

TESTS D'HYPOTHÈSE CORRELATION-REGRESSION ESSAIS CLINIQUES

ED2 – PASS Lyon Est – 2024-2025

Dr. Nicolas ROMAIN-SCELLE

Question 1 (QCM) (*ET 2023*)

Une étude a été réalisée afin d'analyser la relation entre le nombre de cigarettes fumées quotidiennement et la concentration en monoxyde de carbone dans l'air expiré. L'étude a inclus 150 employés (123 fumeurs et 27 non fumeurs). La régression de la concentration en monoxyde de carbone dans l'air expiré sur le nombre de cigarettes fumées quotidiennement a permis de retrouver la relation suivante :

$CO = 4,43 + 0,7 \times \text{nombre de cigarettes quotidiennement fumées.}$

L'écart type estimé de l'estimation de la pente vaut 0.071. Le risque de première espèce est fixé à 5%.

D'après Hung J et al, J Formos Med Assoc 2006;105(3):210–213.

Indiquez la ou les réponses exactes.

Question 1 (QCM) (*ET 2023*)

- A. le coefficient de corrélation entre la concentration en CO de l'air expiré et le nombre de cigarettes quotidiennement fumées est positif
- B. le test de la pente est significatif
- C. tester la pente équivaut à tester la corrélation
- D. sous l'hypothèse nulle, le test de la pente suit une distribution de Student à 150 degrés de liberté
- E. le niveau de significativité du test est $0,001 < p < 0,01$

Question 1 (QCM) (ET 2023)

le coefficient de corrélation entre la concentration en CO de l'air expiré et le nombre de cigarettes quotidiennement fumées est positif

Rappel cours : $r_{XY} = \frac{\sigma_X}{\sigma_Y} \cdot b_1$

Or $\frac{\sigma_X}{\sigma_Y} > 0$ dans tous les cas

Donc $\text{signe}(r) = \text{signe}(b_1)$

A vraie

Question 1 (QCM) (ET 2023)

- B. le test de la pente est significatif
- C. tester la pente équivaut à tester la corrélation
- D. sous l'hypothèse nulle, le test de la pente suit une distribution de Student à 150 degrés de liberté

Pente : $H_0: b_1 = 0$, $t = \frac{b_1}{s_{b_1}} \sim t_{\alpha}^{n-2ddl}$ donc $t = \frac{0,7}{0,071} = 9,85$

Seuil critique pour $\alpha = 0,05$: $t_{0,95}^{148} = 1,9761 \cong 1,96$ donc rejet de H_0 pour b_1

Test de la pente : strictement identique au test pour le coefficient de corrélation ($H_0: r_{XY} = 0$)

Donc B et C vraies, D fausse

Question 1 (QCM) (*ET 2023*)

E. le niveau de significativité du test est $0,001 < p < 0,01$

On cherche la p-value, donc $P(t = 9,85 < T)$: probabilité que la statistique de test soit supérieur à la statistique observée.

Retour à la table de la loi de Student

Question 1 (QCM) (ET 2023)

- Sélectionner la bonne ligne (ddl)
- Positionner la statistique de test sur la ligne
- Ici : 9,85 => Totalemment à droite
- Donc $p < 0,001$
- **E fausse**

Loi de Student

Soit T une variable aléatoire suivant une loi de Student à n degrés de liberté. Pour une probabilité p donnée, la table donne la valeur de t telle que $P(|T| > t) = p$

ddl	p	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
1		0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	127,3213	636,6192
2		0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	14,0890	31,5991

80		0,1261	0,2542	0,3867	0,5265	0,6776	0,8461	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	2,8870	3,4163
90		0,1260	0,2541	0,3866	0,5263	0,6772	0,8456	1,0424	1,2910	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	2,8779	3,4019
100		0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6770	0,8452	1,0418	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	2,8707	3,3905
Inf		0,1257	0,2533	0,3853	0,5244	0,6745	0,8416	1,0364	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	2,8070	3,2905

<0,001

9,85

Question 1 (QCM) (*ET 2023*)

