

# TESTS D'HYPOTHÈSE

---

Données continues – Risques et puissance

PASS Lyon Est

Dr. Nicolas ROMAIN-SCELLE

08/10/2024

# Erratum

- Slide 17 :  $H_1: \mu_A \neq \mu_B$  au lieu de  $H_1: \mu_B \neq \mu_B$
- Slide 36 et 37 : précisions, vérifications, corrections sur le quantile de la loi de Student d'intérêt et sa lecture dans la table
- Slide 58 : correction des flèches pour adéquation au cours fait

# COMPARAISON DE MOYENNES

---

Un échantillon à référence : test de l'écart-réduit

# Cadre général du problème

- Une moyenne est estimée sur un échantillon lors d'une expérience
- On cherche à savoir si la moyenne estimée est **significativement** différente d'une moyenne de référence, à un risque  $\alpha$  donné

# Données du cas d'étude

- En 2013, la taille moyenne des hommes en Europe était estimée à **178 +/- 7 cm (référence)**.
- Lors d'une étude européenne, incluant 813 patients, la taille moyenne des hommes de la population dont est issue l'échantillon a été estimée à 174 +/- 5 cm.
- Existe-t-il une différence statistiquement significative entre la population de l'étude et la population générale des hommes en Europe ?

# Variance de VA binaire et continue

## Variable aléatoire binaire

- La variance d'une VA binaire  $X$  dépend **totalemment** de son espérance
- $Var(X) = E(X) * (1 - E(X))$
- Pour  $X \sim Bernouilli(\pi)$

## Variable aléatoire continue

- La variance d'une VA continue  $Y$  n'est pas définie par son espérance
- **$E(Y)$  et  $Var(Y)$  sont deux valeurs indépendantes**

*Note : la variance d'une VA continue peut dépendre de son espérance, mais c'est hors du programme de PASS*

# Hypothèses nulle et alternative

- Les hypothèses sont analogues au cas applicable au proportions
  - $H_0: \mu = \mu_0$
  - $H_1: \mu \neq \mu_0$
- Notez qu'on ne pose pas d'hypothèses sur la **variance** de la variable étudiée.
- Dans cet exemple, elle est connue.

# Modélisation du problème

- L'énoncé nous donne les valeurs suivantes :
- $n = 813$
- Pour la **référence** :
  - $\mu_0 = 178$
  - $\sigma = 7$  donc  $\sigma^2 = 7^2 = 49$
- **Estimé** dans l'échantillon :
  - $m = 174$
  - $s = 5$  donc  $s^2 = 25$



# Conditions d'applications

- On souhaite utiliser le test de l'écart-réduit
- *Il est nécessaire de pouvoir considérer que la variable testée suit asymptotiquement une loi normale*
- Pour une variable continue, la condition est  $n \geq 30$
- $n = 813 > 30$  donc les conditions d'application du TCL sont réunies

# L'expérience sous $H_0$

- On considère que la VA  $X$  modélisant la taille d'un individu suit une loi :  $X \sim \mathcal{L}(\mu, \sigma^2)$
- La moyenne  $M$  d'une série de  $n$  VA continues  $X$  i.i.d. suit donc asymptotiquement une loi normale (TCL) :

$$M \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

- Sous l'hypothèse nulle :

$$M_{H_0} \sim \mathcal{N}\left(\mu_0, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

# La statistique de test

- Notre statistique de test est la VA  $Z$ , obtenue après centrage réduction :

$$Z = \frac{|M - \mu|}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

- Sous l'hypothèse nulle :

$$Z_{H_0} = \frac{|M - \mu_0|}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

# Application numérique

$$z_{H_0}^{obs} = \frac{|m - \mu_0|}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{|174 - 178|}{\sqrt{\frac{49}{813}}} \cong 16$$

- Pour  $\alpha = 0,05$ , le seuil de rejet est  $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$
- $z_{H_0}^{obs} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  donc **on rejette l'hypothèse nulle** au risque de première espèce de 5%.
- On doit s'interroger sur l'écart entre notre population étudiée et la population générale européenne

# Test de l'écart-réduit pour la comparaison d'une moyenne estimée à une référence

$$Z_{H_0} = \frac{|M - \mu_0|}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

- Avec

- $M$  moyenne estimée dans l'échantillon
- $\mu_0$  référence sous  $H_0$
- $\sigma^2$  variance de la variable aléatoire testée
- $n$  effectif de l'échantillon

- Seuil de rejet : quantile au niveau  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi normale centrée réduite

- Pour  $\alpha = 5\%$ ,  $z_{1-\alpha/2} \cong 1,96$

- Conditions :

- $n \geq 30$
- $\sigma^2$  est connu

# COMPARAISON DE MOYENNES

---

Deux échantillons indépendants : test de l'écart-réduit

# Cadre général du problème

- On souhaite comparer deux moyennes estimées dans deux échantillons indépendants tirés dans une population
- Existe-t-il une différence statistiquement significative entre les moyennes estimées dans ces deux échantillons ?

# Données du cas d'étude

- On présente des résultats de l'étude susmentionnée, qui visait à estimer le lien entre apports nutritionnels satisfaisant dans l'enfance et taille moyenne à l'âge adulte.
- Dans le groupe A (213 sujets), apports satisfaisants, la taille moyenne des hommes adultes est estimée à  $181 \pm 5$  cm.
- Dans le groupe B (214 sujets), apports insuffisants, la taille moyenne des hommes adultes est estimée à  $178 \pm 6$  cm.



# Hypothèses nulle et alternative

- Les hypothèses sont analogues au cas applicable au proportions
- $H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_0, \Delta_{AB} = 0$
- $H_1: \mu_A \neq \mu_B \neq \mu_0, \Delta_{AB} \neq 0$
- Notez qu'on ne pose toujours pas d'hypothèses sur la **variance** de la variable étudiée.
- Dans cet exemple, on devra les estimer.

# Modélisation du problème

- Groupe A :
  - $m_A = 181$
  - $s_A = 5$  donc  $s_A^2 = 25$
  - $n_A = 213$
- Groupe B :
  - $m_B = 178$
  - $s_B = 6$  donc  $s_B^2 = 36$
  - $n_B = 214$
- Conditions d'applications :
  - $n_A \geq 30$  **conforme**
  - $n_B \geq 30$  **conforme**
- Rappel :  $S^2$  est un estimateur non biaisé de la variance de  $X$  dans un groupe :
- $$S^2 = \frac{1}{n_i - 1} \sum_{i=1}^{n_i} (x_i - \bar{x})^2$$

# Distribution de la différence des estimateurs

$$M_A - M_B$$

- Nos deux échantillons (A et B) sont indépendants, on peut donc poser :

$$M_A - M_B \sim \mathcal{N} \left( \Delta_{AB}, \frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B} \right)$$

- Après centrage et réduction :

$$Z = \frac{(M_A - M_B) - \Delta_{AB}}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

# Distribution de la différence des estimateurs

## $M_A - M_B$ sous $H_0$

- Pour obtenir la statistique de test sous l'hypothèse nulle, on substitue :

$$Z = \frac{(M_A - M_B) - \Delta_{AB}}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$Z_{H_0} = \frac{(M_A - M_B) - 0}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

# Distribution de la différence des estimateurs

$M_A - M_B$  sous  $H_0$

- Il nous manque toujours les variances pour la réalisation du calcul : on ne connaît pas  $\sigma_A^2$  ni  $\sigma_B^2$

$$Z_{H_0} = \frac{M_A - M_B}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

# Distribution de la différence des estimateurs

$\widehat{\mu}_A - \widehat{\mu}_B$  sous  $H_0$

- Deux options sont possibles pour identifier la variance :
  - **Les variances entre échantillons sont assez proches pour être égales**
  - Les variances sont différentes (hors programme)

$$Z_{H_0} = \frac{|M_A - M_B|}{\sqrt{\frac{\sigma_A^2}{n_A} + \frac{\sigma_B^2}{n_B}}} \sim \mathcal{N}(0,1), \text{ avec } \sigma_A^2 \cong \sigma_B^2$$

# Distribution de la différence des estimateurs

$\widehat{\mu}_A - \widehat{\mu}_B$  sous  $H_0$

- On doit estimer une **variance commune**

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{(n_A - 1) + (n_B - 1)}$$

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

# Distribution de la différence des estimateurs

$\widehat{\mu}_A - \widehat{\mu}_B$  sous  $H_0$

- Nous avons désormais une statistique de test applicable :

$$Z_{H_0} = \frac{|M_A - M_B|}{\sqrt{S_c^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$



