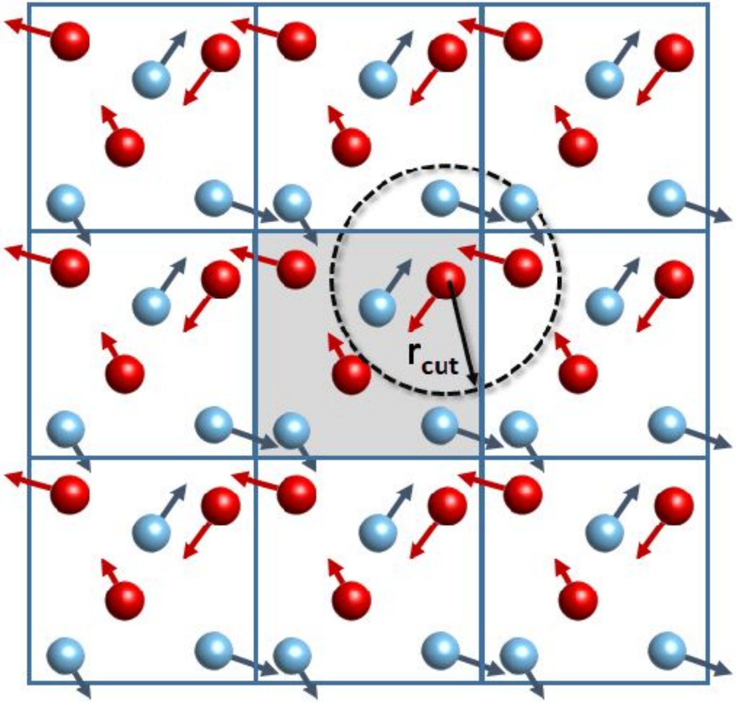

Boîte fermée avec obstacles



Couloir infini avec **conditions périodiques**

# Conditions périodiques pour modéliser un espace infini

Duplique la boîte simulée
→comment calculer les distances inter particules ?




Dans un carré de côté L:

$$\Delta x_{\text{periodique}} = \Delta x - L \times \text{round}\left(\frac{\Delta x}{L}\right)$$

→$\Delta x_{\text{periodique}} \in [-L/2, L/2]$ est la plus courte distance

Finalement $d = \sqrt{\Delta x^2_{\text{periodique}} + \Delta y^2_{\text{periodique}}}$

Application: Coder distance_periodique(L, point1, point2) en python avec numpy

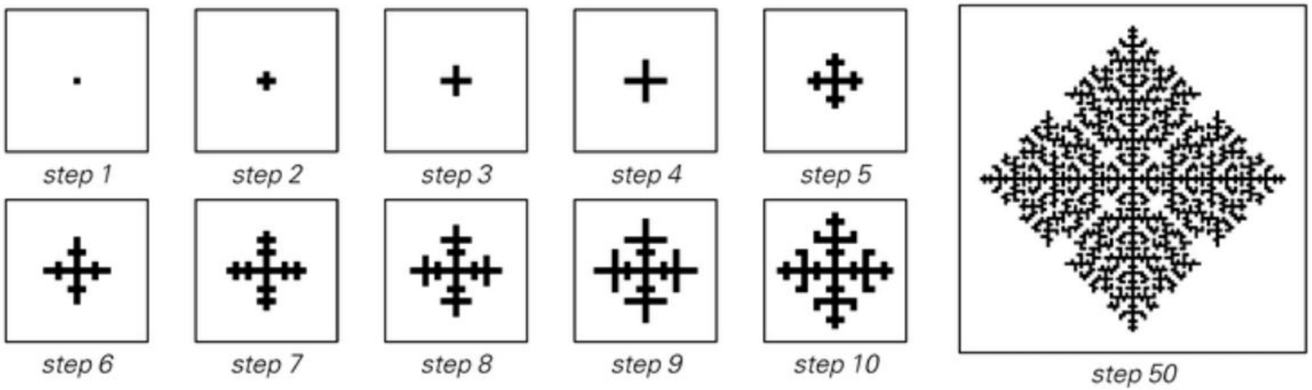
# Évolution du système

**Ensemble de règle** pour passer de $(r_i(t), \theta_i(t), v_i(t))$ à $(r_i(t+dt), \theta_i(t+dt), v_i(t+dt))$

pas de temps

Exemples:

Règles discrètes




Automates cellulaires (exemple: jeu de la vie)