- A. le coefficient de corrélation entre la concentration en CO de l'air expiré et le nombre de cigarettes quotidiennement fumées est positif
- B. le test de la pente est significatif
- C. tester la pente équivaut à tester la corrélation
- D. sous l'hypothèse nulle, le test de la pente suit une distribution de Student à 150 degrés de liberté
- E. le niveau de significativité du test est $0,001 < p < 0,01$

Question 2 (QCM) (ET 2023)

Sur un échantillon de 25 personnes issues de la population générale, on a mesuré la taille et leur poids. On souhaite comprendre les variations du poids en fonction de la taille. On définit pour cela le modèle théorique suivant :

$$\text{Poids}_i = \beta_0 + \beta_1 * \text{taille}_i + \epsilon_i.$$

Les estimations issues de l'échantillon sont les suivantes : la moyenne de taille est de 172,24cm, la moyenne de poids est de 85,5 kg. L'estimation des paramètres du modèle est la suivante : b_1 , estimation de β_1 vaut 0,2583 et s_{b_1} , écart-type de l'estimateur de β_1 vaut 0,1191. Après vérification, les conditions d'application du modèle linéaire ci-dessus sont valides.

On définit ρ le coefficient de corrélation de Pearson entre poids et taille, et r son estimation.

Pour les besoins des tests statistiques, on note les hypothèses suivantes : $H_0: \rho = 0$ et $H_0: \beta_1 = 0$

On fixe le risque de première espèce à 0,05. Tous les tests réalisés seront bilatéraux. Indiquez la (les) réponse(s) exacte(s)

Question 2 (QCM) (ET 2023)

- A. les tests pour les deux hypothèses nulles présentées ci-dessus seront concordants
- B. l'intercept de ce modèle (b_0) est estimé à 150,15 (arrondi à deux décimales)
- C. la statistique de test observée pour l'hypothèse nulle : $H_0: \beta_1 = 0$ vaut 1,97 (arrondie à deux décimales)
- D. la statistique de test observée pour l'hypothèse nulle : $H_0: \beta_1 = 0$ vaut 2,17 (arrondie à deux décimales)
- E. le coefficient β_1 est statistiquement différent de 0 au risque α fixé

Question 2 (QCM) (ET 2023)

Données de l'énoncé:

- $\bar{X} = 172,24$; $\bar{Y} = 85,5$
- $b_1 = 0,2583$; $s_{b_1} = 0,1191$

Test de la pente : $t = \frac{0,2583}{0,1191} = 2,1688$. Seuil : $t_{0,95}^{23} = 2,06$

Ordonnée à l'origine : $b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X} = 85,5 - 0,2583 * 172,24 = 41,01$

A, D, E vraies

Question 2 (QCM) (ET 2023)

- A. les tests pour les deux hypothèses nulles présentées ci-dessus seront concordants
- B. l'intercept de ce modèle (b_0) est estimé à 150,15 (arrondi à deux décimales)
- C. la statistique de test observée pour l'hypothèse nulle : $H_0: \beta_1 = 0$ vaut 1,97 (arrondie à deux décimales)
- D. la statistique de test observée pour l'hypothèse nulle : $H_0: \beta_1 = 0$ vaut 2,17 (arrondie à deux décimales)
- E. le coefficient β_1 est statistiquement différent de 0 au risque α fixé

Question 3 (QCM) (*ET 2023*)

- Un essai clinique a été conduit, afin d'évaluer l'efficacité d'un traitement visant à diminuer la glycémie moyenne sur 24h. Cet essai a inclus deux groupes indépendants : 31 patients dans le groupe A traités par placebo, et 34 patients dans le groupe B traités par le nouveau traitement.
- A la fin de l'essai, la glycémie moyenne du groupe A est 1,074 g/L, la glycémie moyenne du groupe B est 1,025 g/L. L'écart-type estimé est identique dans les deux groupes, à 0,1 g /L. Vous voulez déterminer si la différence entre ces 2 moyennes est statistiquement significative au risque de première espèce de 5%. Vous considérez, pour cet exercice, la glycémie normalement distribuée.
- Indiquez la (les) réponse(s) exacte(s)