# Application numérique

- **Estimation de la variance commune :**

$$s_c^2 = \frac{(n_A - 1)s_A^2 + (n_B - 1)s_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

$$s_c^2 = \frac{(213 - 1) * 25 + (214 - 1) * 36}{213 + 214 - 2} \cong 30,51$$

# Application numérique

$$z_{H_0}^{obs} = \frac{|m_A - m_B|}{\sqrt{s_c^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{|181 - 178|}{\sqrt{30,51 * \left( \frac{1}{213} + \frac{1}{214} \right)}} \cong 5,61$$

- Pour  $\alpha = 0,05$ ,  $z_{1-\frac{\alpha}{2}} = 1,96$  donc  $z_{H_0}^{obs} > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$
- **On rejette l'hypothèse nulle au risque de première espèce de 5%.**

# Test de l'écart-réduit pour la comparaison de deux moyennes estimées

$$Z_{H_0} = \frac{|M_A - M_B|}{\sqrt{S_c^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} \sim \mathcal{N}(0,1)$$

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

- Avec

- $M_A, M_B$  estimateurs de la moyenne
- $S_A^2, S_B^2$  estimateurs non biaisés de la variance
- $n_A, n_B$  effectif des échantillons

- Seuil de rejet : quantile au niveau  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi normale centrée réduite
- Pour  $\alpha = 5\%$ ,  $z_{1-\alpha/2} = 1,96$
- Conditions :
  - $n_A \geq 30$
  - $n_B \geq 30$
  - Variances égales ou proches

# COMPARAISON DE MOYENNES

---

Deux échantillons indépendants : test de Student

# Pourquoi un nouveau test ?

- Le test de l'écart-réduit repose sur le fait que l'estimateur d'intérêt suit **asymptotiquement** une loi normale : si  $n$  est grand, alors la moyenne ou la somme d'une série de  $X$  suit une loi normale.
- Souvent, on peut affirmer que  $X$  suit une loi normale directement.
- Dans ce cas, l'estimateur d'intérêt suit une loi normale, **indépendamment de  $n$** .

# Pourquoi un nouveau test ?

- Dans ce cas, on peut faire des comparaisons de moyennes sans respecter  $n \geq 30$
- **On doit en revanche pouvoir dire que la variable aléatoire continue étudiée est normalement distribuée** (mise en pratique hors programme)

# Le test de Student

- Raisonement et statistique de test très semblable au test de l'écart-réduit. Si  $n$  est grand, les deux tests sont équivalents.
- **La statistique de test suit une loi de Student (notée  $T$ ), et non une loi normale centrée réduite (notée  $Z$ ).**
- On décrit trois formes de ce test :
  - Variances égales entre échantillons (cas particulier du suivant)
  - **Variances proches entre échantillons (cas présenté)**
  - Variances inégales (test t de Welch, hors programme)

# La statistique de test

- La statistique est strictement identique à celle du test de l'écart réduit, mais suit une loi différente :

$$T_{H_0} = \frac{|M_A - M_B|}{\sqrt{S_c^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} \sim T_{(n_A + n_B - 2)}$$

- La statistique  $T_{H_0}$  suit une **loi de Student à  $(n_A + n_B - 2)$  degrés de liberté**



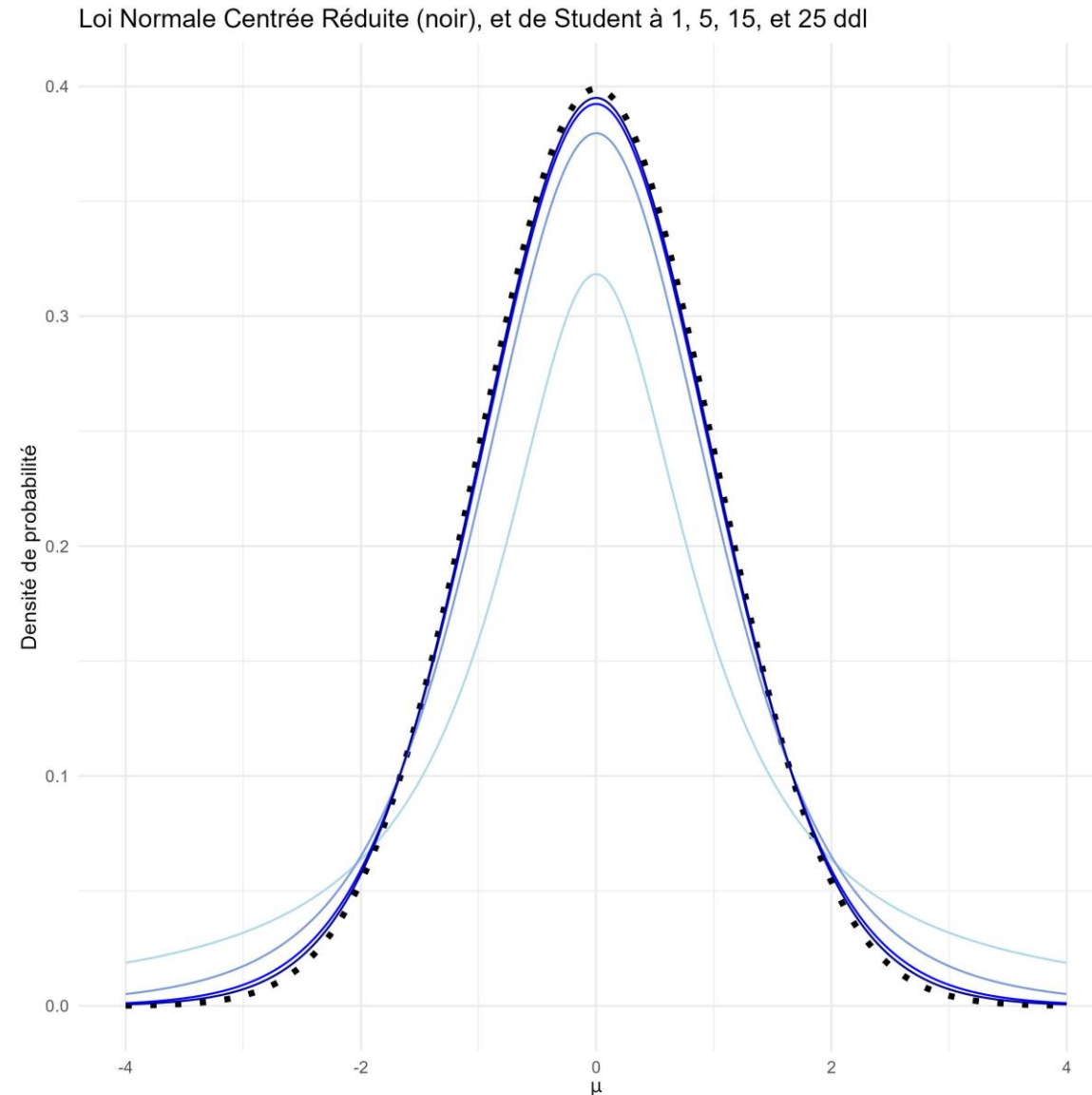
## La loi de Student

Définie uniquement par son degré de liberté

Symétrique autour de 0

**Figure :**

- Points : LNCR
- Courbes continues : Student à 1, 5, 15, 25 ddl (de bas en haut)
- Plus  $n$  (donc les degrés de liberté) est élevé, plus la Student approche une LNCR