# Évolution du système

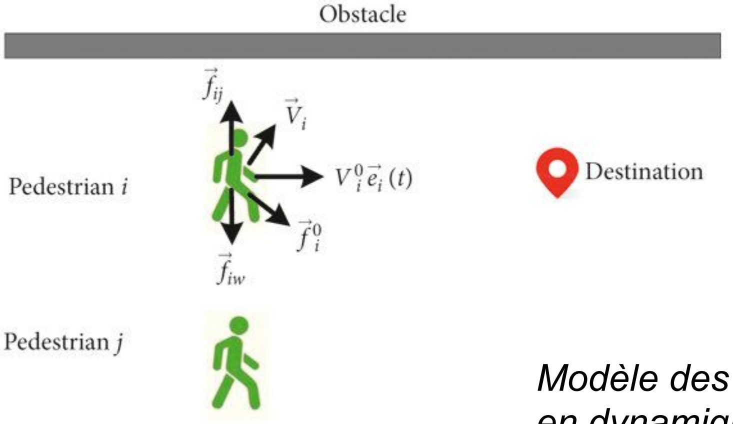
**Ensemble de règle** pour passer de $(r_i(t), \theta_i(t), v_i(t))$ à $(r_i(t+dt), \theta_i(t+dt), v_i(t+dt))$

pas de temps

<u>Exemples:</u>

Règles continues avec équations différentielles

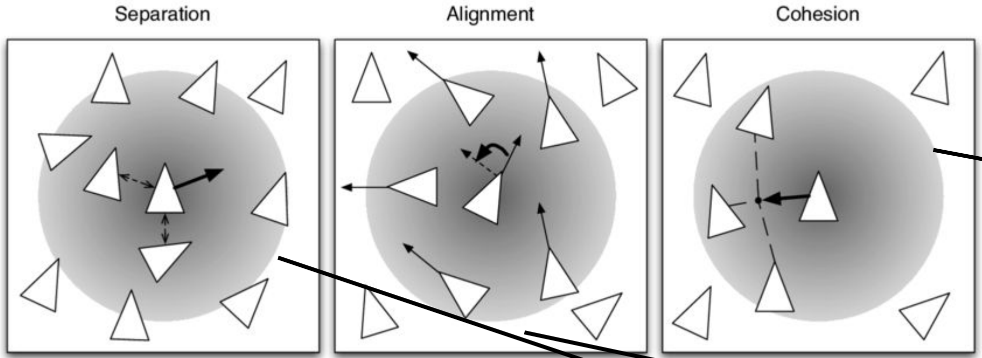
$$\left\{ \begin{aligned} m\frac{d\vec{v}}{dt} &= \sum \vec{F} \\ \frac{d\vec{r}}{dt} &= \vec{v} \end{aligned} \right\}$$



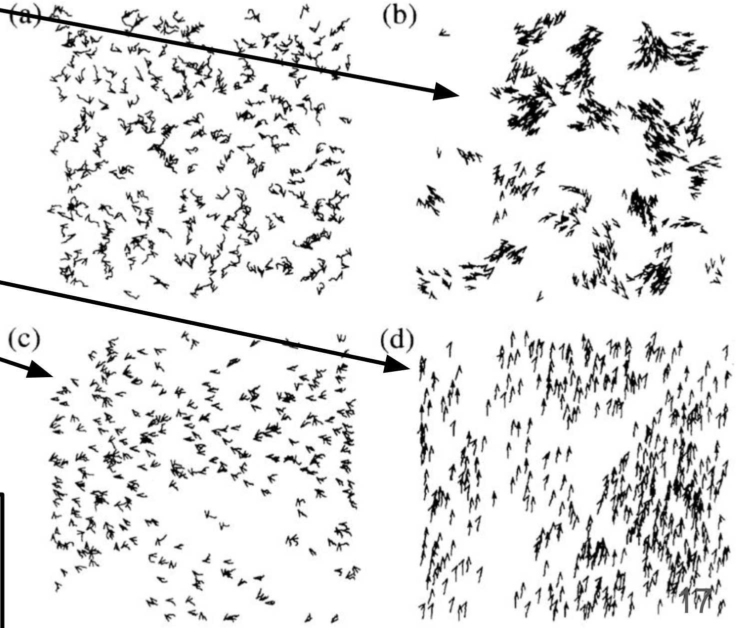

*Modèle des forces sociales en dynamique piétonne*

# Évolution du système

Approche à la physicienne: quelques **interactions simples** avec **peu de paramètres**