Question 3 (QCM) (*ET 2023*)

- A. le test de l'écart-réduit est applicable, et conduit à rejeter l'hypothèse nulle
- B. le test de Student est applicable, et conduit à rejeter l'hypothèse nulle
- C. recruter plus de patients aurait permis d'augmenter la puissance du test (à α et vraie différence égale)
- D. le seuil de rejet pour le test de Student est supérieur (en valeur absolue) au seuil du test de l'écart réduit
- E. la densité de la loi de Student est asymétrique autour de son espérance

Question 3 (QCM) (ET 2023)

- Groupe 1 : $n_A = 31; m_A = 1,074$
- Groupe 2 : $n_B = 34; m_B = 1,025$
- Ecart-type commun : $s_c = 0,1; s_c^2 = 0,01$
- Statistique de test : $t = \frac{|m_A - m_B|}{\sqrt{s_c^2 \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{1,074 - 1,025}{\sqrt{\frac{0,01}{31} + \frac{0,01}{34}}} = \mathbf{1,9731}$
- Seuil critique (écart-réduit) : $1,9600 < \mathbf{1,9731}$
- Seuil critique (Student à 63 ddl) : $\mathbf{1,9731} < 1,9944 < 2,0003$
- Donc écart-réduit significatif, mais Student non

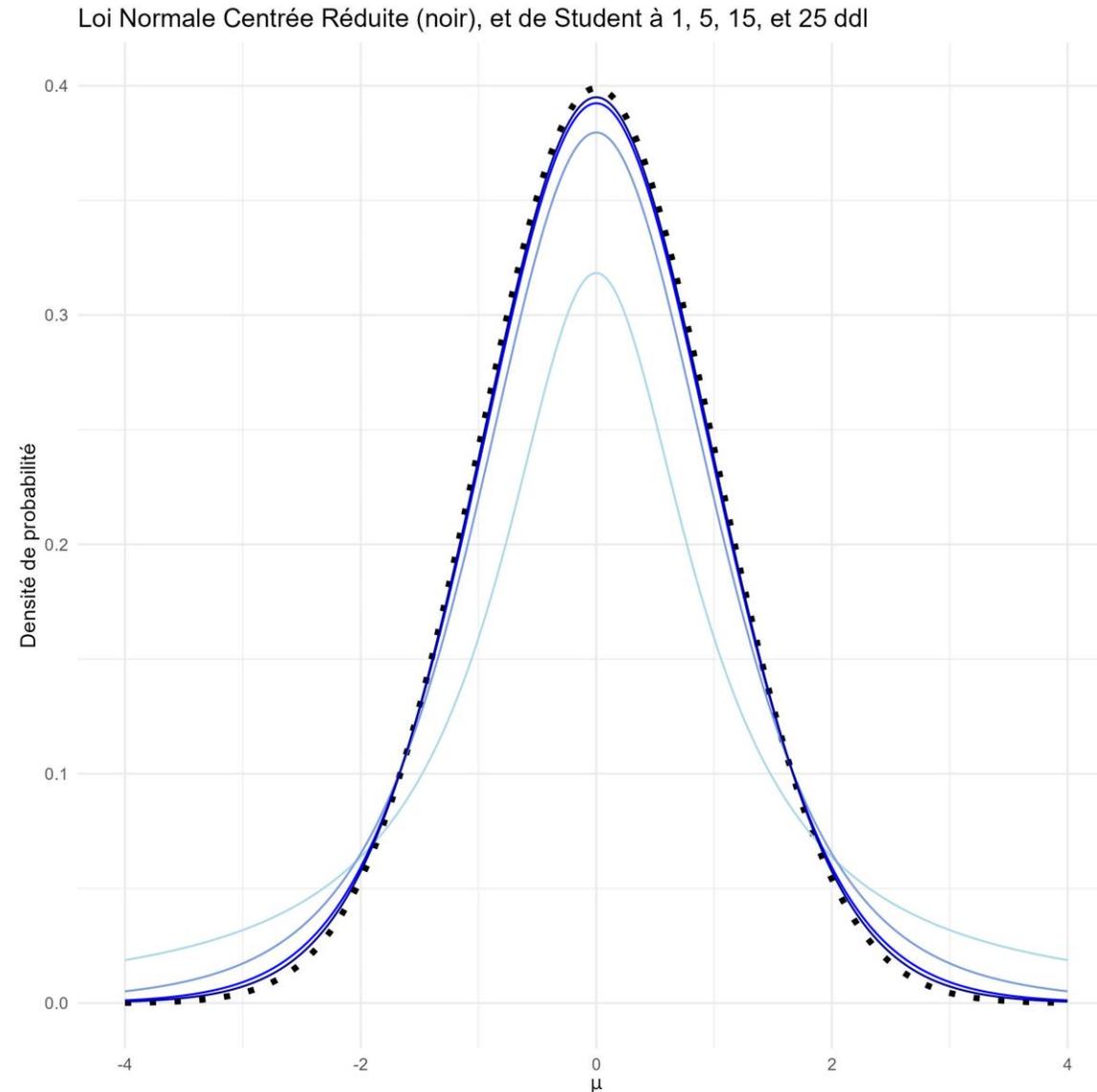
Question 3 (QCM) (ET 2023)