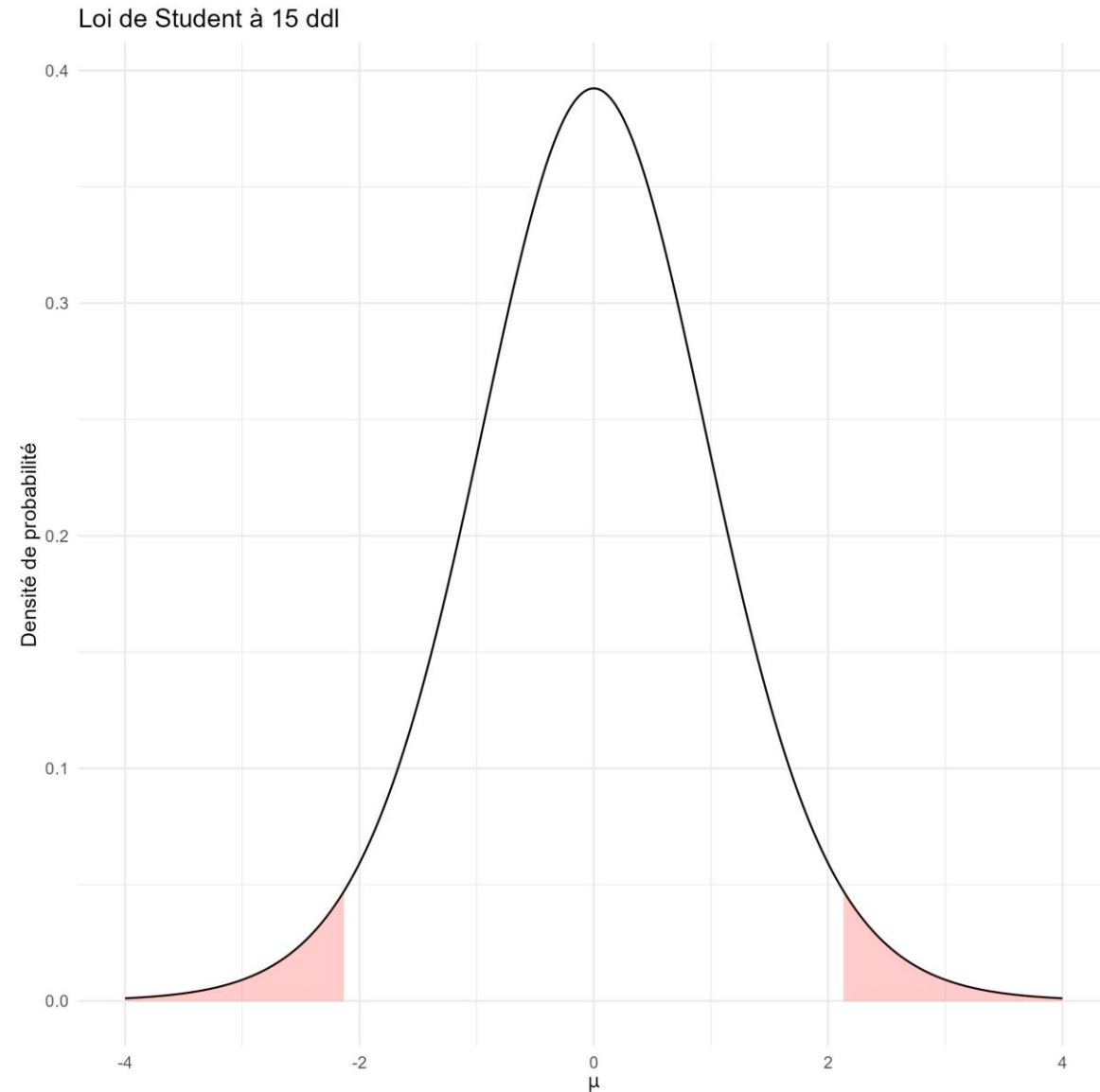
## La loi de Student

Définie uniquement par son degré de liberté

Symétrique autour de 0

Raisonnement du test :  
identique à la loi Normale

- $\alpha$  est distribué à gauche et à droite



# Application numérique (exemple précédent)

- La statistique de test vaut  $t_{H_0}^{obs} \cong 5,61$
- Le quantile  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{425} \cong 1,9656$  est le seuil de rejet
- **On rejette l'hypothèse nulle au risque  $\alpha$  de 5%**
- *Notez que  $t_{1-\frac{\alpha}{2}}^{425} \cong z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  : le test de Student est asymptotiquement équivalent à celui de l'écart-réduit*

# La table de la loi de Student

1. On calcule le ddl
2. Sur la ligne du ddl, on cherche la colonne correspondant à  $\alpha$
3. Si valeur exacte indisponible, on encadre
4. Si  $ddl > 100$ , dernière ligne (valeurs de la LNCR)

**Attention : la table donne la probabilité d'être au-dessus du quantile combinée à gauche et à droite, on doit donc chercher  $p = \alpha$  et non  $p = 1 - \alpha/2$**

## Loi de Student

Soit  $T$  une variable aléatoire suivant une loi de Student à  $n$  degrés de liberté. Pour une probabilité  $p$  donnée, la table donne la valeur de  $t$  telle que  $P(|T| > t) = p$

ddl	p	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,001
1		0,1584	0,3249	0,5095	0,7265	1,0000	1,3764	1,9626	3,0777	6,3138	12,7062	31,8205	63,6567	127,3213	636,6192
2		0,1421	0,2887	0,4447	0,6172	0,8165	1,0607	1,3862	1,8856	2,9200	4,3027	6,9646	9,9248	14,0890	31,5991
3		0,1366	0,2767	0,4242	0,5844	0,7649	0,9785	1,2498	1,6377	2,3534	3,1824	4,5407	5,8409	7,4533	12,9240
4		0,1338	0,2707	0,4142	0,5686	0,7407	0,9410	1,1896	1,5332	2,1318	2,7764	3,7469	4,6041	5,5976	8,6103
5		0,1322	0,2672	0,4082	0,5594	0,7267	0,9195	1,1558	1,4759	2,0150	2,5706	3,3649	4,0321	4,7733	6,8688
6		0,1311	0,2648	0,4043	0,5534	0,7176	0,9057	1,1342	1,4398	1,9432	2,4469	3,1427	3,7074	4,3168	5,9588
7		0,1303	0,2632	0,4015	0,5491	0,7111	0,8960	1,1192	1,4149	1,8946	2,3646	2,9980	3,4995	4,0293	5,4079
8		0,1297	0,2619	0,3995	0,5459	0,7064	0,8889	1,1081	1,3968	1,8595	2,3060	2,8965	3,3554	3,8325	5,0413
9		0,1293	0,2610	0,3979	0,5435	0,7027	0,8834	1,0997	1,3830	1,8331	2,2622	2,8214	3,2498	3,6897	4,7809
10		0,1289	0,2602	0,3966	0,5415	0,6998	0,8791	1,0931	1,3722	1,8125	2,2281	2,7638	3,1693	3,5814	4,5869
11		0,1286	0,2596	0,3956	0,5399	0,6974	0,8755	1,0877	1,3634	1,7959	2,2010	2,7181	3,1058	3,4966	4,4370
12		0,1283	0,2590	0,3947	0,5386	0,6955	0,8726	1,0832	1,3562	1,7823	2,1788	2,6810	3,0545	3,4284	4,3178
13		0,1281	0,2586	0,3940	0,5375	0,6938	0,8702	1,0795	1,3502	1,7709	2,1604	2,6503	3,0123	3,3725	4,2208

80		0,1261	0,2542	0,3867	0,5265	0,6776	0,8461	1,0432	1,2922	1,6641	1,9901	2,3739	2,6387	2,8870	3,4163
90		0,1260	0,2541	0,3866	0,5263	0,6772	0,8456	1,0424	1,2910	1,6620	1,9867	2,3685	2,6316	2,8779	3,4019
100		0,1260	0,2540	0,3864	0,5261	0,6770	0,8452	1,0418	1,2901	1,6602	1,9840	2,3642	2,6259	2,8707	3,3905
Inf		0,1257	0,2533	0,3853	0,5244	0,6745	0,8416	1,0364	1,2816	1,6449	1,9600	2,3263	2,5758	2,8070	3,2905

# Test de Student pour la comparaison de deux moyennes estimées

$$T_{H_0} = \frac{|M_A - M_B|}{\sqrt{S_c^2 \left( \frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} \sim T_{(n_A + n_B - 2)}$$

$$S_c^2 = \frac{(n_A - 1)S_A^2 + (n_B - 1)S_B^2}{n_A + n_B - 2}$$

- Avec

- $M_A, M_B$  estimateurs de la moyenne
- $S_A^2, S_B^2$  estimateurs non biaisés de la variance
- $n_A, n_B$  effectif des échantillons

- Seuil de rejet : quantile au niveau  $1 - \frac{\alpha}{2}$  de la loi de Student (chercher  $p = \alpha$  et non  $p = 1 - \frac{\alpha}{2}$  dans la table)
- Conditions :
  - Variables normalement distribuées
  - Variances égales ou proches (information donnée dans l'énoncé)
- *Ce test est dans votre formulaire*

# RISQUES ASSOCIÉS AU TEST

---

# Les risques de faire erreur

- Lors de la réalisation d'un test d'hypothèse, deux risques existent de faire erreur dans la conclusion :
- Rejeter  $H_0$  alors que celle-ci est vraie : **le risque de première espèce ( $\alpha$ )**
- Ne pas rejeter  $H_0$  alors que celle-ci est fausse : **le risque de seconde espèce ( $\beta$ )**