Exemple de règles simples dans le modèle de Reynolds *(Bouraqadi, N., & Doniec, A. (2022, July 05). Flocking-Ba Multi-Robot Exploration.)*




L'intensité des différents termes dicte la dynamique:
*Jhawar, J., Morris, R. G., & Guttal, V. (2018). Deriving mesoscopic models of collective behaviour for finite populations.*

Des **interactions locales simples** suffisent souvent pour décrire les transitions vers des **comportements collectifs**

# Modèle de Vicsek

“Novel Type of Phase Transition in a System of Self-Driven Particles”, Viscek (1995):

**Règles** : Particules se déplaçant à vitesses constantes et qui ajustent leurs direction suivant la direction moyenne de leur voisin. Un bruit aléatoire est ajouté pour perturber l’alignement et simuler les incertitudes des agents.

Observation de divers comportements suivant les paramètres:

- alignements complets
- structures de groupes (~ bancs de poisson)
- mouvement désordonné

# Modèle de Vicsek

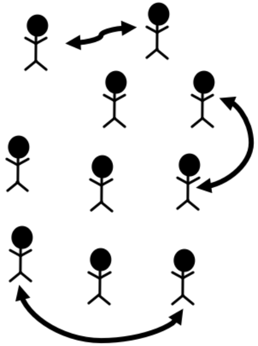
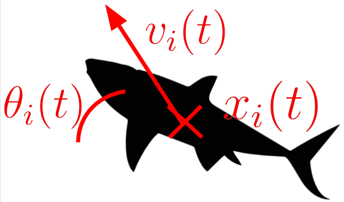
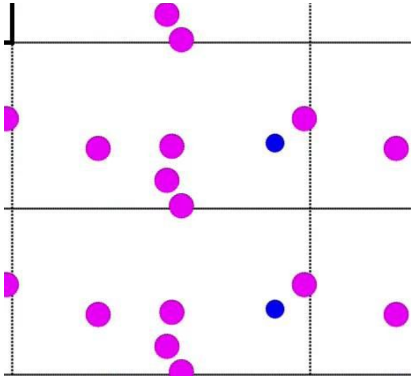
Particules ponctuelles se déplaçant à vitesse $v_0$ dont la direction θ est la moyenne de celle du voisinage plus un bruit: $\theta_i(t+\Delta t) = \langle \theta_j(t) \rangle_{|r_i - r_j| < R} + \eta_i(t)$

Mise à jour de la position de chaque particule: $r_i(t+\Delta t) = r_i(t) + v_0 \Delta t \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t+\Delta t) \\ \sin\theta_i(t+\Delta t) \end{bmatrix}$

Paramètres:

- R le rayon d'interaction
- $v_0$ la vitesse des particules
- Δt le pas de temps
- ρ la densité de particules
- η tel que la bruit $\eta_i(t)$ soit d'amplitude 2πη

# Choix de modélisation effectués:

| Échelle | Description | Environnement | Règles d’évolution |
|---|---|---|---|
| Microscopique/individuelle | $x_i(t), v_i(t), \theta_i(t), R_i$ | Carré à bords périodiques | Modèle de Vicsek |
|  |   |  | $\Theta_i(t+\Delta t) = \langle \Theta_j \rangle_{\lvert r_i - r_j \rvert < r} + \eta_i(t)$ <br> $\mathbf{r}_i(t+\Delta t) = \mathbf{r}_i(t) + v\Delta t \begin{pmatrix} \cos\Theta_i(t) \\ \sin\Theta_i(t) \end{pmatrix}$ |

# Implémentation: à vous

Objectifs:

1. Définition des variables pour les positions et orientations
2. À chaque itération:
   a. trouver les voisins de chaque particules (attention aux conditions périodiques)
   b. moyenner leurs orientations et rajouter du bruit
   c. En déduire leurs nouvelles positions et orientations
   d. Mettre à jour la visualisation matplotlib

Rappel du modèle (avec R = $\Delta$t = $v_0$ = 1):

$$\theta_i(t+\Delta t) = \langle \theta_j(t) \rangle_{|r_i - r_j| < R} + \eta_i(t)$$

$$r_i(t+\Delta t) = r_i(t) + v_0 \Delta t \begin{bmatrix} \cos\theta_i(t+\Delta t) \\ \sin\theta_i(t+\Delta t) \end{bmatrix}$$

Exemples de valeurs pour la taille du carré et la densité:
L = 20, N = 0.5 * $L^2$ = 200