Cf. cours Tests d'hypothèse
2

Risque alpha : aire sous la
courbe fixe

La densité de Student est
au-dessus de la loi
Normale aux queues de
distribution

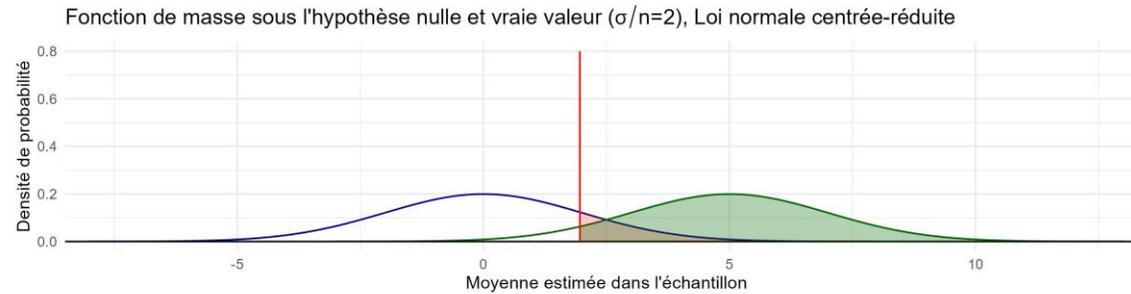
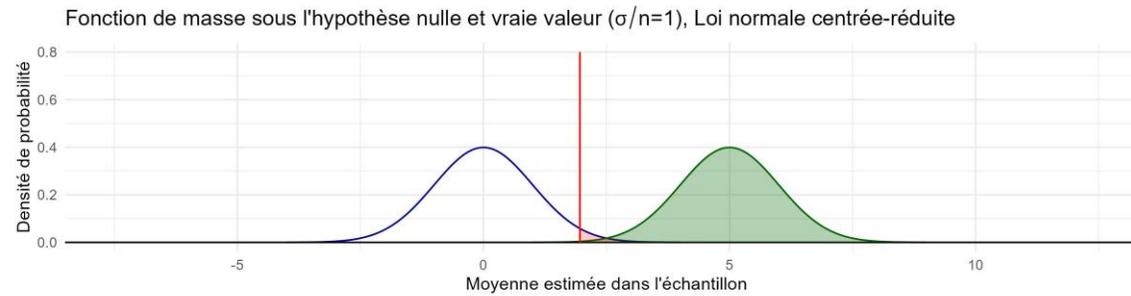
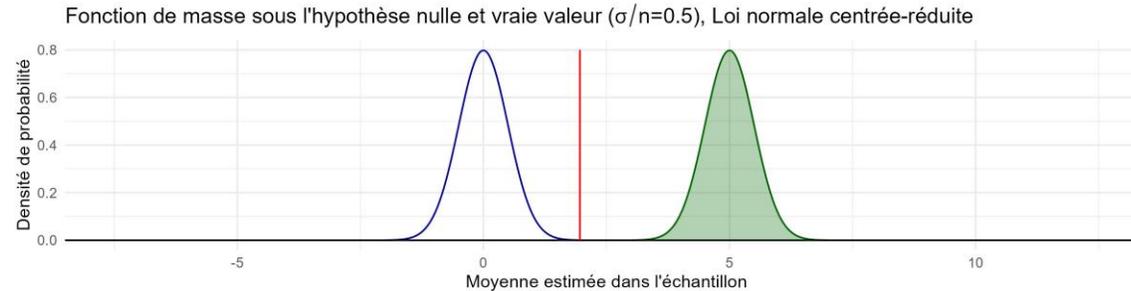
=> Le seuil critique est plus
loin de la moyenne pour
maintenir une aire égale à
 $\alpha/2$