## Les risques en une slide

Cf. Wikipedia EN, « Type I and Type II errors »

		L'hypothèse nulle ( $H_0$ ) est...	
		Vraie	Fausse
Décision sur l'hypothèse nulle ( $H_0$ )	Ne pas rejeter	Inférence correcte (vrai négatif) (probabilité = $1-\alpha$ )	Erreur de type II (faux négatif) (probabilité = $\beta$ )
	Rejeter	Erreur de type I (faux positif) (probabilité = $\alpha$ )	Inférence correcte (vrai positif) (probabilité = $1-\beta$ )



# Risque de première espèce, $\alpha$

- **Probabilité fixée par l'investigateur, en amont de la réalisation du test**
- Objectif : contrôler le risque de dire à tort qu'une différence existe
- Sert donc de règle de décision pour le test

# Risque de seconde espèce, $\beta$

- **Probabilité non connue, dépendante de la vraie valeur du paramètre étudié**
- Le risque de seconde espèce correspond au risque, sachant que l'hypothèse nulle est fautive, de ne pas la rejeter
- Par essence, on ne peut pas le calculer : il serait nécessaire de savoir quelle valeur du paramètre, parmi toutes celles possibles sous  $H_1$ , est vraie.
- Le risque  $\beta$  est d'intérêt dans le calcul de la **puissance** d'un test, en amont de celui-ci.

# Puissance, $1 - \beta$

- La **puissance**, complément du risque de seconde espèce, « mesure » la capacité d'un test à détecter une **différence significative spécifique** (pour une « vraie valeur » donnée).
- Elle est utilisée en **calcul du nombre d'effectifs** (hors cadre de ce cours) : « De combien de sujets ai-je besoin dans mon expérience pour prouver une différence avec une puissance de 80% ? »

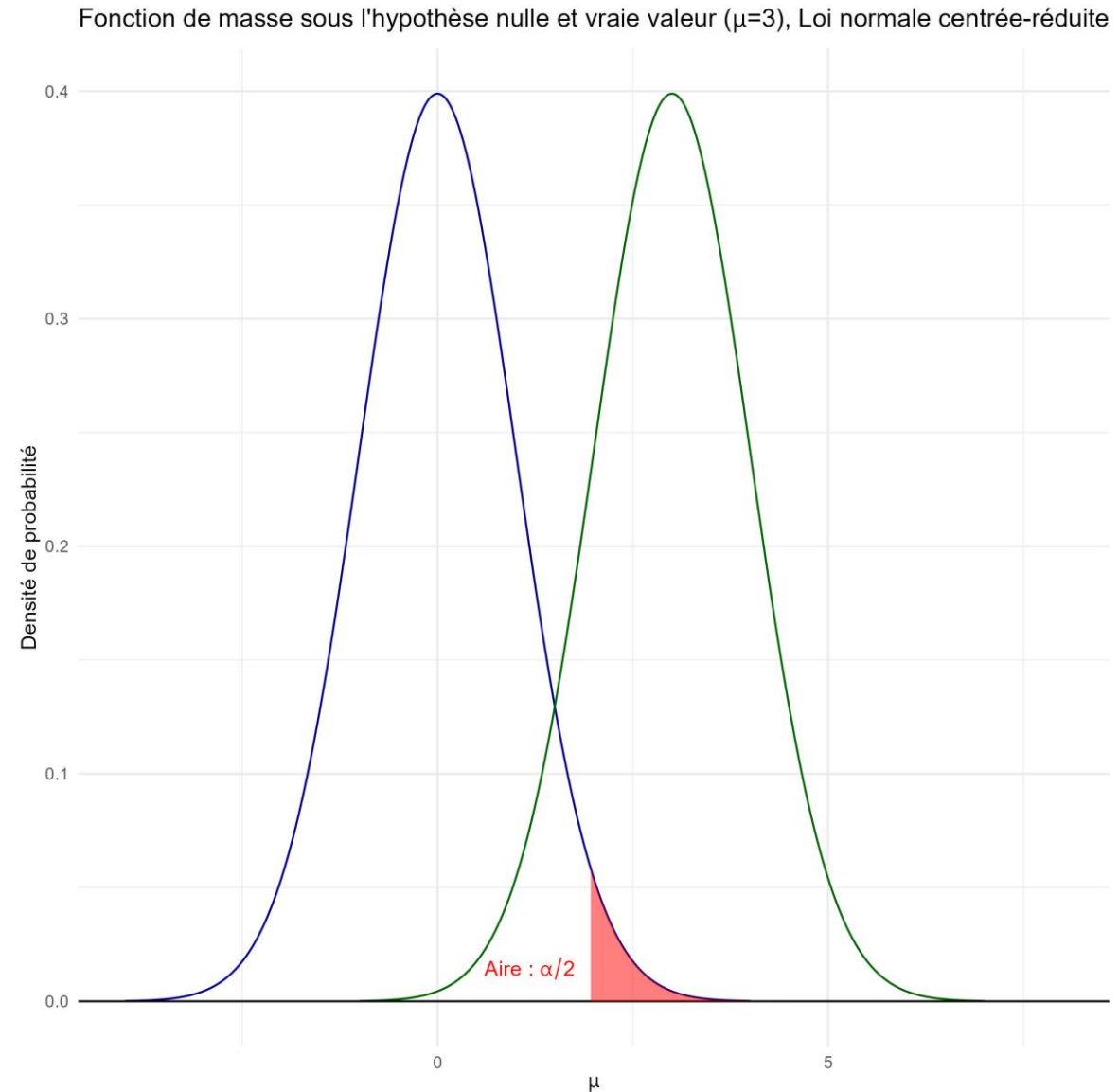
## Puissance

Rappel :  $\alpha$  est une probabilité définie sous  $H_0$ , matérialisée par l'aire en rouge sur cette figure

Le quantile  $z_{1-\frac{\alpha}{2}}$  définit à gauche cette aire sous la courbe.

### Courbes :

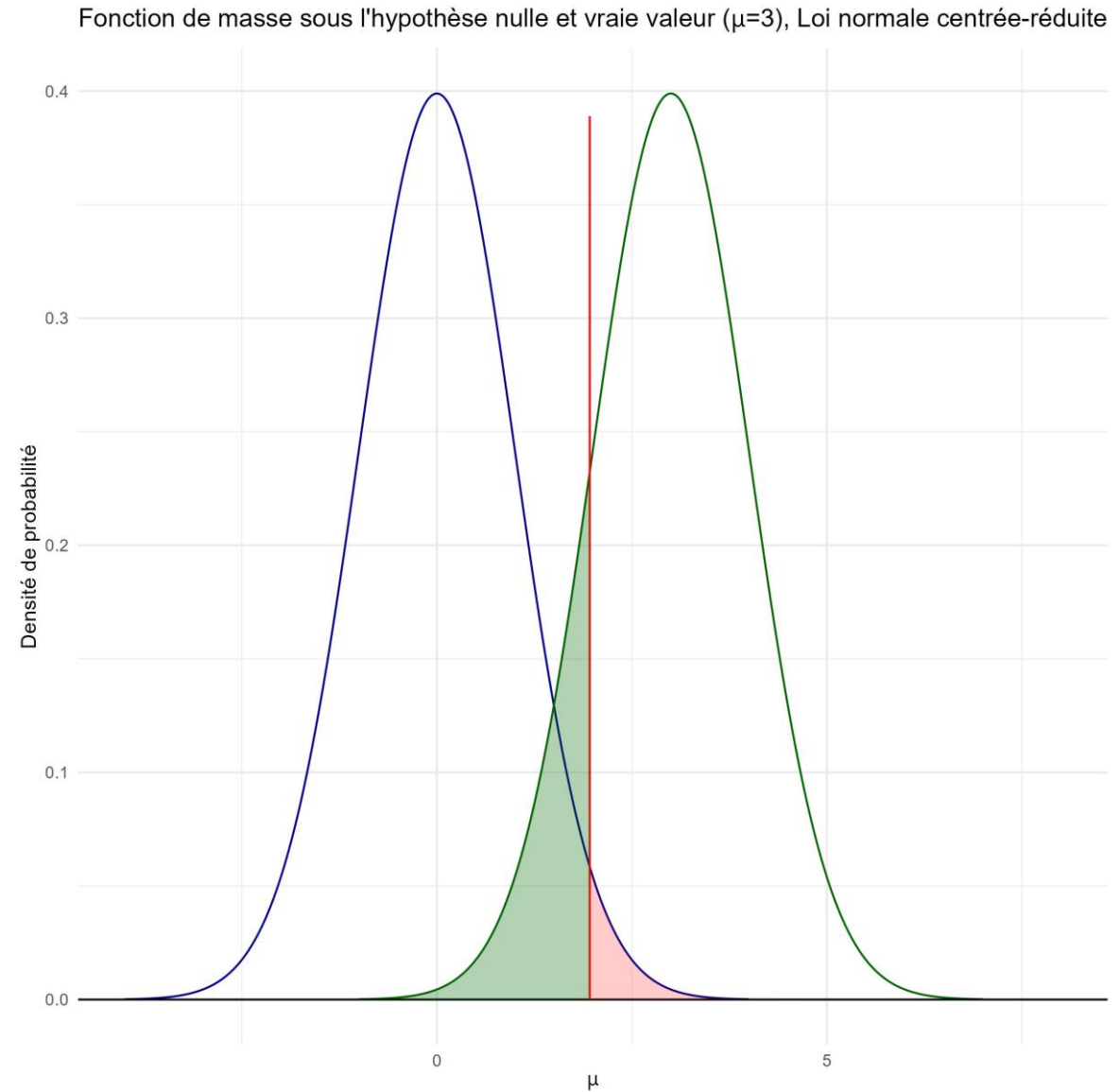
- Bleue : distribution du résultat expérimental sous  $H_0$
- Verte : distribution du résultat expérimental réel (vraie valeur)