Question 3 (QCM) (ET 2023)

Cf. cours Tests d'hypothèse
2

Une augmentation de n
diminue l'erreur-type et
augmente la puissance



Question 3 (QCM) (*ET 2023*)

- A. le test de l'écart-réduit est applicable, et conduit à rejeter l'hypothèse nulle
- B. le test de Student est applicable, et conduit à rejeter l'hypothèse nulle
- C. recruter plus de patients aurait permis d'augmenter la puissance du test (à α et vraie différence égale)
- D. le seuil de rejet pour le test de Student est supérieur (en valeur absolue) au seuil du test de l'écart réduit
- E. la densité de la loi de Student est asymétrique autour de son espérance

Question 4 (QCM)

A propos des populations d'un essai clinique, choisissez les énoncés corrects parmi les suivants (1 ou plusieurs) :

- A. La population source est d'intérêt pour la pratique clinique
- B. L'échantillon est recruté dans la population source
- C. La population source est déterminée par les critères d'inclusion et d'exclusion
- D. L'échantillon doit être représentatif de la population source pour permettre l'inférence
- E. Le niveau de sévérité de la maladie que l'on cherche à traiter peut être un critère d'inclusion

Populations en essai clinique

Population cible :

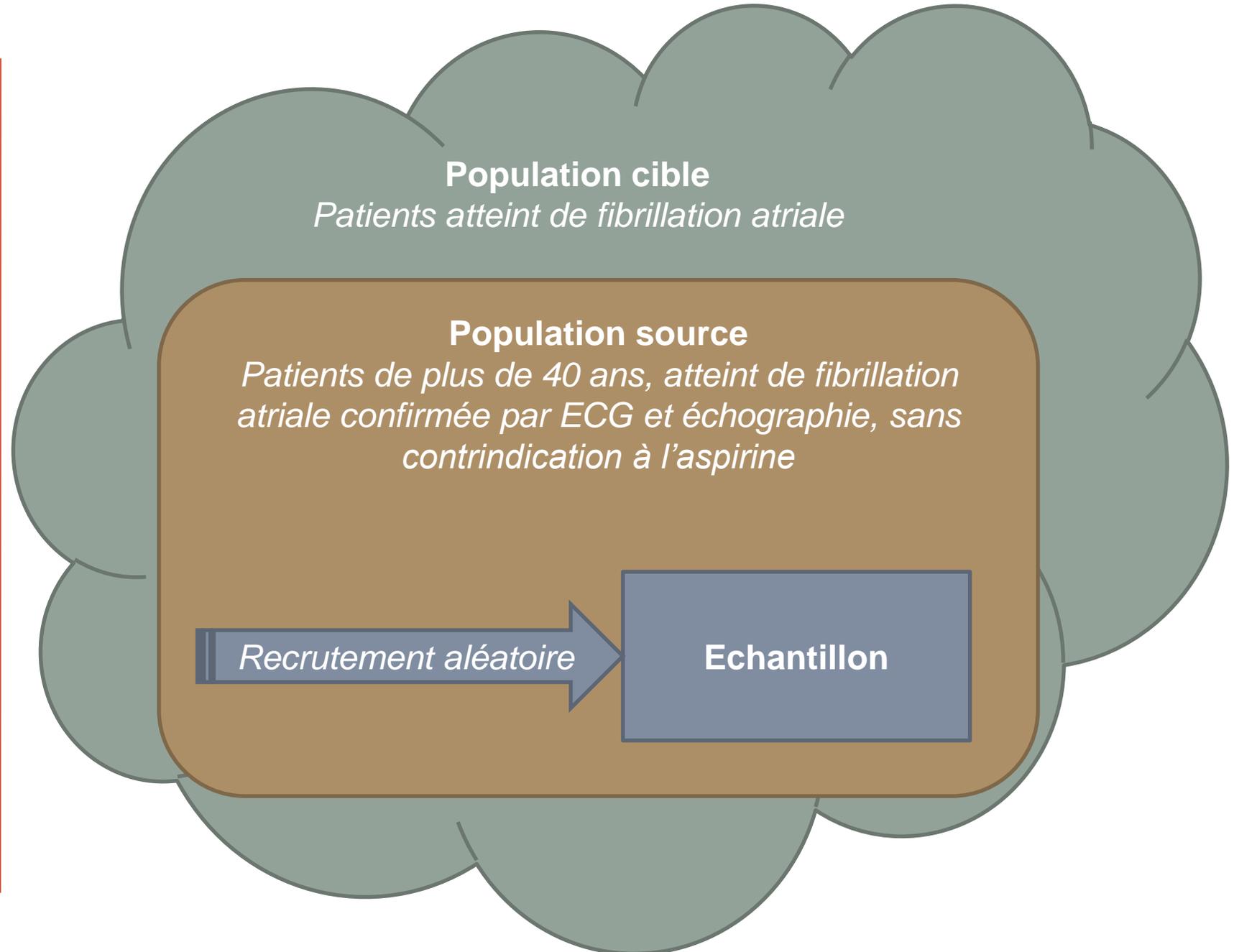
- Population d'intérêt clinique
- Proposer une amélioration