## Puissance

Sous la vraie distribution, on peut définir une aire **par la droite** avec le seuil de rejet.

Cette aire correspond au **risque de seconde espèce,  $\beta$**

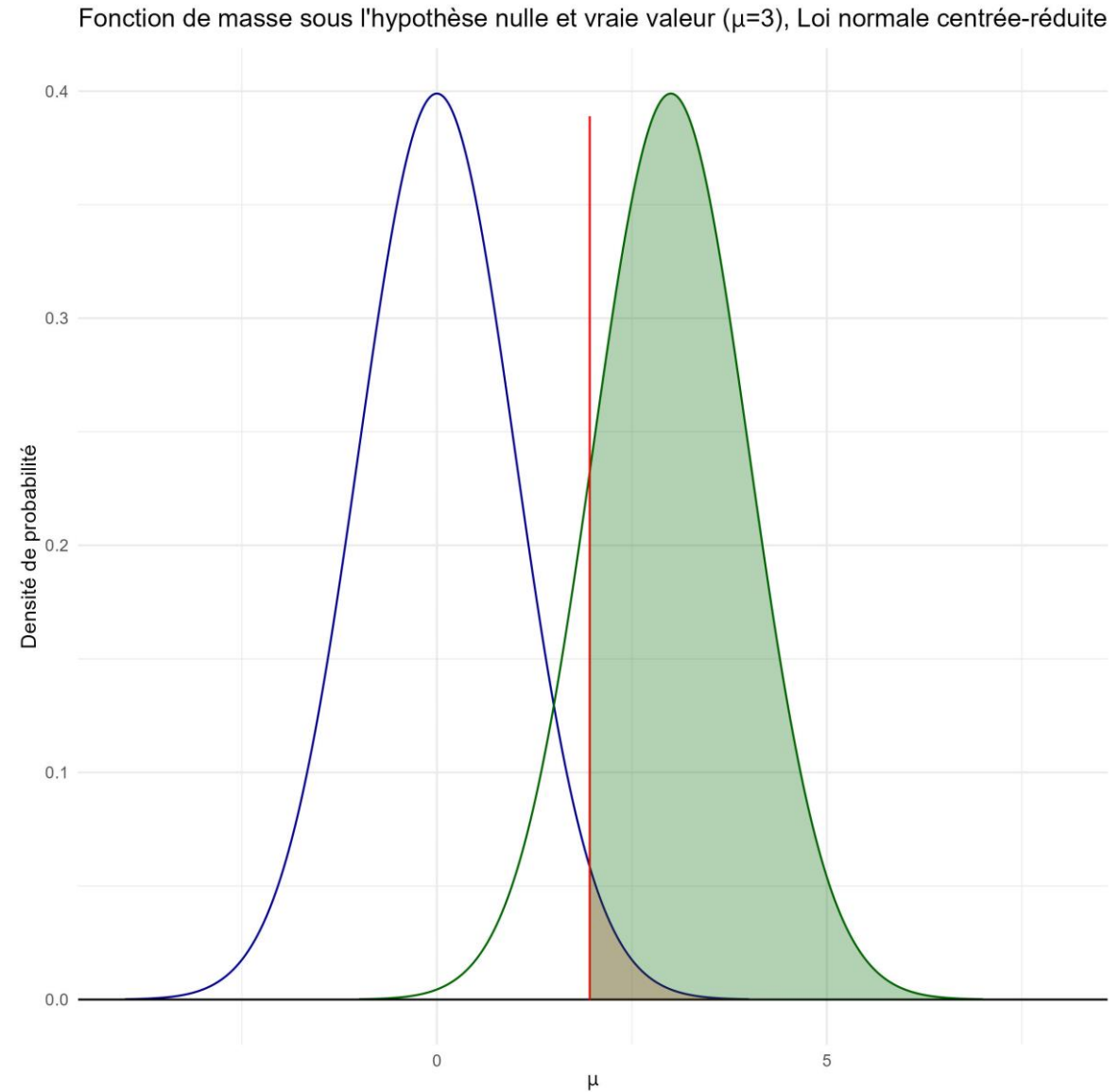


## Puissance

La puissance est le complément de  $\beta$ , donc **l'aire sous la vraie distribution définie par la gauche** par le seuil de rejet.

La puissance varie en fonction de :

- $\alpha$
- $\mu_0 - \mu$
- $\sigma$
- $n$  via l'erreur-type

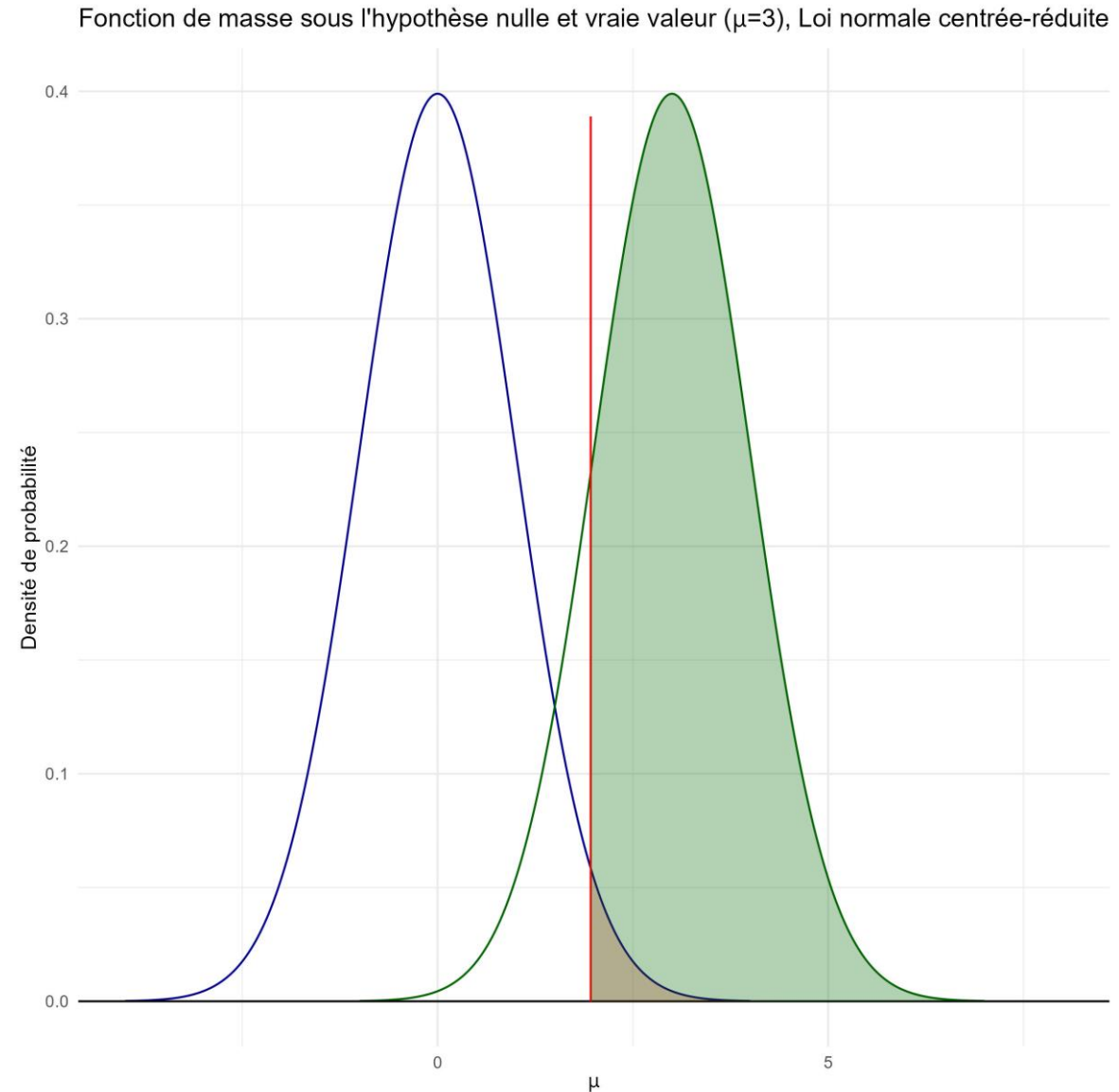


## Puissance

Connaître la puissance requiert de connaître la vraie valeur du paramètre.

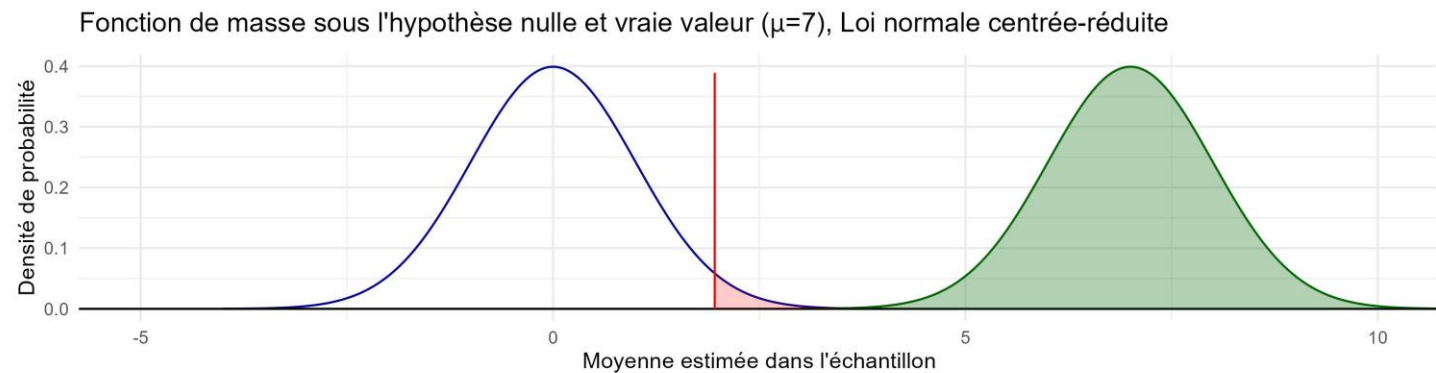
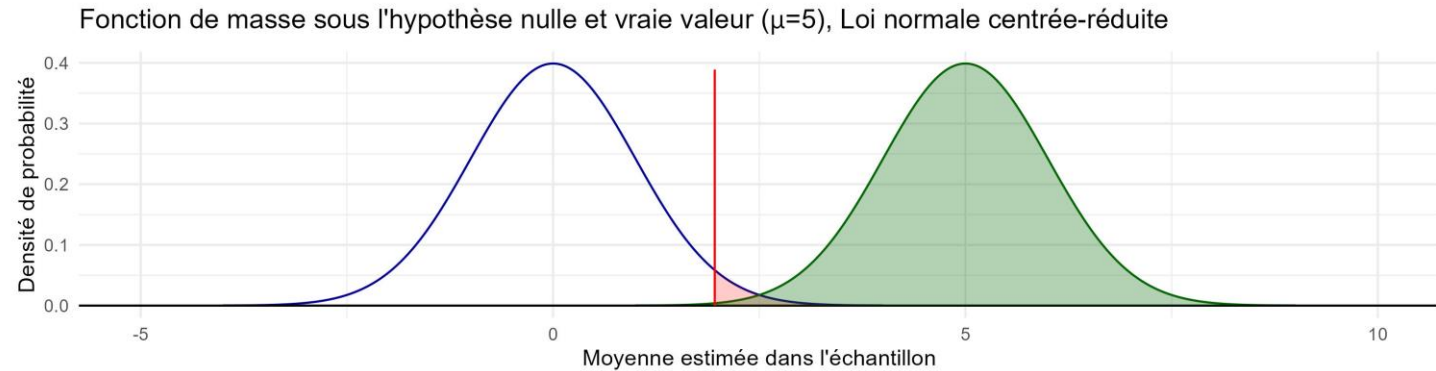
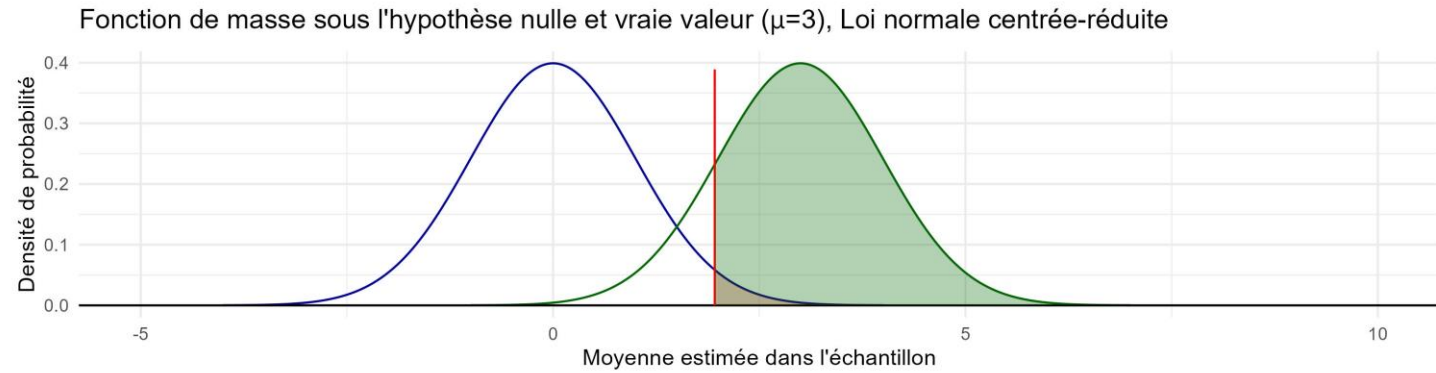
**Donc on ne connaît jamais la puissance effective d'un test.**

Le seul moment où la puissance est connue avec certitude, c'est lors du calcul du nombre de sujets nécessaire, où l'on présuppose une « vraie valeur ».