Population source :

- Population définie par l'étude
- Critères d'inclusion et d'exclusion

Echantillon

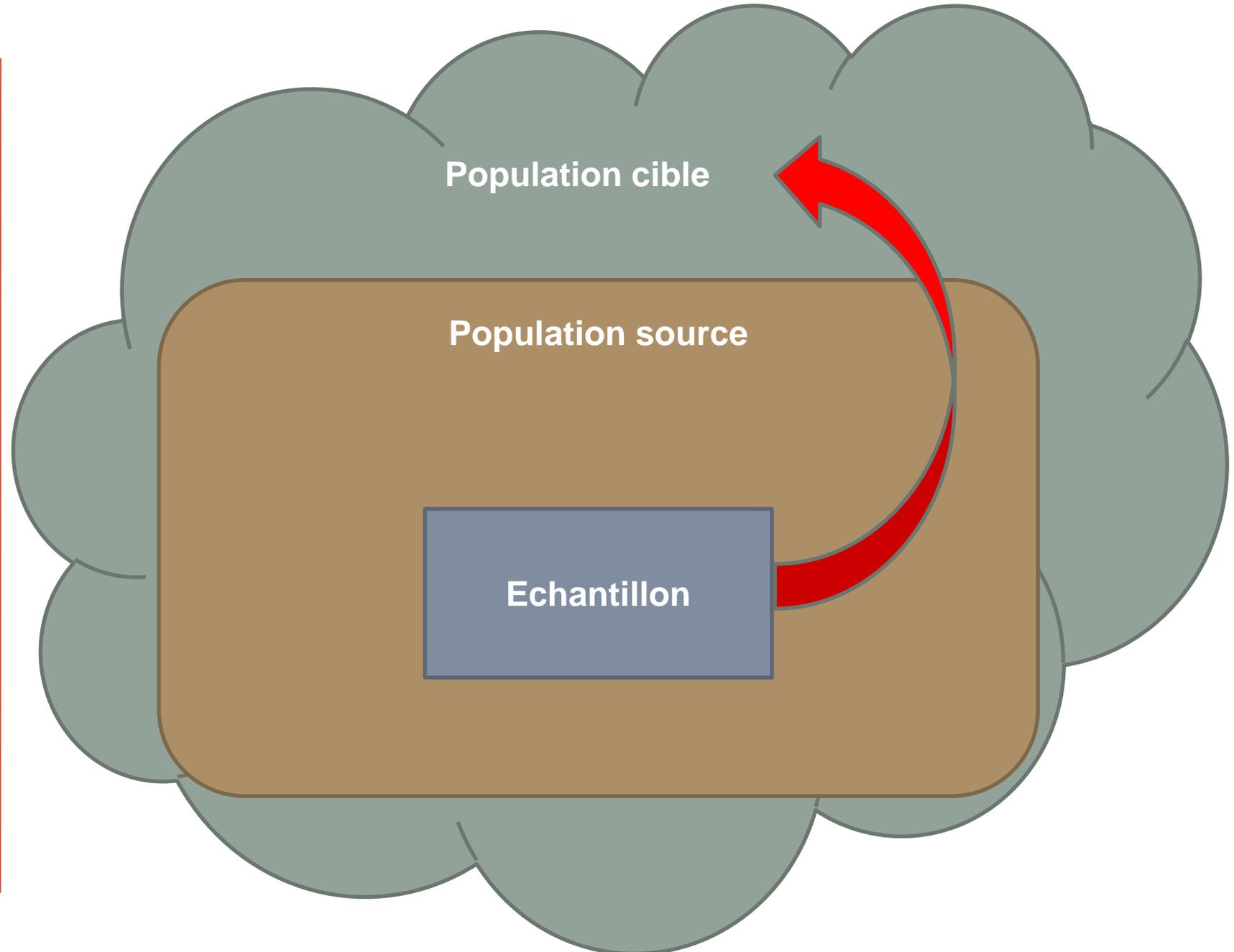
- Recrutement aléatoire dans la population source
- Représentatif