# Puissance

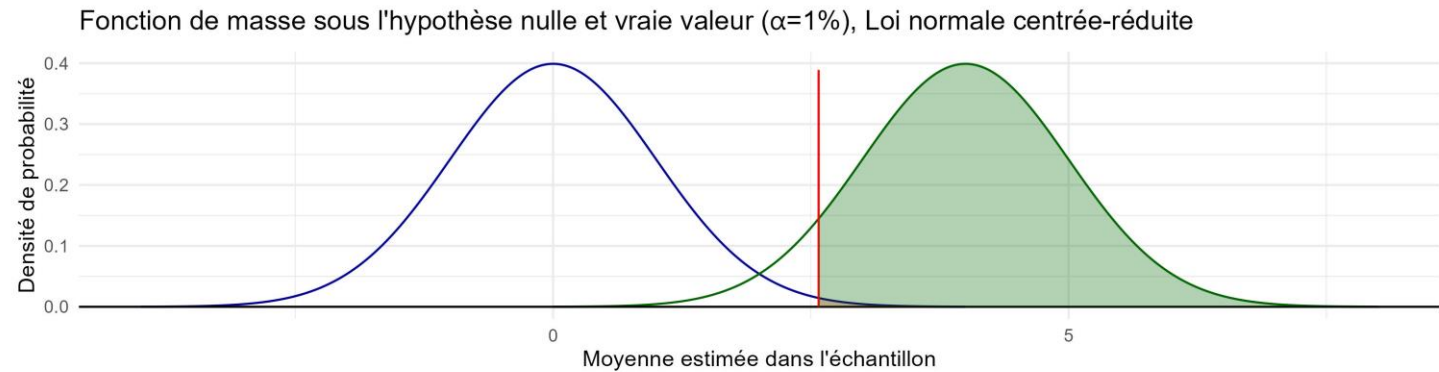
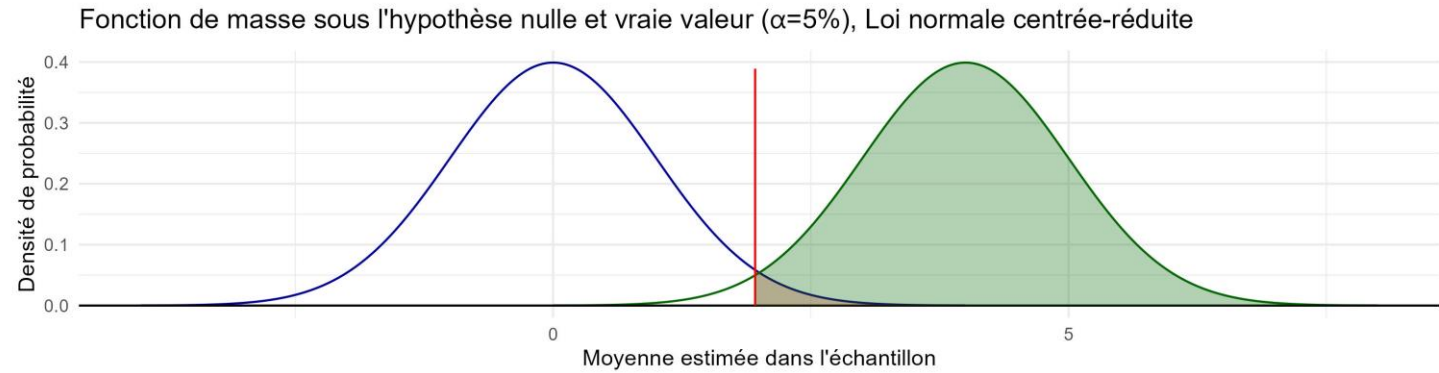
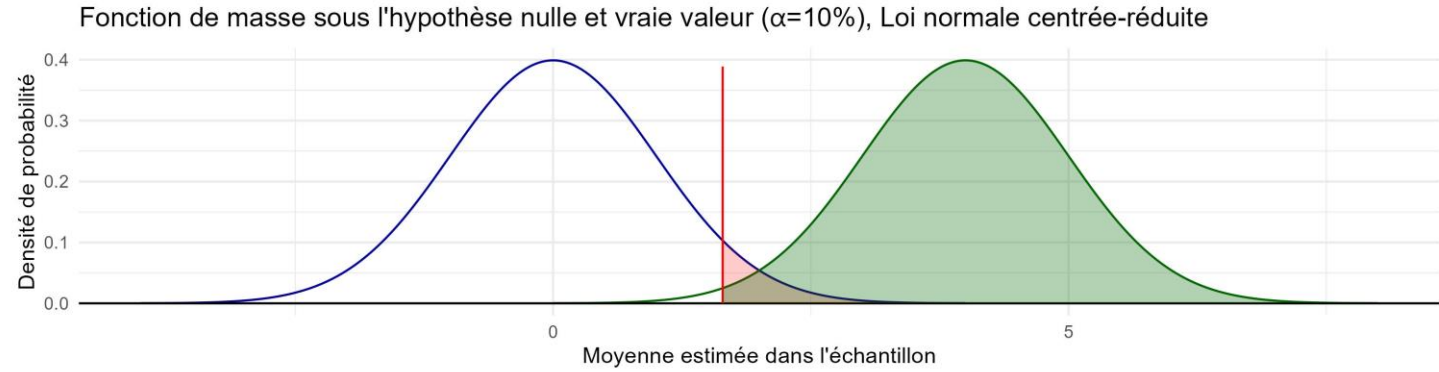
Variation en fonction de l'écart entre l'hypothèse nulle et la vraie valeur.





# Puissance

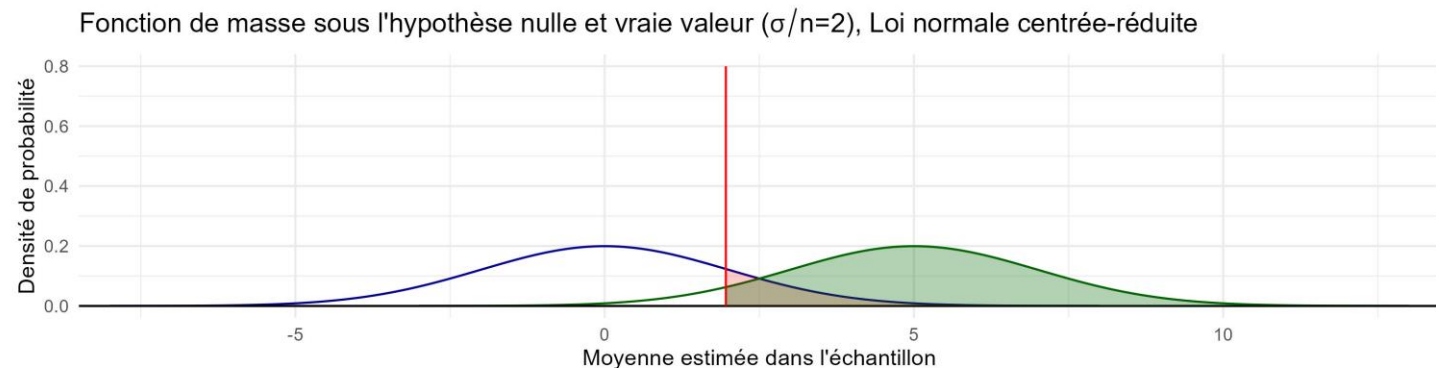
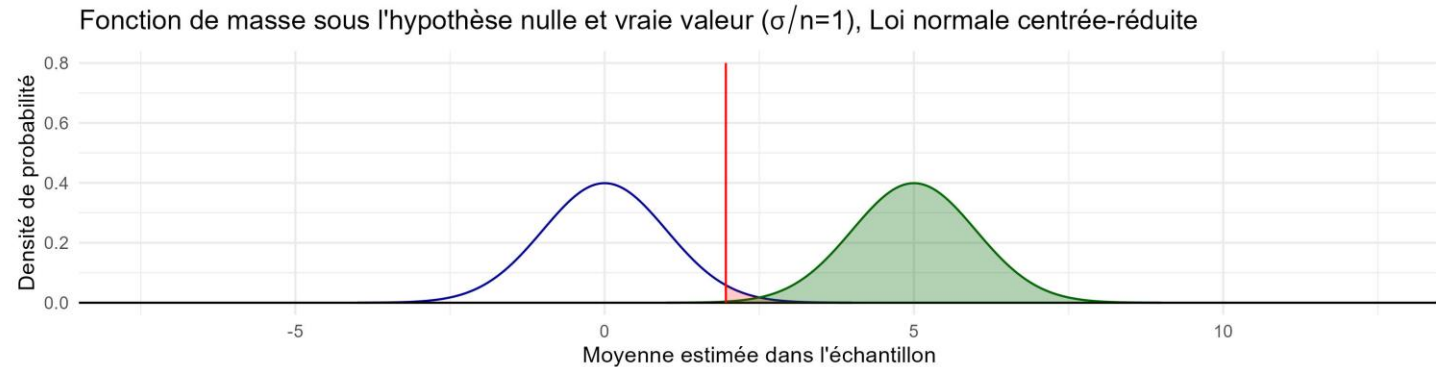
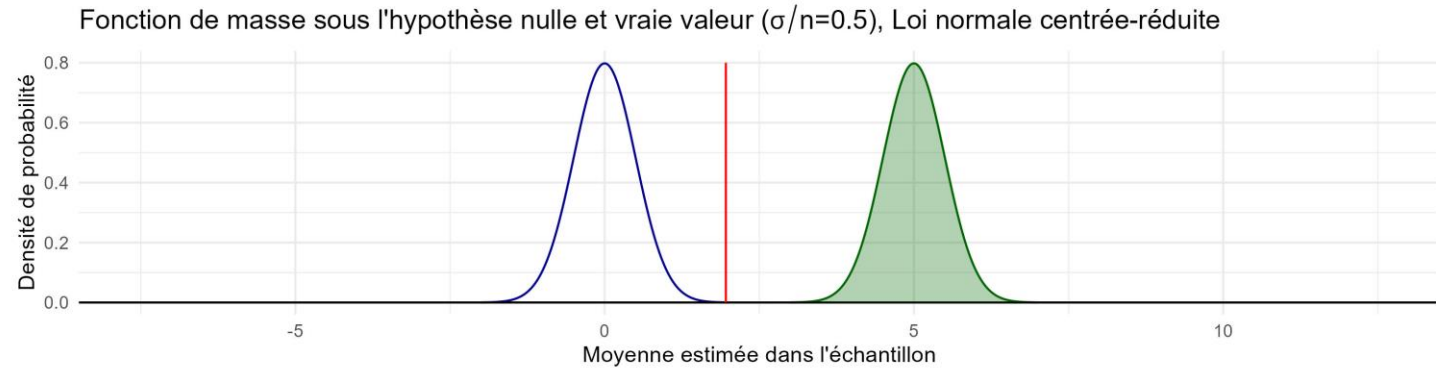
Variation en fonction de  $\alpha$ .