Inférence

On fait une **inférence** sur l'effet du traitement dans la population cible à partir du résultat dans l'échantillon

Les **critères d'inclusion et d'exclusion conditionnent la représentativité** et donc la validité de l'inférence



Question 4 (QCM)

A propos des populations d'un essai clinique, choisissez les énoncés corrects parmi les suivants (1 ou plusieurs) :

- A. La population source est d'intérêt pour la pratique clinique
- B. L'échantillon est recruté dans la population source
- C. La population source est déterminée par les critères d'inclusion et d'exclusion
- D. L'échantillon doit être représentatif de la population source pour permettre l'inférence *De la population cible*
- E. Le niveau de sévérité de la maladie que l'on cherche à traiter peut être un critère d'inclusion

Question 5 (QCM)

Dans un essai clinique, quels sont les énoncés corrects parmi les suivants (1 ou plusieurs réponses) :

- A. la randomisation correspond au tirage aléatoire de l'échantillon dans la population source
- B. la randomisation prévient le biais de confusion
- C. la randomisation prévient le biais de suivi
- D. un essai dit « en ouvert » est exposé au risque de biais de suivi
- E. l'analyse en intention de traiter (ITT) préserve les bénéfices de la randomisation

Les piliers méthodologique de l'essai clinique

Critères d'inclusion et d'exclusion

- Correspondre à la population cible
- **Prévenir le biais de sélection**

Définition du bras contrôle

- Selon les recommandations en vigueur
- Ethique

Randomisation

- **Prévenir le biais de confusion**

Double insu

- **Prévenir le biais de suivi et le biais de mesure**

CJP objectif et reconnu

- **Prévenir le biais de mesure**
- Comparer au reste de la littérature

Analyse en Intention de Traiter (ITT)

- Analyse conservatrice : prévenir les résultats faussement significatifs, respecter la randomisation

Question 5 (QCM)

Dans un essai clinique, quels sont les énoncés corrects parmi les suivants (1 ou plusieurs réponses) :

- A. la randomisation correspond au tirage aléatoire de l'échantillon dans la population source
- B. la randomisation prévient le biais de confusion
- C. la randomisation prévient le biais de suivi
- D. un essai dit « en ouvert » est exposé au risque de biais de suivi
- E. l'analyse en intention de traiter (ITT) préserve les bénéfices de la randomisation