## Puissance

Variation en fonction de l'**erreur-type** ( $\sigma/n$ ).

- Si l'écart-type augmente ou  $n$  diminue, l'erreur type augmente
- Si l'écart-type estimé diminue ou  $n$  augmente, l'erreur type diminue



# LATÉRALITÉ DU TEST

---

# Bilatéral ou unilatéral ?

- **La latéralité d'un test est intégralement définie par les hypothèses du test**
- Un test bilatéral pose  $H_0: \mu_A = \mu_B$  et  $H_1: \mu_A \neq \mu_B$
- Un test unilatéral peut poser, par exemple  $H_0: \mu_A = \mu_B$  et  $H_1: \mu_A > \mu_B$
- Ce test unilatéral ne s'intéresse qu'au cas où la moyenne A est supérieure à la moyenne B => **il est unilatéral**

# Bilatéral ou unilatéral ?

La répartition du risque  $\alpha$  sur la distribution de la statistique de test se fait ainsi :

- Dans le cas d'un test bilatéral :
  - A gauche **et** à droite de l'espérance pour le Z-test et le t-test
- Dans le cas d'un test unilatéral :
  - A gauche **ou** à droite de l'espérance pour le Z-test et le t-test
- **Distinction sans objet pour le  $\chi^2$**

# Bilatéral ou unilatéral ?

- **Les tests unilatéraux ne sont pas au programme**
- En conséquence, dans les tests de l'écart-réduit et du Student, le risque  $\alpha$  est distribué à gauche et à droite
- Dans le test du Chi-deux, le risque  $\alpha$  est intégralement à droite

# RÉCAPITULATIF DES TESTS

---

# Variables catégorielles

- **Test du Chi-deux**

- Deux proportions estimées entre elles (échantillons indépendants) (équivalent de l'écart-réduit)
- Deux variables catégorielles à  $K$  modalités entre deux échantillons indépendants (échantillons indépendants)



# Variables continues

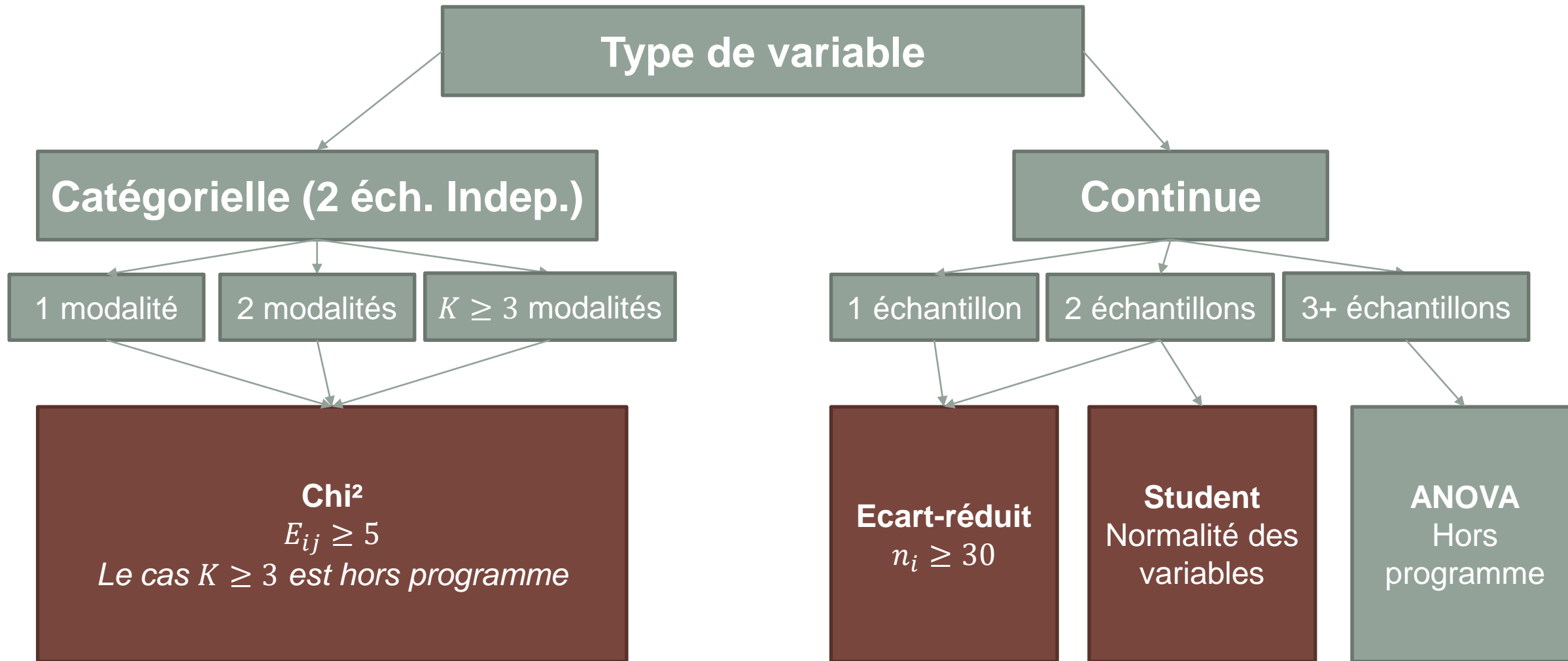
- **Test de l'écart-réduit**

- Une moyenne estimée à référence
- Deux moyennes estimées entre elles (échantillons indépendants, variance égale ou proche)

- **Test de Student**

- Deux moyennes estimées entre elles (échantillons indépendants, variance égale ou proche)(asymptotiquement équivalent à l'écart-réduit)

# Arbre décisionnel





# Formulaire

Santé / Médecine - Lyon-Est / 1er Cycle médecine / PASS / Formulaire et Tables


## PASS-S1-UE3-Biostatistiques

Cours Paramètres Participants Notes Rapports Plus ▾

 **Biostatistiques**

Pour accéder aux ressources pédagogiques veuillez cliquer sur les onglets ci-dessous

- Programme
- Statistiques Descriptives
- Probabilités
- Estimation - Intervalles de confiance
- Tests d'hypothèses - Comparaison de ...
- ED1 23 et 25 septembre 2024
- Statistiques d'Analyse de la Survie
- Corrélation Régression
- Essais cliniques
- Evaluation des Méthodes Diagnostiqu...
- INTELLIGENCE ARTIFICIELLE
- Statistiques pour l'épidémiologie
- Formulaire et Tables**
- Annales
- Enseignement dirigé 30 novembre 2 ...
- ED2 29/11 et 01/12

 Formulaire et tables

# Formulaire

Tests statistiques

$$\chi^2 = \frac{(O_2 - E_2)^2}{\sum_{i=1}^k v_i}$$

$$\chi_a^2 = \frac{(O_2 - E_2)^2}{E_2} + \frac{(O_1 - E_1)^2}{E_1}$$

$$T = \frac{(M_1 - M_2) - 0}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

# CONCLUSIONS

---

# Notions clés

- Quels tests sont applicables face aux variables catégorielles ?  
Continues ?
- Quelles sont les conditions d'application du test de l'écart-réduit ?  
De Student ?
- Comment retrouver les formules de calcul des statistiques de test ?
- Comment j'identifie le seuil de décision ?
- Quelle information je tire de la statistique calculée et le seuil de décision ?

MERCI POUR VOTRE  
ATTENTION

---